



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Physik

# Elektrische Dipol-Polarisierbarkeit und Spin-M1-Stärke aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten unter $0^\circ$

Vom Fachbereich Physik  
der Technischen Universität Darmstadt

zur Erlangung des Grades  
eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

genehmigte Dissertation von  
Dipl.-Phys. Jonny Hubertus Birkhan  
aus Bad Kreuznach

Referent: Prof. Dr. Dr. h.c. Norbert Pietralla  
Korreferent: Prof. Dr. Peter von Neumann-Cosel

Tag der Einreichung: 28.9.2015  
Tag der Prüfung: 14.12.2015

Darmstadt 2016  
D17

Jonny Hubertus Birkhan  
Weinbergstraße 7  
55583 Bad Kreuznach

Hiermit erkläre ich, dass ich die von mir vorgelegte Dissertation selbstständig und ohne Hilfe Dritter verfasst habe, dass ich die verwendeten Quellen, Internet-Quellen und Hilfsmittel vollständig angegeben habe und dass ich die Stellen der Arbeit, die anderen Werken oder dem Internet entnommen sind unter Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht habe. Der vorliegende Text ist auf Basis des Latex-Templates zu [Go08] erstellt. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Bad Kreuznach, 28.9.2015

---

Jonny H. Birkhan

# Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden  $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Daten analysiert, die unter einem Streuwinkel von  $\theta_{\text{lab}} = 0^\circ$  bei einer Einschussenergie von  $E_{\text{p}} = 295$  MeV am Research Center of Nuclear Physics in Osaka, Japan, gemessen worden waren. Die Analysen zielten darauf ab, die statische elektrische Dipol-Polarisierbarkeit  $\alpha_{\text{D}}$  für den Bereich der isovektoriellen Dipol-Riesenresonanz (IVGDR) und die totale elektromagnetische M1-Stärke für den prominenten Spin-M1-Übergang zum  $1^+$ -Zustand bei einer Anregungsenergie von  $E_{\text{x}} = 10,22$  MeV zu bestimmen.

Die Polarisierbarkeit wurde aus den Protonenstreudaten für den Anregungsenergiebereich  $E_{\text{x}} = (11 - 26)$  MeV extrahiert. Die benötigten E1-Wirkungsquerschnitte gingen aus einer Multipolentfaltung der experimentellen Wirkungsquerschnitte hervor. Mit Hilfe der Methode virtueller Photonen konnten diese in einen analogen Photoabsorptionsquerschnitt umgerechnet werden. Aus der Verteilung der Photoabsorptionsquerschnitte wurde die Polarisierbarkeit berechnet. Die Analyse der  $(\text{p},\text{p}')$ -Daten hat deutlich gemacht, dass sowohl die Festlegung eines geeigneten maximalen Streuwinkels in der Methode virtueller Photonen und die Methode der Multipolentfaltung im Bereich der IVGDR zu Problemen führen kann. In der Analyse stellte es sich als schwierig heraus, einerseits E1- und M1-Beiträge zum experimentellen Wirkungsquerschnitt auf der niederenergetischen Flanke der Resonanz eindeutig zu trennen und andererseits ein geeignetes Untergrundmodell auf der höherenergetischen Flanke festzulegen. Je nachdem mit welchen Modellwinkelverteilungen der Wirkungsquerschnitte die Multipolentfaltungen durchgeführt wurden, lag das Ergebnis bei  $\alpha_{\text{D}} = (1,36 \pm 0,14) \text{ fm}^3$  oder  $\alpha_{\text{D}} = (1,50 \pm 0,09) \text{ fm}^3$ . Mit einem um Protonenemissionen [Kee87] erweiterten  $^{48}\text{Ca}(\text{e},\text{e}'\text{n})$ -Datensatz [Str98] und mit den  $^{40}\text{Ca}$ -Daten aus ([Ahr72], [Ahr75]) konnte ein Wertebereich für die Polarisierbarkeit des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  im gleichen Anregungsenergiebereich bestimmt werden. Die Polarisierbarkeit liegt demnach zwischen  $\alpha_{\text{D}} = (1,50 \pm 0,02) \text{ fm}^3$  und  $\alpha_{\text{D}} = (1,69 \pm 0,03) \text{ fm}^3$ . Darüber hinaus gibt es sowohl durch die Messung am Kern  $^{40}\text{Ca}$  als auch am Kern  $^{48}\text{Ca}$  mit polarisierten Protonen [Bak91] Hinweise, dass weitere relevante E1-Stärke bei höheren Anregungsenergien bis zu etwa  $E_{\text{x}} = 60$  MeV zu finden ist. Mit den Photoabsorptionsquerschnitten des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  wurde eine Polarisierbarkeit für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  im Bereich von  $E_{\text{x}} = 10$  MeV bis  $E_{\text{x}} = 60$  MeV geschätzt. Sie beträgt  $\alpha_{\text{D}} = (2,09 \pm 0,02) \text{ fm}^3$  und unterscheidet sich signifikant von der theoretischen Vorhersage aus [Pie12] mit  $\alpha_{\text{D}} = (2,31 \pm 0,09) \text{ fm}^3$ . Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit können zusammen mit dem entsprechenden Ergebnis für den Kern  $^{208}\text{Pb}$  [Pol12] verwendet werden, um die Wertebereiche der Parameter der Kernmodelle weiter einzuschränken. Dazu müssen bestehende Modellrechnungen für den ausgewerteten Anregungsenergiebereich wiederholt werden. Dann können die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit einen wichtigen Beitrag zur Bestimmung der Dicke der Neutronenhaut im Kern  $^{48}\text{Ca}$  leisten und zur Eingrenzung der Symmetrieenergie-Parameterwerte in der Zustandsgleichung der Kernmaterie.

Im Kern  $^{48}\text{Ca}$  konzentriert sich nahezu die gesamte experimentell bestimmbare Spin-M1-Stärke in dem  $1^+$ -Zustand bei  $E_{\text{x}} = 10,22$  MeV. Dabei ist der Beitrag zur Spin-M1-Stärke durch das isoskalare Matrixelement im Vergleich zu dem anderen Extremfall, dem Kern  $^{208}\text{Pb}$ , maximal. Daher musste in der Analyse ein isoskalarer Beitrag zur Anregung des Zustandes berücksichtigt werden. Die Auswertung der Daten der vorliegenden Arbeit stützte sich auf die für Gamow-Teller-Übergänge etablierte Methode, mit der die hadronische isovektorielle Anregungsstärke aus dem experimentellen Wirkungsquerschnitt bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  bestimmt wird [Har01]. Diese Methode nutzt die Proportionalität zwischen dem Wirkungsquerschnitt und der Anregungsstärke,

die für Einschussenergien bei etwa  $E_p = 300$  MeV eine geeignete Näherung darstellt. Der Proportionalitätsfaktor ist der sogenannte Einheitsquerschnitt. Diese Methode wurde auf die Anregung von Spin-M1-Übergängen mit Protonen unter den Annahmen übertragen, dass zwischen benachbarten Isobaren Isospinsymmetrie besteht und dass die Einheitsquerschnitte bei der Anregung analoger Zustände gleich sind. Damit war es für den besagten Zustand des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  möglich, die totale elektromagnetische Spin-M1-Stärke aus dem experimentellen Wirkungsquerschnitt bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  zu bestimmen. Dies setzte aber voraus, dass der experimentelle Wirkungsquerschnitt auf seinen isovektoriellen Anteil reduziert werden konnte. Dies war in der vorliegenden Arbeit mit Hilfe einer Entfaltung der experimentellen Wirkungsquerschnitte mit isoskalaren und isovektoriellen Modellwinkelverteilungen aus DWBA-Rechnungen möglich. Zusätzlich boten  $^{48}\text{Ca}(p,n)$ -Daten die Möglichkeit, die totale Spin-M1-Stärke des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  auch aus dem Übergang in den analogen Zustand des Kerns  $^{48}\text{Sc}$  zu berechnen [Yak09]. Damit konnte anhand von unabhängigen Daten und einer bereits etablierten Methode überprüft werden, ob die gleiche Methode auch bei  $(p,p')$ -Daten sinnvolle Ergebnisse liefert. In der vorliegenden Arbeit wurden zusätzlich ältere  $(p,p')$ -Daten [Craw83] verwendet, so dass Daten bei  $E_p = 200$  MeV und  $E_p = 295$  MeV zur Verfügung standen. In allen Fällen waren die Ergebnisse aus den Daten des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  nicht nur untereinander sondern auch mit dem Elektronenstreuergebnis von  $B(\text{M1}) = (3,9 \pm 0,3) \mu_{\text{N}}^2$  aus [Ste84] verträglich. Da diese Methode auch im Fall des Kerns  $^{208}\text{Pb}(p,p')$  Ergebnisse lieferte, die in keinem direkten Widerspruch zu den Resultaten aus  $(\vec{\gamma}, \gamma)$ - und  $(n,n'\gamma)$ -Messungen standen ([Las88], [Koe87]), wurde das Verfahren als geeignet eingestuft, um die totale Spin-M1-Stärke unter den genannten Bedingungen aus  $(p,p')$ -Daten zu extrahieren. Für den diskutierten Zustand des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  wird ein gewichteter Mittelwert von  $B(\text{M1}) = (3,82 \pm 0,26) \mu_{\text{N}}^2$  als Ergebnis angegeben. Damit kann das Ergebnis aus einem kürzlich durchgeführten  $(\gamma,n)$ -Experiment mit  $B(\text{M1}) = (6,8 \pm 0,5) \mu_{\text{N}}^2$  nicht bestätigt werden [Tom11].



# Abstract

In this thesis, proton scattering data on the nucleus  $^{48}\text{Ca}$  at very forward angles had been analysed. The data stem from a measurement campaign which was launched at the Research Centre of Nuclear Physics at Osaka, Japan, in the past. One of the two objectives of this analysis was to extract a value for the static electric dipole polarisability  $\alpha_D$  from the isovector giant dipole resonance (IVGDR). The second objective was to extract the total electromagnetic M1 strength  $B(\text{M1})$  of the spin-flip transition which excites the prominent  $1^+$  state at an excitation energy of  $E_x = 10.22$  MeV.

The polarisability was calculated from the distribution of photo-absorption cross sections within an energy range from  $E_x = 11$  MeV to  $E_x = 26$  MeV. The photo-absorption cross sections had been deduced from the distribution of E1 cross sections by the method of virtual photons. For this purpose the experimental cross sections had been deconvoluted by a multipole deconvolution into an E1 part and a background part. Then, the best estimate of the polarisability is given by  $\alpha_D = (1.36 \pm 0.14) \text{ fm}^3$ . If a E3 model was included into the multipole decomposition of the (p,p') data the result increased up to  $\alpha_D = (1.50 \pm 0.09) \text{ fm}^3$ . The deviation between these two results is mainly due to the fact that the multipole decomposition is very sensitive on the background function. Assuming that the IVGDR of the nuclei  $^{48}\text{Ca}$  and  $^{40}\text{Ca}$  have approximately the same structure, estimates for the polarisability of the nucleus  $^{48}\text{Ca}$  could be drawn from  $^{40}\text{Ca}$  data provided by [Ahr75]. Additionally, data from a  $^{48}\text{Ca}(\text{e},\text{e}'\text{n})$  measurement [Str98] were used to estimate the polarisability of the nucleus  $^{48}\text{Ca}$ . Its polarisability seems to fall within the range of  $\alpha_D = (1.50 \pm 0.09) \text{ fm}^3$  and  $\alpha_D = (1.69 \pm 0.03) \text{ fm}^3$ . Beside this, it could be shown by the  $^{40}\text{Ca}$  data that a significant contribution to the polarisability has to be expected only up to an excitation energy of  $E_x = 60$  MeV. Taking into account the excitation energy range from  $E_x = 10$  MeV to  $E_x = 60$  MeV the polarisability of the nucleus  $^{48}\text{Ca}$  was estimated to be  $\alpha_D = (2.09 \pm 0.02) \text{ fm}^3$ . This result deviates significantly from a theoretical prediction of  $\alpha_D = (2.31 \pm 0.09) \text{ fm}^3$  published in [Pie12]. The result of this work could further constrain the range of the parameters of the nuclear models and might give new insights on the neutron skin thickness of  $^{48}\text{Ca}$  as far as a theoretical prediction for the correlation between the polarisability and neutron skin thickness is available especially for the energy region investigated in this work.

In the nucleus  $^{48}\text{Ca}$ , almost the full experimentally accessible spin-M1 strength is exhausted by a single spin-flip transition. The corresponding state is the prominent  $1^+$  state at  $E_x = 10.22$  MeV. The configuration of the nucleus  $^{48}\text{Ca}$  leads to nearly pure spin-flip transitions of the neutrons. In this case the isoscalar transition matrix element is as large as the isovector one. This means that the nucleus  $^{48}\text{Ca}$  is a reference case whereas the nucleus  $^{208}\text{Pb}$  is another one because its isoscalar and isovector M1 strength is well separated. The extraction of the total electromagnetic M1 strength was based on a method that had been successfully applied to Gamow-Teller transitions in other analyses in the framework of a distorted wave impulse approximation. This method allows to calculate the strength from the measured isovector cross section at  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  mainly by a single conversion factor, the so-called *unit cross section*. The method was used for the analysis of this work assuming that isospin symmetry is given for isobars and that the unit cross section is the same for isovector spin-M1 excitations as well as for the excitations of analogue states. The problem was to extract the isovector part of the experimental cross section. This could be managed by a deconvolution of the cross sections into an isoscalar and isovector part. Beside this, (p,n) data on the nucleus  $^{48}\text{Ca}$  were available [Yak09]. The data had been used to

calculate the total electromagnetic M1 strength independently by the well established method for Gamow-Teller transitions [Har01]. Additionally, one more (p,p') data set on the nucleus  $^{48}\text{Ca}$  was analysed at a projectile energy of  $E_p = 200$  MeV [Craw83]. No contradiction could be found between the (p,p') and (p,n) results. The influence of different isoscalar quenching factors on the results was investigated. The variation of the results was not that large to become inconsistent with the (e,e') value of  $B(\text{M1}) = (3.9 \pm 0.3) \mu_N^2$  [Ste84]. Furthermore, the method of this work had been applied to (p,p') data on the nucleus  $^{208}\text{Pb}$ . The results could be checked against data from scattering experiments with polarised  $\gamma$  radiation and neutrons ([Las88], [Koe87]). The comparison did not give evidence to reject the method. The best estimate of the M1-strength in the case of the nucleus  $^{48}\text{Ca}$  is  $B(\text{M1}) = (3.82 \pm 0.26) \mu_N^2$ . Therefore, the results of this work contradict the result of a recent ( $\gamma$ ,n) measurement which a strength of  $B(\text{M1}) = (6.8 \pm 0.5) \mu_N^2$  was extracted from [Tom11].

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>17</b>
1.1	Einführung in die Kernstrukturphysik . . . . .	17
<b>2</b>	<b>Motivation</b>	<b>21</b>
2.1	Statische elektrische Dipol-Polarisierbarkeit im Kern $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	21
2.2	Elektromagnetische Spin-M1-Stärke im Kern $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	25
2.3	Aufbau und Intension der Arbeit . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Theoretische Hintergründe</b>	<b>27</b>
3.1	Elektromagnetische Anregungen . . . . .	28
3.1.1	Elektrische Dipolanregungen . . . . .	29
3.1.2	Magnetische Dipolanregungen . . . . .	31
3.2	Grundelemente der Streutheorie . . . . .	33
3.3	Streuung mit gestörten Wellen . . . . .	39
3.4	Optische Potentiale . . . . .	40
3.5	Die Nukleon-Kern-Wechselwirkung . . . . .	41
3.6	Coulomb-Anregung und virtuelle Photonen . . . . .	44
3.7	Das Quasi-Teilchen-Phonon-Modell . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Reduzierte Übergangsstärken</b>	<b>55</b>
4.1	Gamow-Teller-Stärke . . . . .	55
4.2	Isovektorielle Spin-M1-Stärke . . . . .	56
4.3	Elektromagnetische M1-Übergangsstärke . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Protonenstreuung unter kleinen Vorwärtswinkeln am RCNP</b>	<b>63</b>
5.1	Die Experimentier- und Beschleunigeranlage des RCNP . . . . .	64
5.2	Spektrometerkonfiguration für die Messung bei $\theta_{\text{lab}} = 0^\circ$ . . . . .	64
5.3	Das Grand Raiden Spektrometer . . . . .	65
5.4	Das Large Acceptance Spektrometer . . . . .	67
5.5	Ladungsmessung . . . . .	68
5.6	Datenaufnahmesystem . . . . .	69
5.7	Streupräparate . . . . .	69
5.8	Spektrenerzeugung . . . . .	70
5.8.1	Teilchenseparation . . . . .	70
5.8.2	Spurrekonstruktion . . . . .	71
5.8.3	Korrektur des Untergrundes aus Vielfachstreuung im Streupräparat . . .	72
5.8.4	Verbesserung der Energieauflösung . . . . .	72

5.8.5	Extrahierte Spektren . . . . .	73
<b>6</b>	<b>Aufbereitung der Spektren</b>	<b>79</b>
6.1	Der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt . . . . .	79
6.2	Unsicherheitsanalyse . . . . .	80
6.3	Linienidentifikation . . . . .	81
<b>7</b>	<b>Winkelverteilungen und Multipolentfaltungen</b>	<b>89</b>
7.1	Einfach differentieller Wirkungsquerschnitt und Winkelverteilungen . . . . .	89
7.2	Allgemeines Verfahren der Multipolentfaltung . . . . .	91
<b>8</b>	<b>Die elektrische Dipol-Polarisierbarkeit</b>	<b>97</b>
8.1	Virtuelle Photonen und maximaler Streuwinkel . . . . .	98
8.2	Multipolentfaltung und Untergrund . . . . .	100
8.3	Extraktion der E1-Übergangsstärke und Polarisierbarkeit . . . . .	104
8.4	Das Ergebnis im physikalischen Kontext . . . . .	108
<b>9</b>	<b>Spin-M1-Stärke des Übergangs <math>\nu 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}</math> im Kern <math>^{48}\text{Ca}</math></b>	<b>123</b>
9.1	Einheitsquerschnitt und Gamow-Teller-Stärke . . . . .	126
9.2	Totale M1-Stärke aus (p,p')-Daten . . . . .	129
9.3	Totale M1-Stärke aus (p,n)-Daten . . . . .	132
9.4	Extraktion der M1-Stärke aus $^{208}\text{Pb}$ -Daten . . . . .	133
9.5	Extraktion der M1-Stärke aus $^{48}\text{Ca}$ -Daten . . . . .	134
9.5.1	Vorbereitung der Eingangsdaten für die Auswertung . . . . .	135
9.5.2	Ergebnisse der Auswertung . . . . .	138
9.6	Das Ergebnis im physikalischen Kontext . . . . .	140
<b>10</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>143</b>
<b>A</b>	<b>Erweiterte Dokumentation der Analyse</b>	<b>147</b>
A.1	Allgemeine Hinweise zur Datenanalyse . . . . .	147
A.2	Rohdaten-Übersicht . . . . .	148
A.3	Versatz-Korrektur der Spektren . . . . .	148
A.4	Energiekalibrierung der Spektren . . . . .	149
A.5	Auflösung der Energiespektren . . . . .	152
A.6	Rückstoßkorrekturen . . . . .	153
A.7	Unsicherheiten der Wirkungsquerschnitte beim Neuklassieren der Spektren . . . . .	157
A.8	Abschätzung systematischer Abweichungen von Messgrößen aus endlich genauen Messungen . . . . .	162
A.9	Korrektur von Beiträgen aus E2-Übergängen . . . . .	163
A.10	Extraktion von Wirkungsquerschnitten . . . . .	165
A.11	Isoskalare und Iovektorielle Darstellung des magnetischen Dipoloperators . . . . .	168
A.12	Komponenten der M1-Stärke und ihre Gewichte . . . . .	169
A.13	Vernachlässigung der Bahndrehimpulsanteile . . . . .	171
A.14	Totale Matrixelemente und ihre Verhältnisse im $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	172
A.15	Tabellen . . . . .	173
	<b>Literatur</b>	<b>190</b>

<b>Danksagung</b>	<b>204</b>
<b>Publikationen</b>	<b>206</b>



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Niveauschema des Grundzustands des Kerns $^{48}\text{Ca}$ im Rahmen des Schalenmodells.	19
3.1	Schematische E1-Stärkeverteilung eines Atomkerns in vereinfachter Darstellung.	31
3.2	M1-Anregungsspektrum auf der Basis einer RPA-Rechnung für den Kern $^{154}\text{Sm}$ .	32
3.3	Schematische Darstellung von Streureaktionen an einem Kern.	33
3.4	Schematische Darstellung des quantenmechanischen Streuprozesses.	37
3.5	Schematische Darstellung von möglichen (p,p')-Streureaktionen am Kern $^{48}\text{Ca}$ .	38
3.6	Aufteilung der vollständigen NNW in drei Komponenten.	42
3.7	Volumenintegrale über die Amplituden des Zentralterms der NNW.	43
3.8	Verlauf der Sensitivitätskoeffizienten für die Verhältnisse $ v_{\sigma\tau}/v_0 ^2$ und $ v_\sigma/v_{\sigma\tau} ^2$ .	44
3.9	Vergleich des Coulomb-Wirkungsquerschnitts mit dem nuklearen Wirkungsquerschnitt für einen E1-Übergang.	45
3.10	Coulomb-Anregung eines Kerns in semi-klassischer Näherung.	46
3.11	Differentielle virtuelle Photonenzahlen für Übergänge zu $1^-$ -Zuständen im Kern $^{48}\text{Ca}$ .	49
3.12	Differentielle virtuelle Photonenzahlen für einen Übergang zu einem $1^-$ -Zustand in $^{40}\text{Ca}$ .	49
4.1	Retardierungsfaktor $\sqrt{Q_{IV}}$ für M1-Übergänge in Kernen mit $N = 28$ Schalenabschluss.	60
5.1	Ansicht der Experimentieranlage des RCNP.	65
5.2	Magnetspektrometer am (p,p')-Experimentierplatz des RCNP.	66
5.3	Das Magnetspektrometer Grand Raiden mit Streukammer und Detektorsystem.	67
5.4	Das Magnetspektrometer LAS mit Streukammer und Detektorsystem.	69
5.5	Streudiagramm zur Separation von Deuteronen und Protonen.	71
5.6	Teilchenspur durch eine Drahtebene des Grand Raiden.	72
5.7	Korrektur des instrumentellen Untergrunds.	73
5.8	Koordinatensystem der Viel-Draht-Driftkammern des Grand Raiden.	74
5.9	Winkelausschnitte der Streudiagramme zur Bestimmung der Raumwinkel-I.	74
5.10	Winkelausschnitte der Streudiagramme zur Bestimmung der Raumwinkel-II.	75
5.11	$^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Spektren-I.	76
5.12	$^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Spektren-II.	77
5.13	$^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Spektren-III.	78
6.1	Untersuchung der Unsicherheiten bei kleinen Kanalinhalten.	82
6.2	$^{48}\text{Ca}$ -Spektrum im Niederenergiebereich.	83
6.3	Korrektur der $^{48}\text{Ca}$ -Spektren um Beiträge der Störnuklide-I.	86

6.4	Korrektur der $^{48}\text{Ca}$ -Spektren um Beiträge der Störnuklide-II. . . . .	87
6.5	Korrektur der $^{48}\text{Ca}$ -Spektren um Beiträge der Störnuklide-III. . . . .	88
7.1	Untersuchung des $1^+$ -Zustands bei 10,22 MeV im $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	90
7.2	Erzeugung einer Winkelverteilung der differentiellen Wirkungsquerschnitte. . . .	91
7.3	Modellwinkelverteilungen für die Multipolentfaltung. . . . .	93
7.4	Beispiele für die Entfaltung einer experimentellen Winkelverteilung. . . . .	95
8.1	Dichteverteilung der Masse in $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	100
8.2	Bestimmung des physikalischen Untergrundes in den $^{48}\text{Ca}$ -Spektren. . . . .	102
8.3	Ins Anregungsspektrum zurückgerechneter Untergrund-Wirkungsquerschnitt. . .	102
8.4	Entfaltete Winkelverteilungen differentieller Wirkungsquerschnitte für $^{48}\text{Ca}$ . . . .	103
8.5	Übersichtspektrum aus der $^{208}\text{Pb}(\text{p},\text{p}')$ -Reaktion mit eingezeichnetem Untergrund.	104
8.6	Verteilungen der differentiellen E1-Wirkungsquerschnitte und der virtuellen Photonen- zahlen. . . . .	105
8.7	Verteilungen des Photoabsorptionsquerschnitts und der E1-Übergangsstärke des Kerns $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	106
8.8	Ergebniswerte der Polarisierbarkeit im $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	107
8.9	Angenommene Trapez-Verteilung der Schätzwerte für die Polarisierbarkeit. . . .	108
8.10	Photoabsorptionsquerschnitte für verschiedene Reaktionen am $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	109
8.11	Vergleich der absoluten Photoabsorptionsquerschnitte im $^{48}\text{Ca}$ und $^{40}\text{Ca}$ . . . . .	110
8.12	Anpassungen von Breit-Wigner-Funktionen an die Photoabsorptionsquerschnitt aus den $^{48}\text{Ca}$ - und $^{40}\text{Ca}$ -Experimentdaten. . . . .	111
8.13	Vergleich von Photoabsorptionsquerschnitten für die $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ - und $^{48}\text{Ca}(\gamma,\text{abs})$ - Reaktion. . . . .	111
8.14	Vergleich der differentiellen E1-Übergangsstärken-I. . . . .	112
8.15	Vergleich der differentiellen E1-Übergangsstärken-II. . . . .	114
8.16	Vergleich der relativen Anteile an der totalen EWSR. . . . .	116
8.17	Photoabsorptionsquerschnitte des Kerns $^{40}\text{Ca}$ bis $E_x = 160$ MeV aus [Ahr75]. . .	118
8.18	Vergleich der Photoabsorptionsquerschnitte im Bereich der IVGDR für den Kern $^{48}\text{Ca}$ und $^{40}\text{Ca}$ . . . . .	119
8.19	Laufende Summen für die Polarisierbarkeiten der Kerne $^{40}\text{Ca}$ und $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	120
9.1	Isospin-Schema für einen Kern mit $T = T_i = T_z$ und $T_z = (N - Z)/2$ ( $N > Z$ ). .	124
9.2	Methode zur Bestimmung der totalen M1-Übergangsstärke aus (p,p')-Daten . . .	125
9.3	Proportionalität zwischen GT-Stärke und experimentellem Wirkungsquerschnitt. .	128
9.4	Kalibrierung der Einheitsquerschnitte bei $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ gegen die Massenzahl. . . .	129
9.5	Isoskalare und isovektorielle Modellwinkelverteilungen für den Übergang $\nu 1f_{7/2} \rightarrow$ $\nu 1f_{5/2}$ im Kern $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	130
9.6	Transferkomponenten der NNW für magnetische Übergänge. . . . .	132
9.7	Methode zur Bestimmung der M1-Übergangsstärke aus (p,p')-Daten . . . . .	133
9.8	Vergleich differentieller M1-Stärkeverteilungen für das $^{208}\text{Pb}$ . . . . .	134
9.9	Experimentelle Winkelverteilungen der Wirkungsquerschnitte für die $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{n})$ - und $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Reaktion. . . . .	136
9.10	Spektrum bei $0,2^\circ$ für die $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{n})^{48}\text{Sc}$ -Reaktion bei einer Einschussenergie von $E_p = 295$ MeV. . . . .	137
9.11	Modellwinkelverteilungen für die (p,p')- und (p,n)-Reaktionen am Kern $^{48}\text{Ca}$ . .	137
9.12	Anpassung der isoskalaren und isovektoriellen Modellwinkelverteilungen an die experimentellen Verteilungen des Kerns $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	138



9.13	Statistische Kastengraphiken für die totalen M1-Übergangsstärken des Kerns $^{48}\text{Ca}$ .	139
9.14	Vergleich der $^{12}\text{C}(\text{p},\text{p}')$ - und $^{12}\text{C}(\text{p},\text{n})$ -Wirkungsquerschnitte.	141
A.1	Variation der virtuellen Photonenzahlen bei variierender Anregungsenergie.	151
A.2	Auswirkungen von systematischen Abweichungen in der Energiekalibrierung auf die elektrische Polarisierbarkeit.	151
A.3	Häufigkeitsverteilung der Halbwertsbreiten von Linien aus den $^{48}\text{Ca}$ -Spektren.	152
A.4	Beiträge der Kerne $^{16}\text{O}$ und $^{12}\text{C}$ zu einem $^{48}\text{Ca}$ -Spektrum.	154
A.5	Skalierung der Spektren der Störnuklide.	154
A.6	Vergleich eines $^{48}\text{Ca}$ -Spektrums vor der Korrektur um die $^{16}\text{O}$ -Beiträge mit dem gleichen Spektrum nach der Korrektur.	155
A.7	Auswirkungen einer Neuklassierung eines Spektrums auf Winkelverteilungen.	158
A.8	Methode der Neuklassierung.	158
A.9	Experimentelle Untersuchung des Effekts der Neuklassierung eines Spektrums auf die Unsicherheiten.	161
A.10	Abweichung einer integralen Größe für Funktionen mit unterschiedlicher Steigung.	162
A.11	Relative Anteile an dem Wert der voll ausgeschöpften E2-Summenregel für eine $(\alpha, \alpha')$ -Messung am $^{48}\text{Ca}$ .	164
A.12	E2-Winkelverteilungen und Neuklassierung.	165
A.13	Verteilung des doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitts für die ISGQR im $^{48}\text{Ca}$ .	166
A.14	Qualitätssicherung: Vergleichsrechnungen zur Bestimmung der experimentellen Wirkungsquerschnitte bei $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ .	167
A.15	Abschätzung der Extrema des experimentellen Wirkungsquerschnitts bei $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ für die $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Daten.	168



# Tabellenverzeichnis

3.1	Parameter des Potentials $U^{\tau}(r)$ für $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	51
5.1	Technische Daten zu den Spektrometern am RCNP. . . . .	67
5.2	Technische Daten zu den vertikalen Driftkammern in den Spektrometern GR und LAS. . . . .	68
5.3	Eigenschaften der Streupräparate des $^{48}\text{Ca}$ -Experiments. . . . .	70
5.4	Allgemeine Informationen zu den $^{48}\text{Ca}$ -Spektren. . . . .	70
6.1	Vergleich der Linienpositionen charakteristischer Linien des $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	83
6.2	Vergleich der nachgewiesenen Linienschwerpunkte in den Experimenten $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ und $^{48}\text{Ca}(\text{e},\text{e}')$ . . . . .	84
6.3	Linien aus dem (e,e')-Experiment mit analogen Strukturen in den $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Spektren. . . . .	85
7.1	Eigenzustände für das $^{48}\text{Ca}$ aus dem QPM. . . . .	92
8.1	Maximale Streuwinkel für die Festlegung der Raumwinkel in den Integrationen über differentielle Wirkungsquerschnitte. . . . .	101
8.2	Parameter angepasster Breit-Wigner-Funktionen. . . . .	105
8.3	Ergebniswerte der Polarisierbarkeit im $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	106
8.4	Parameter angepasster Breit-Wigner-Funktionen an $(\gamma, \text{abs})$ -Daten. . . . .	110
8.5	Auswertung der energiegewichteten IV-E1-Summenregel. . . . .	115
8.6	Vergleich der Ergebnisse für die Polarisierbarkeit. . . . .	117
9.1	Vergleich der Ergebnisse für die totale elektromagnetische M1-Übergangsstärke $B(\text{M1})$ des Kerns $^{48}\text{Ca}$ mit $Q_{\text{IS}} = 1,0$ . . . . .	139
9.2	Vergleich der Ergebnisse für die totale elektromagnetische M1-Übergangsstärke $B(\text{M1})$ des Kerns $^{48}\text{Ca}$ mit $Q_{\text{IS}} = Q_{\text{IV}}$ . . . . .	139
A.1	Auflistung aller in dieser Arbeit verwendeten Daten zum Kern $^{48}\text{Ca}$ . $E_{\text{p}}$ = Einschussenergie von Protonen/Elektronen. . . . .	148
A.2	Versatzkorrektur der $^{48}\text{Ca}$ -Spektren. . . . .	148
A.3	Halbwertsbreiten $FWHM$ und Standardabweichungen $s$ für die $^{16}\text{O}$ -Linie bei $E_{\text{x}} = 6,9$ MeV. . . . .	156
A.4	Parameterwerte für die Umrechnung von Streueignissen pro Kanal in doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt. . . . .	173
A.5	Gesammelte Ladung $Q$ pro $^{48}\text{Ca}$ -Messung. . . . .	173
A.6	Raumwinkel und Jacobi-Determinanten für die Berechnung der doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitte. . . . .	174

A.7	Doppelt differentielle Wirkungsquerschnitte für den Bereich der isovektoriellen Dipol-Riesenresonanz der $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Reaktion. . . . .	175
A.8	Doppelt differentielle E2-Wirkungsquerschnitte für den Bereich der isovektoriellen Dipol-Riesenresonanz. . . . .	176
A.9	Entfalteter und zurückgerechneter doppelt differentieller Wirkungsquerschnitt des Untergrunds im Bereich der isovektoriellen Dipol-Riesenresonanz. . . . .	177
A.10	Totaler differentieller E1-Wirkungsquerschnitt aus der Multipolentfaltung der IVGDR aus dem $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Experiment. . . . .	178
A.11	Totaler differentieller E2-Wirkungsquerschnitt im $^{48}\text{Ca}$ . . . . .	179
A.12	Aus den $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Daten berechnete totale Photoabsorptionsquerschnitte. . . .	180
A.13	Totaler Photoabsorptionsquerschnitt aus der $^{48}\text{Ca}(\text{e},\text{e}'\text{n})$ -Reaktion-I. . . . .	181
A.14	Totaler Photoabsorptionsquerschnitt aus der $^{48}\text{Ca}(\text{e},\text{e}'\text{n})$ -Reaktion-II. . . . .	182
A.15	Totaler Photoabsorptionsquerschnitt aus der $^{48}\text{Ca}(\gamma,\text{abs})$ -Reaktion. . . . .	183
A.16	Totaler Photoabsorptionsquerschnitt für die Protonenemissionen in einer $^{48}\text{Ca}(\gamma,\text{abs})$ -Reaktion. . . . .	184
A.17	Totaler Photoabsorptionsquerschnitt für die $^{40}\text{Ca}(\gamma,\text{abs})$ -Reaktion. . . . .	185
A.18	M1-Wirkungsquerschnitte und totale M1-Stärke für $^{208}\text{Pb}$ . . . . .	186
A.19	Experimentelle Gesamtwirkungsquerschnitte bei $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ . . . . .	187
A.20	Modell-Wirkungsquerschnitte bei $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ . . . . .	187
A.21	Parameter für die Berechnung der Einheitsquerschnitte. . . . .	187
A.22	Korrekturfaktoren für den isovektoriellen Anteil am experimentellen (p,p')-Wirkungsquerschnitt. . . . .	187
A.23	Korrekturfaktoren für die Umrechnung von isovektorieller M1-Stärke in die totale M1-Stärke. . . . .	187
A.24	Verwendete Parameterwerte für die Umrechnung von Streueignissen pro Kanal in doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt. . . . .	188
A.25	Kontrolle der Energiekalibrierung. . . . .	189

# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Einführung in die Kernstrukturphysik

Die Kernphysik befasst sich im Wesentlichen mit der Struktur und Dynamik von Atomkernen. Der Atomkern ist ein quantenmechanisches Vielteilchensystem, das aus Protonen [Rut11] und Neutronen [Cha32] besteht. Im Isospinformalismus sind Proton und Neutron lediglich die zwei Zustände eines Teilchens, - des Nukleons [Hei32]. Ein Nukleon besteht aus drei Quarks, die über die starke Wechselwirkung miteinander interagieren [Gel64]. Die starke Wechselwirkung koppelt dabei an die Farbladungen der Quarks. Die Kernkraft kann in gewisser Weise als der nach außen hin spürbare Rest der starken Wechselwirkung zwischen den Quarks betrachtet werden. Dies ist vergleichbar mit der van-der-Waals-Kraft zwischen zwei neutralen Molekülen [Epe09].

Die Bemühungen gehen in der Kernphysik dahin, eine einheitliche Theorie zu finden, in der die Struktur und Dynamik aller Kerne behandelt werden kann. Den Ausgangspunkt hierfür bildet die Quantentheorie der starken Wechselwirkung, die *Quantenchromodynamik* (QCD) [Grei07]. Sie soll die Kernkraft von der starken Wechselwirkung zwischen den Quarks in einem Nukleon ableiten. Dies stellt eine besondere Herausforderung dar, weil in der QCD keine störungstheoretische Entwicklung nach der Kopplungskonstante verwendet werden kann, um die Struktur des Nukleons zu beschreiben. Bisher ist dieses Problem ungelöst.

Der allgemein übliche Ansatz, die Struktur und Dynamik der Kerne zu beschreiben, besteht daher darin, den Kern im Rahmen der Quantenmechanik als Vielteilchen-System zu behandeln und ein bestimmtes Potential der Kernkraft anzunehmen oder physikalisch sinnvoll zu konstruieren [Rin80]. Dieses Potential kann seinen Ursprung in der effektiven Feldtheorie ([Epe13], [Mac11]) oder mehr phänomenologischen Charakter haben (z. B. Argonne V18 [Wir95], CD Bonn ([Mac01], [Are00])). Die Lösung des Vielteilchenproblems erfolgt in Allgemeinen durch geeignete Näherungsverfahren.

Sogenannte *ab-initio*-Methoden, die das Vielteilchenproblem exakt lösen wollen, leiden unter der Komplexität der Wechselwirkungen zwischen den Nukleonen. Außerdem ist der Raum der Eigenfunktionen für Kerne mit mehr als 16 Nukleonen bereits so groß, dass die Rechenleistung selbst moderner Rechneranlagen noch nicht ausreicht, um das Vielteilchenproblem in vertretbarer Zeit vollständig zu lösen. Typische *ab-initio*-Methoden, die bereits erfolgreich auf leichte Kerne angewendet wurden, sind das *No-core*-Schalenmodell oder die Monte-Carlo-Methode mit Greenschen Funktionen [Rot11]. Schwerere Kerne lassen sich erst durch spezielle Näherungsmethoden, wie

zum Beispiel dem Hartree-Fock-Verfahren, beschreiben. Allerdings können die phänomenologischen Potentiale nicht in Hartree-Fock-Näherungen benutzt werden. Mit steigender Massenzahl gewinnen außerdem die Korrelationen zwischen dem Grundzustand und Viel-Teilchen-Viel-Loch-Anregungen an Bedeutung, weshalb weiterentwickelte Verfahren wie die *Random-Phase*-Näherung oder die *Coupled-Cluster*-Methode angewendet werden müssen [Rot11].

Kerne mit besonders einfacher Grundzustandswellenfunktion, wie der doppelt magische Kern  $^{48}\text{Ca}$ , sind aus theoretischer und numerischer Sicht leichter zugänglich. So können zum Beispiel Schalenmodellrechnungen, die Viel-Teilchen-Viel-Loch-Anregungen im Valenzraum berücksichtigen, heute auf einem handelsüblichen PC durchgeführt werden [Bro14].

Der Fokus der vorliegenden Arbeit ist auf den doppelt magischen Kern  $^{48}\text{Ca}$  gerichtet. Im einfachen Bild des Schalenmodells unabhängiger Teilchen befinden sich die Valenznukleonen des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  in der Konfiguration  $(\pi(1d_{3/2})^4, \nu(1f_{7/2})^8)$ , siehe Abbildung 1.1. Die Protonen- und Neutronenschalen sind abgeschlossen. Gleichzeitig gibt es einen Neutronenüberschuss, der die Ausbildung einer Neutronenhaut um einen inneren Kern mit  $N \approx Z$  ( $N$  = Neutronenzahl,  $Z$  = Protonenzahl) erwarten lässt ([Lit09], [Har01], [Pie10]). Damit ist der Kern  $^{48}\text{Ca}$  in doppelter Hinsicht interessant. Zum einen können an ihm die elektrischen Dipolanregungen im Bereich der Pygmy-Dipol-Resonanz (PDR) und der isovektoriellen Dipol-Riesenresonanz (IVGDR) untersucht werden ([Hart99], [Sav14], [Ste84], [Str98]) und zum anderen sind nahezu reine Spin-M1-Übergänge der Neutronen möglich ([Ste84], [Neum97], [Hey10]). Da die E1-Stärkeverteilung eng mit der statischen elektrischen Dipolpolarisierbarkeit verknüpft ist, die ihrerseits im Zusammenhang mit der Zustandsgleichung der Kernmaterie steht [Pie12], stellt der Kern  $^{48}\text{Ca}$  in Verbindung mit dem Kern  $^{208}\text{Pb}$  [Pol12] einen Referenzfall dar. Die Polarisierbarkeiten beider Kerne könnten den Parameterraum der Energie-Dichte-Funktionale, die für die Beschreibung der Kerne verwendet werden, erheblich einschränken, womit die Symmetrienergie präziser bestimmt werden könnte. Auch im Hinblick auf die Untersuchung der M1-Stärke durch Spinübergänge nimmt der Kern  $^{48}\text{Ca}$  eine Sonderstellung ein, weil es zwei sich widersprechende Messungen der elektromagnetischen Spin-M1-Stärke ([Tom11], [Ste84]) gibt, die dementsprechend unterschiedliche Konsequenzen für die Retardierung der M1-Stärke hätten.

Eine Methode zur Untersuchung von Dipolstärke unterhalb der Teilchenseparationsschwelle ist die resonante Anregung von Kernen mit reellen Photonen, sogenannte Kern-Resonanz-Fluoreszenz-Messungen (KRF) ([Met59], [Kne96], [Kne06]). Sie erlaubt die Bestimmung der Drehimpulsquantenzahlen der untersuchten Zustände aufgrund der Winkelverteilungen ihrer assoziierten Photonenintensitäten. Paritätsbestimmungen sind im Rahmen von Streuexperimenten mit polarisierten Photonen möglich [Pie02]. Dadurch ist eine signifikante Trennung zwischen E1- und M1-Anregungen möglich, wie zum Beispiel im Fall des Kerns  $^{60}\text{Ni}$  kürzlich geschehen ([Sch13a], [Sch13b]). Oberhalb der Teilchenseparationsschwelle ist die Wahrscheinlichkeit für die Emission eines Teilchens deutlich größer als für die Emission eines Photons. Die Neutronenseparationsschwelle  $S_n$  liegt im Kern  $^{48}\text{Ca}$  bei  $S_n = 9,95$  MeV. Eine Alternative zur KRF stellen  $(\gamma, n)$ -Experimente dar. So konnten die Verteilungen der E1- und M1-Stärke im Kern  $^{48}\text{Ca}$  bei Photonenenergien von  $E_\gamma = (9,5 - 15,3)$  MeV im Rahmen eines  $(\gamma, n)$ -Experiments [Tom11] an der Experimentieranlage Hi $\gamma$ S der Duke University [Wel09] gemessen werden.

Eine weitere Möglichkeit, E1- und M1-Stärkeverteilungen in Kernen unter- und oberhalb der Teilchenseparationsschwellen zu untersuchen, bietet die Elektronenstreuung ([Übe71], [The72], [Wa01]). So wurden die elektrischen und magnetischen Anregungen im Kern  $^{48}\text{Ca}$  zum Beispiel in einem inklusiven  $(e, e')$ -Experiment [Ste84] am Darmstädter supraleitenden Elektronenlinearbeschleuniger S-DALINAC [Gen92] untersucht.

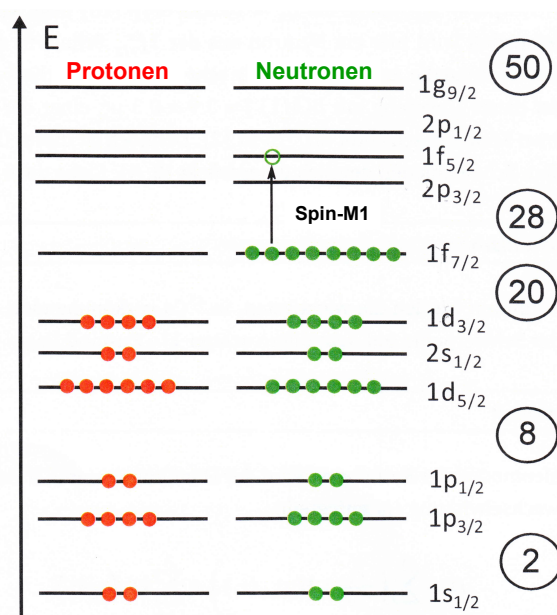


Abbildung 1.1: Niveauschema des Grundzustands des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  im Rahmen des Schalenmodells. Eingezeichnet ist der Spin-M1-Übergang eines Neutrons  $\nu 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$ , Bildvorlage aus [Math14].

Die Trennung zwischen elektrischen und magnetischen Anregungen war durch eine Rosenbluth-Separation der Wirkungsquerschnitte möglich. In einem anderen Elektronenstreuexperiment an der gleichen Einrichtung wurden die gestreuten Elektronen koinzident mit emittierten Neutronen gemessen [Str98]. Die magnetische Anregungsstärke im Kern  $^{48}\text{Ca}$  wurde außerdem in einem Elektronenstreuexperiment unter  $\theta_{\text{CM}} = 180^\circ$  untersucht [Neum97]. Bei der Streuung unter  $\theta_{\text{CM}} = 180^\circ$  führt ein Minimum des longitudinalen kinematischen Faktors bei  $\theta_{\text{CM}} = 180^\circ$  dazu, dass die transversalen Anteile am Elektronenstreuquerschnitt dominieren [The72]. Das Verfahren ist deshalb besonders geeignet, magnetische Anregungen zu untersuchen, weil sie rein transversalen Charakter besitzen.

Zu diesen experimentellen Methoden stellt die Protonenstreuung unter kleinen Vorwärtswinkeln um  $\theta_{\text{lab}} = 0^\circ$  eine Alternative dar. Sie erlaubt es, die E1- und M1-Anregungen eines Kerns systematisch zu untersuchen, wie am Beispiel des Kerns  $^{208}\text{Pb}$  gezeigt wurde ([Tam11], [Pol11]). Die Protonenstreuung ist einem Anregungsenergiebereich von  $E_x = 4$  MeV bis zu  $E_x = 25$  MeV anwendbar. Damit ist es möglich, sowohl die E1- als auch die M1-Stärkeverteilung eines Kerns nahezu vollständig zu erfassen ([Tam07], [Tam09]). Gerade im Hinblick auf den Kern  $^{48}\text{Ca}$  ist keine energetisch tiefliegende orbitale M1-Stärke unterhalb der unteren Grenze des Messbereichs zu erwarten ([Kne06], [Hey10], [Pie08]), weshalb die M1-Stärke mit der Protonenstreuung vollständig bestimmt werden kann.





# Kapitel 2

## Motivation

### 2.1 Statische elektrische Dipol-Polarisierbarkeit im Kern $^{48}\text{Ca}$

Im Jahr 1937 beobachteten Bothe und Gentner im Rahmen ihrer Photoabsorptionsmessungen an verschiedenen Kernen ausgeprägte resonanzartige Strukturen in den Spektren [Bot37]. Dabei handelte es sich um die isovektoriellen Dipol-Riesenresonanz dieser Kerne. Im hydrodynamischen Modell wird die IVGDR durch die gegenphasige Schwingung der Protonensphäre gegen die Neutronensphäre erklärt ([Gol48], [Ste50]). Dabei werden die Protonen und Neutronen als Flüssigkeiten behandelt. Diese gegenphasige Schwingung der Protonen und Neutronen kann mit dem Dipolmomentoperator  $M(\text{E1})$  in Verbindung gebracht werden [Bri57], der in diesem Fall folgende einfache Form annimmt:

$$M(\text{E1}) = e \frac{NZ}{A} \vec{r}. \quad (2.1)$$

$\vec{r}$	Relativvektor zwischen den Schwerpunkten der Protonen- und Neutronensphäre	$N$	Neutronenzahl
$e$	Elementarladung	$Z$	Protonenzahl
		$A$	Massenzahl

Allgemein ist der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_\nu(E)$  für die Anregung eines Zustands  $|\nu\rangle$  aus dem Grundzustand  $|0\rangle$  mit einem Photon der Energie  $E_\gamma$  durch das Matrixelement des Dipoloperators gegeben [Rin80]:

$$\sigma_{\text{abs},\nu}(E_\gamma) = \frac{4\pi^2 e^2}{\hbar c} (E_\nu - E_0) |\langle \nu | M(\text{E1}) | 0 \rangle|^2 \delta(E_\gamma - E_\nu + E_0). \quad (2.2)$$

$E_0$	Grundzustandsenergie	$\hbar$	Plancksches Wirkungsquantum
$E_\nu$	Anregungsenergie des Zustands $ \nu\rangle$	$c$	Lichtgeschwindigkeit

Der totale Photoabsorptionsquerschnitt  $\sigma_{\text{total}}$  ergibt sich aus Gleichung 2.2 durch die Summation über alle Endzustände  $|\nu\rangle$  und die Integration über die Photonenenergie [Rin80]:

$$\sigma_{\text{total}} = \sum_{\nu} \int_0^{\infty} dE_{\gamma} \sigma_{\text{abs},\nu}(E_{\gamma}) = \frac{4\pi^2 e^2}{\hbar c} \sum_{\nu} (E_{\nu} - E_0) |\langle \nu | M(E1) | 0 \rangle|^2. \quad (2.3)$$

Der totale Wirkungsquerschnitt ist damit proportional zur Energie-gewichteten Dipol-Summenregel  $S_1(E1)$  [Rin80]:

$$S_1(E1) = \sum_{\nu} (E_{\nu} - E_0) |\langle \nu | M(E1) | 0 \rangle|^2. \quad (2.4)$$

Diese Summenregel kann in kompakter Form durch den Hamiltonoperator  $H$  ausgedrückt werden und hat unter der Annahme, dass sich das Kernpotential lokal verhält und der Hamiltonoperator aus der Summe der kinetischen Energien aller Nukleonen besteht, folgende Form ([Rin80], [Gre95]):

$$\begin{aligned} S_1(E1) &= \frac{1}{2} \langle 0 | [M(E1), [H, M(E1)]] | 0 \rangle^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\hbar^2}{m} \cdot \frac{NZ}{A}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Dabei bedeutet  $m$  die Nukleonenmasse. Mit der Gleichung 2.5 folgt aus dem totalen Wirkungsquerschnitt die Thomas-Reiche-Kuhn-Summenregel:

$$\sigma_{\text{total}} = 60 \cdot \frac{NZ}{A} \text{ MeV mb.} \quad (2.6)$$

Allgemein wird eine Summenregel über einen hermiteschen Ein-Teilchen-Operator  $F$  als  $k$ -tes Moment der Stärkeverteilung definiert, die vom Ein-Teilchen-Operator verursacht wird [Rin80]:

$$S_k \equiv \sum_{\nu} (E_{\nu} - E_0)^k |\langle \nu | F | 0 \rangle|^2. \quad (2.7)$$

Von dieser Definition ausgehend lässt sich die sogenannte statische elektrische Dipol-Polarisierbarkeit  $\alpha_D$  definieren, die das 2-fache (-1)-te Moment der Stärkeverteilung des elektrischen Dipoloperators ist [Boh81]:

$$\begin{aligned} \alpha_D &\equiv 2 \cdot S_{-1}(E1) \\ &= 2 \cdot \sum_{\nu} \frac{|\langle \nu | M(E1) | 0 \rangle|^2}{E_{\nu} - E_0}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Die Momente einer Dipol-Stärkeverteilung können auch in Form von Integralgleichungen definiert werden [Pie10]. Dabei wird zum einen die Verteilung der Dipol-Stärke  $R(E_{\gamma}, E1)$  verwendet, die durch folgende Gleichung gegeben ist:

$$R(E_{\gamma}, E1) = \sum_{\nu} |\langle \nu | M(E1) | 0 \rangle|^2 \delta(E_{\gamma} - E_{\nu} + E0), \quad (2.9)$$

und zum anderen der Photoabsorptionsquerschnitt aus Gleichung 2.2. Damit lassen sich folgende Momente definieren:

$$m_n \equiv \int_0^{\infty} dE_{\gamma} E_{\gamma}^n R(E_{\gamma}, E1) \quad (2.10)$$

$$\sigma_n \equiv \int_0^{\infty} dE_{\gamma} E_{\gamma}^n \sum_{\nu} \sigma_{\text{abs},\nu}(E_{\gamma}) \quad (2.11)$$

Sowohl das negative 1. Moment  $m_{-1}$  als auch das negative 2. Moment  $\sigma_{-2}$  entspricht der Polarisierbarkeit  $\alpha_D$ :

$$\sigma_{-2} = \frac{4\pi^2 e^2}{\hbar c} \int_0^\infty dE_\gamma E_\gamma^{-2} \sum_\nu (E_\nu - E_0) |\langle \nu | M(E1) | 0 \rangle|^2 \delta(E_\gamma - E_\nu + E_0) \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{4\pi^2 e^2}{\hbar c} \sum_\nu \frac{|\langle \nu | M(E1) | 0 \rangle|^2}{E_\nu - E_0} \\ &= \frac{2\pi^2 e^2}{\hbar c} \cdot \alpha_D. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Daraus folgt die übliche Darstellung der Polarisierbarkeit als Integral über den Photoabsorptionsquerschnitt ([Boh81], [Pie10]):

$$\alpha_D(E1) = \frac{\hbar c}{2\pi^2} \int_0^\infty dE_\gamma \cdot \frac{\sigma_{\text{abs}}(E_\gamma)}{E_\gamma^2}. \quad (2.14)$$

In dieser Darstellung ist der Faktor  $e^2$  unterdrückt worden, um die Polarisierbarkeit in der Einheit  $\text{fm}^3$  angeben zu können.

Die Polarisierbarkeit ist infolge ihrer Abhängigkeit vom Photoabsorptionsquerschnitt eine experimentell zugängliche Größe. Ihr kommt eine besondere Bedeutung in der Kernphysik zu, weil sie in Zusammenhang mit der Zustandsgleichung kalter Kernmaterie gebracht werden kann ([Tam14], [Rei10], [Pie12]).

Die Zustandsgleichung der Kernmaterie stellt zunächst den Zusammenhang zwischen dem Druck und der Teilchendichte in Neutronensternen her und bildet die Grundlage für deren Modellierung [Hae07]. Sie beschreibt außerdem die Bindungsenergie pro Nukleon  $E(\rho, \delta)$  als Funktion der Bindungsenergie für symmetrisch aufgebaute Kernmaterie und einem Asymmetrieterm, der aus der Symmetrieenergie  $S$  und dem Asymmetrieparameter  $\delta$  besteht [Tam14]:

$$E(\rho, \delta) = E(\rho, \delta = 0) + S(\rho)\delta^2 + O(\delta^4). \quad (2.15)$$

Die Nukleonendichte  $\rho$  und der Asymmetrieparameter  $\delta$  sind dabei wie folgt definiert:

$$\rho \equiv \rho_n + \rho_p \quad (2.16)$$

$$\delta \equiv \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_n + \rho_p}, \quad (2.17)$$

mit den Teilchendichten  $\rho_n$  und  $\rho_p$  der Neutronen und Protonen. Die Symmetrieenergie kann um die Sättigungsdichte  $\rho_0 \approx 0,16 \text{ fm}^{-3}$  entwickelt werden [Tam14]:

$$S(\rho) = J + \frac{L}{3\rho_0}(\rho - \rho_0) + O((\rho - \rho_0)^2). \quad (2.18)$$

Der Symmetrieenergie-Parameter  $L$  bestimmt den Druck in Neutronenmaterie und in Neutronensternen [Hor01]. Außerdem ist er näherungsweise proportional zur 4. Potenz des Radius eines Neutronensterns [Lat07].

Je genauer die Symmetrieenergie bestimmt werden kann, umso präzisere Vorhersagen können über die Eigenschaften exotischer Kerne gemacht werden, deren Neutronen- und Protonenzahlen

sich erheblich unterscheiden. Darüber hinaus ist die Symmetrieenergie eine wichtige Eingangsgröße für die Berechnung von Streureaktionen mit Schwerionen. In der Astrophysik spielt sie zum Beispiel eine wichtige Rolle im Zusammenhang mit den Eigenschaften von Neutronensternen oder Supernovae.

Die elektrische Polarisierbarkeit, die an einem Kern im Labor gemessen werden kann, ermöglicht es, den Bereich der bisher als sinnvoll erachteten Werte der Symmetrieenergie weiter einzuschränken und diese Größe mit kleinerer Unsicherheit zu bestimmen ([Heb13], [Heb14], [Typ01]). Die Einschränkung der möglichen Werte für die Symmetrieenergie würde auch zu einem genaueren Asymmetrieparameter im Tröpfchenmodell führen ([Mye77], [Mye98]). Diese Möglichkeit beruht jedoch auf Modell-abhängigen linearen Korrelationen zwischen dem Symmetrieenergie-Parameter  $L$  und der Dicke der Neutronenhaut  $\Delta r_{\text{np}}$  eines Kerns ([Roc11], [Pie12]) sowie zwischen der Dicke dieser Neutronenhaut und der Polarisierbarkeit des gleichen Kerns [Rei10]. Die Dicke der Neutronenhaut ist dabei die Differenz aus den mittleren Radien der Protonen- und Neutronendichteverteilungen ( $\sqrt{\langle r^2 \rangle_{\text{p}}}$ ,  $\sqrt{\langle r^2 \rangle_{\text{n}}}$ ):

$$\Delta r_{\text{np}} = \sqrt{\langle r^2 \rangle_{\text{n}}} - \sqrt{\langle r^2 \rangle_{\text{p}}}. \quad (2.19)$$

Kürzlich wurde in der Arbeit [Roc13] gezeigt, dass die Größe  $\alpha_{\text{D}}J$  mit dem Symmetrieenergie-Parameter  $L$  stark linear korreliert ist. Diese Korrelation konnte in der Arbeit [Tam14] benutzt werden, um aus der Polarisierbarkeit des Kerns  $^{208}\text{Pb}$  den Bereich physikalisch sinnvoller Werte für die Symmetrieenergie-Parameter  $J$  und  $L$  weiter einzuschränken. Die Polarisierbarkeit eines weiteren Kerns, wie zum Beispiel des Kerns  $^{48}\text{Ca}$ , könnte helfen, diesen Bereich noch stärker einzugrenzen.

In [Rei10] wurden Energie-Dichte-Funktionale mit Skyrme-Kräften genutzt, um die Korrelation zwischen der Polarisierbarkeit und der Dicke der Neutronenhaut im Kern  $^{208}\text{Pb}$  zu untersuchen. Daraus ergab sich eine starke Korrelation zwischen beiden Größen für die IVGDR, aber nur eine schwache im Bereich der energetisch tiefliegenden E1-Stärke. Im Gegensatz dazu folgte aus vergleichbaren Modellrechnungen mit relativistischen Potentialen, dass die Korrelation beider Größen für beide Energiebereiche stark sein sollte [Pie10]. In jedem Fall aber gibt es eine solche Korrelation zwischen beiden Größen. Die Polarisierbarkeit des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  würde zusammen mit der kürzlich bestimmten Polarisierbarkeit des Kerns  $^{208}\text{Pb}$  [Tam11] auch die Möglichkeit bieten, zwischen diesen Mean-Field-Modellen mit verschiedenen Potentialansätzen zu unterscheiden [Pie12]. Damit ließen sich neue Informationen über die Wechselwirkungen im Kern gewinnen.

Neben den bereits erwähnten Mean-Field-Modellen aus ([Rei10], [Pie10]) sind mittlerweile auch Coupled-Cluster-Rechnungen für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  [Hag14] verfügbar. Dies stellt eine Besonderheit dar, weil damit in absehbarer Zeit Vorhersagen für die Polarisierbarkeit aus zwei verschiedenen Modellansätzen verfügbar sein werden. In [Pie12] wurde auf der Basis der Mean-Field-Modelle für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  eine Polarisierbarkeit  $\alpha_{\text{D}} = (2,31 \pm 0,09) \text{ fm}^3$  vorhergesagt. Damit ist es im Prinzip möglich, einen experimentell bestimmten Wert direkt mit der Vorhersage zu vergleichen.

Vor diesem Hintergrund bestand das erste Ziel dieser Arbeit darin, die Polarisierbarkeit  $\alpha_{\text{D}}$  aus den Protonenstreudaten des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  [RCNP12] zu bestimmen. Für die Bestimmung der Polarisierbarkeit wurden die E1-Wirkungsquerschnitte im Bereich der IVGDR zwischen  $E_{\text{x}} = 11 \text{ MeV}$  und  $E_{\text{x}} = 26 \text{ MeV}$  ausgewertet. Die Verteilung der E1-Wirkungsquerschnitte erlaubte die Berechnung der korrespondierenden Photoabsorptionsquerschnitte, über die anschließend gemäß Gleichung 2.14 integriert wurde. Während der Kern  $^{40}\text{Ca}$  Ziel zahlreicher Untersuchungen war, wie zum Beispiel in  $(\alpha, \alpha')$ - und  $(e, e'x)$ -Experimenten ([Bra83], [Die94],

[Zwa83]), gibt es weniger vergleichbare Daten für den Kern  $^{48}\text{Ca}$ . Tiefliegende E1-Stärke wurde am Kern  $^{48}\text{Ca}$  im Rahmen von  $(\gamma, \gamma')$ - und  $(\alpha, \alpha'\gamma)$ -Experimenten gemessen ([Hart99], [Sav14]). Die E1-Stärke im Bereich der IVGDR wurde durch ein  $(e, e'n)$ -Experiment [Str98], ein  $(\gamma, \text{abs})$ -Experiment [Kee87] und ein  $(\vec{p}, \vec{p}')$ -Experiment [Bak91] bestimmt.

## 2.2 Elektromagnetische Spin-M1-Stärke im Kern $^{48}\text{Ca}$

In einem Kern führt die Dynamik der Nukleonen zu einer Magnetisierungsstromdichte, an die ein externes elektromagnetisches Feld über seine magnetische Feldkomponente koppeln kann. Da die Übergangswahrscheinlichkeiten der elektromagnetischen Übergänge mit wachsender Multipolordnung stark abnehmen [May84], kommt den Dipolübergängen bei der Untersuchung der Kernstruktur eine besondere Bedeutung zu [Zil15]. Magnetische Dipolübergänge eines Kerns werden durch den magnetischen Dipolmomentoperator vermittelt, siehe auch Abschnitt 3.1. Der magnetische Dipolmomentoperator besteht aus einem Spin- und einem Bahndrehimpulsanteil. Beim doppelt magischen Kern  $^{48}\text{Ca}$  verschwindet der Bahndrehimpulsanteil, was den Kern mit seinem prominenten Spin-M1-Übergang in den Zustand bei einer Anregungsenergie  $E_x = 10,22$  MeV zu einem sehr interessanten und wichtigen Untersuchungsobjekt macht. Allgemein spielt die elektromagnetische Spin-M1-Stärke eine zentrale Rolle bei Neutrino-Streureaktionen an Kernen in Supernovae [Lan04] und der daraus vorhergesagten Reduktion des höherenergetischen Teils im auf der Erde beobachtbaren Neutrinospektrum [Lan08]. Dabei sind die Neutrino-Streuquerschnitte der Kerne von der Verteilung ihrer Gamow-Teller-Stärken abhängig, die aus der M1-Stärke-Verteilung im Rahmen von Elektronenstreuexperimenten erschlossen werden können. Darüber hinaus sind die Spin-M1-Stärke-Verteilungen auch für die Reaktorphysik [MCha11] und für die Modellierung von astrophysikalisch relevanten Neutroneneinfangquerschnitten wichtig [Loe12].

Der Kern  $^{48}\text{Ca}$  stellt im Hinblick auf die elektromagnetische Spin-M1-Übergangsstärke einen Sonderfall dar. Im Schalenmodell gilt für Einteilchenübergänge, die vom magnetischen Momentoperator bei einem Impulsübertrag von  $q \rightarrow 0$  induziert werden, dass sie nicht zwischen Schalen mit ungleichen Hauptquantenzahlen und ungleichen Bahndrehimpulsen stattfinden dürfen, weil dann ihre Matrixelemente verschwinden [Bru76]. Das bedeutet für den Kern  $^{48}\text{Ca}$ , dass nur noch die Anregung des Spin-Freiheitsgrades der Neutronen übrig bleibt, wenn die Protonenschale abgeschlossen ist. Aus einem  $^{48}\text{Ca}(\vec{d}, ^3\text{He})^{47}\text{K}$ -Experiment [Ban84] ist allerdings bekannt, dass auch Protonen mit 2-Teilchen-2-Loch-Beimischungen zur Grundzustandswellenfunktion des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  beitragen, die zu Änderungen der Besetzungswahrscheinlichkeiten der Einteilchenzustände an der Fermikante führen. Die Ursache für diese Abweichung liegt in der Restwechselwirkung zwischen den Nukleonen. Ihr Beitrag ist jedoch vernachlässigbar klein, was in einem  $(\pi, \pi')$ -Experiment gezeigt worden ist [Ste84]. Daher kann davon ausgegangen werden, dass es sich bei dem Übergang um einen reinen Neutronenübergang handelt. In diesem Fall sind das isoskalare und das isovektorielle Matrixelement des M1-Übergangs gleich. Ein solcher Spin-M1-Übergang findet im Kern  $^{48}\text{Ca}$  mit außergewöhnlich großem Wirkungsquerschnitt statt. Dieser Übergang bevölkert den prominenten  $1^+$ -Zustand bei  $E_x = 10,22$  MeV mit der Konfiguration  $((\nu 1f_{7/2})^{-1}(\nu 1f_{5/2})^1)$ . Fast die gesamte M1-Stärke konzentriert sich in diesem Übergang ([Ber82], [Dja80], [Bak91], [Ste84], [Neum97]).

Wegen seiner einfachen Struktur ist dieser Übergang ein Referenzfall für die isovektorielle Retardierung der Spin-M1-Stärke. In einem vor kurzem durchgeführten  $(\gamma, n)$ -Experiment [Tom11] wurde für diesen Übergang eine totale elektromagnetische M1-Stärke  $B(M1) = (6,8 \pm 0,5) \mu_N^2$

gemessen. Dies widerspricht dem Ergebnis des  $(e, e')$ -Experiments aus [Ste84], in dem eine Stärke  $B(M1) = (3,9 \pm 0,3) \mu_N^2$  gemessen wurde. Wenn das Ergebnis aus der  $(\gamma, n)$ -Messung der wahre Wert der M1-Stärke wäre, so würde das bedeuten, dass die Retardierung der M1-Stärke für die fp-Schale [Neu98] nicht mehr konsistent mit der Retardierung der Gamow-Teller-Stärke wäre [MaPi96]. Beides wurde aber erfolgreich für die Modellierung von Prozessen der schwachen Wechselwirkung zum Beispiel im Rahmen der r- und s-Prozesse der Nukleosynthese angewendet [Lan03]. Hier wäre es wichtig, wenn die M1-Stärke mit einer alternativen Methode bestimmt werden könnte. Mit den Protonenstreudaten der vorliegenden Arbeit ist diese Möglichkeit grundsätzlich gegeben, allerdings muss dazu erst ein Verfahren etabliert werden, mit dem die elektromagnetischen Übergangsstärken von Spin-M1-Übergängen aus Protonenstreudaten extrahiert werden kann. Ein derartiges Verfahren basierend auf Isospinsymmetrie wird im Rahmen dieser Arbeit vorgestellt und am Beispiel des Kerns  $^{208}\text{Pb}$  erfolgreich getestet.

## 2.3 Aufbau und Intension der Arbeit

Auf die Einführung in die theoretischen Grundlagen zu den Auswertemethoden dieser Arbeit (Kapitel 3 und 4) folgt die Beschreibung der Experimentier- und Beschleunigeranlage des RCNP, sowie der Spektrenerzeugung (Kapitel 5). Die Extraktion der Polarisierbarkeit und Spin-M1-Stärke erfordert eine zusätzliche Aufbereitung der Spektren, die in Kapitel 6 beschrieben wird. Die Polarisierbarkeit folgt aus der E1-Stärkeverteilung, die mit Hilfe einer in Kapitel 7 beschriebenen Multipolentfaltung der Wirkungsquerschnitte gewonnen wird. Hierauf folgen die Kapitel 8 und 9, in denen die Ergebnisse zur Polarisierbarkeit des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  und des prominenten Spin-M1-Übergangs erarbeitet und diskutiert werden.

Um die Auswertung möglichst nachvollziehbar zu gestalten, befinden sich detaillierte Beschreibungen zu den Auswerteschritten im Anhang.

## Kapitel 3

# Theoretische Hintergründe

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über elektromagnetische Dipolanregungen von Atomkernen, über die inelastische Streuung unpolarisierter Protonen an Atomkernen und über das Quasi-Teilchen-Phonon-Modell, das benutzt wird, um Kernwellenfunktionen zu berechnen. Es ist außerdem auf die wesentlichen Aspekte, die für die Datenanalyse dieser Arbeit relevant sind, ausgerichtet. Folgende Punkte seien aus der Sicht der Datenanalyse hervorgehoben.

**Modellwinkelverteilungen und DWBA-Rechnungen:** Das Kernstück der Analyse der vorliegenden Arbeit sind die experimentellen Winkelverteilungen der Wirkungsquerschnitte. Sie müssen in die Anteile der beitragenden Multipolordnungen zerlegt werden. Hierfür wird eine Multipolentfaltung durchgeführt. Die in der Entfaltung verwendeten Modellwinkelverteilungen wurden im Rahmen des Streuformalismus der Bornschen Näherung mit gestörten Wellen (*Distorted Wave Born Approximation (DWBA)*) berechnet.

**Übergangsdichten aus dem QPM:** Für die DWBA-Rechnungen werden Ein-Teilchen-Übergangsdichten benötigt, die sich aus Rechnungen im Rahmen des Quasi-Teilchen-Phonon-Modells (*Quasiparticle-Phonon Model (QPM)*) ergeben ([Sol92], [Ber99], [Pon14]). Außerdem ist für die DWBA eine explizite Darstellung der Wechselwirkung zwischen Projektil und Kern erforderlich. Da es bisher keine exakte theoretische Beschreibung der Wechselwirkung gegeben hat, wird hier eine effektive Wechselwirkung im Rahmen des *t*-Matrixformalismus nach Love und Franey benutzt [LoFr81].

**Coulombanregung und virtuelle Photonen:** Da die isovektorielle Dipol-Riesenresonanz unter Streuwinkeln unmittelbar um  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  vorwiegend durch die Coulomb-Wechselwirkung angeregt wird [Dja80] und da der Photoabsorptionsquerschnitt eines der primären Analyseziele ist, wird auf die Theorie der Coulombanregung mit relativistischen Ionen eingegangen. Sie basiert auf der Glauber-Theorie, die die Streuung durch den klassischen Stoßparameter parametrisiert und der Eikonal-Approximation, wie sie aus Wentzel-Kramers-Brillouin-Methode [Mac05] bekannt ist. Sie erlaubt außerdem die Beschreibung des Streuprozesses als Austausch von virtuellen Photonen. Ihre Stromdichte pro Raumwinkelement erlaubt die Berechnung des Photoabsorptionsquerschnitts, der wiederum zur Polarisierbarkeit führt.

Die Ausführungen der Abschnitte 3.2 bis 3.4 folgen den Vorlagen aus ([Ber04], [Mac05], [May84], [Sat83], [Sch93], [Mic64], [Tay00]). Auf eine weitere Referenzierung dieser Arbeiten im laufenden Text wird zu Gunsten einer besseren Lesbarkeit verzichtet.

### 3.1 Elektromagnetische Anregungen

Große Teile unseres heutigen Wissens über die Kernstruktur basiert auf der Untersuchung elektromagnetischer Anregungen. Die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen einer elektromagnetischen Sonde und den Nukleonen in einem Kern kann im Rahmen der Quantenelektrodynamik als verstanden angesehen werden. Ein solch weitgehendes Verständnis der Kernkraft konnte im Rahmen der Quantenchromodynamik bisher noch nicht erreicht werden ([Bru76], [Rot11]). Die Untersuchung elektromagnetischer Anregungen von Kernen ist daher von besonderem Interesse.

Die Dynamik der Nukleonen im Kern kann durch Ladungs- und Stromdichten ( $\rho(\vec{r}, t)$  und  $\vec{j}(\vec{r}, t)$ ) beschrieben werden. Es handelt sich dabei um die Ladungsdichte, die Konvektionsstromdichte und die Magnetisierungsstromdichte [Lee75]. Wird ein Kern mit einer elektromagnetischen Sonde untersucht, so koppelt das Feld der Sonde an die Ladungs- und Stromdichten. Dementsprechend wird der Kern angeregt, wenn die Sonde inelastisch gestreut wird. Rein elektromagnetisch anregende Sonden sind das  $\gamma$ -Quant und das Elektron  $e^-$ , wohingegen ein Proton  $p^+$  eine elektromagnetische und hadronische Wechselwirkung mit dem Kern eingeht. Die Übergangsoperatoren für die elektrischen ( $E\lambda\mu$ ) und magnetischen ( $M\lambda\mu$ ) Kernanregungen ergeben sich aus Fermi's Goldener Regel mit dem Hamiltonoperator:

$$H = \frac{1}{c} \int d^3r \vec{j}(\vec{r}, t) \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) + \int d^3r \rho(\vec{r}, t) \phi(\vec{r}, t). \quad (3.1)$$

Dabei ist  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  das Vektorpotential und  $\phi(\vec{r}, t)$  das skalare Potential des äußeren elektromagnetischen Feldes, das den Kern anregt. Die Lichtgeschwindigkeit wird dabei durch die Größe  $c$  repräsentiert. Eine detaillierte Ableitung expliziter Ausdrücke für die Übergangsoperatoren befindet sich in der Arbeit [Bru76]. Die Gleichungen 3.2 und 3.3 geben die Ergebnisse dieser Ableitungen als Definitionen wider. Der Parameter  $\lambda$  gibt dabei die Multipolordnung des Operators an. So handelt es sich zum Beispiel für  $\lambda = 1$  jeweils um einen Dipolmomentoperator.

**Definition (Elektromagnetische Übergangsoperatoren):**

$$M(E\lambda, \mu) = e \cdot \sum_{k=1}^A r_k^\lambda \cdot Y_{\lambda\mu}(\vec{\Omega}_k) \quad (3.2)$$

$$M(M\lambda, \mu) = \sum_{k=1}^A \left[ g_{s,k} \cdot \vec{s}_k + \frac{2g_{l,k}}{\lambda+1} \cdot \vec{l}_k \right] \cdot \vec{\nabla}_k (r_k^\lambda \cdot Y_{\lambda\mu}(\vec{\Omega}_k)) \mu_N. \quad (3.3)$$

$\lambda$	Gesamtdrehimpuls $L$ (Multipolordnung)	$e$	Elementarladung
$\mu$	$z$ -Komponente des Gesamtdrehimpulses	$\mu_N$	Nukleares Magneton
$\vec{\Omega}$	Vektor der Winkelkoordinaten $\theta, \phi$	$r$	Betrag des Ortsvektors
$\vec{s}$	Einteilchen-Spinoperator	$g_s/g_l$	$g$ -Faktoren für Spin/Bahndrehimpuls
$\vec{l}$	Einteilchen-Bahndrehimpulsoperator		siehe auch Abschnitt A.11

Die Übergangsoperatoren lassen sich unter Verwendung des Isospinformalismus und in der Langwellennäherung mit  $qr \ll 1$  in einen isoskalaren (IS) und einen isovektoriellen (IV) Anteil aufspalten [Har01], siehe dazu auch die Ableitung im Anhang A.11. Dieser Darstellungswechsel, der in den Gleichungen 3.4 und 3.5 zusammengefasst ist, bietet den Vorteil, dass neben der Spin-



und Drehimpulsquantenzahl auch der Isospin als Quantenzahl auftritt. Damit ist es möglich, Kernanregungen von einem allgemeineren und übersichtlicheren Standpunkt aus zu charakterisieren.

### Darstellungswechsel (Elektromagnetische Übergangsoperatoren):

$$M(E\lambda, \mu) = \frac{1}{2} \cdot e \cdot \sum_{k=1}^A r_k^\lambda \cdot Y_{\lambda\mu}(\vec{\Omega}_k) - e \cdot \sum_{k=1}^A t_{zk} \cdot r_k^\lambda \cdot Y_{\lambda\mu}(\vec{\Omega}_k) \quad (3.4)$$

$$M(M\lambda, \mu) = \left[ \sum_{k=1}^A \left( \frac{1}{2} \cdot g_s^{\text{IS}} \vec{s}_k + \frac{1}{\lambda+1} \cdot \vec{l}_k \right) \cdot \vec{\nabla}_k (r_k^\lambda \cdot Y_{\lambda\mu}(\vec{\Omega}_k)) \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^A t_{zk} \left( \frac{1}{2} \cdot g_s^{\text{IV}} \vec{s}_k - \frac{2}{\lambda+1} \cdot \vec{l}_k \right) \cdot \vec{\nabla}_k (r_k^\lambda \cdot Y_{\lambda\mu}(\vec{\Omega}_k)) \right] \mu_N. \quad (3.5)$$

$\lambda$	Gesamtdrehimpuls $L$ (Multipolordnung)	$e$	Elementarladung
$\mu$	$z$ -Komponente des Gesamtdrehimpulses	$t_z$	$z$ -Komponente des Isospinoperators
$\vec{\Omega}$	Vektor der Winkelkoordinaten $\theta, \phi$	$\mu_N$	Nukleares Magneton
$\vec{s}$	Einteilchen-Spinoperator	$g_s^{\text{IS/IV}}$	IS/IV Spin- $g$ -Faktor
$\vec{l}$	Einteilchen-Bahndrehimpulsoperator	$r$	Betrag des Ortsvektors

Die isovektoriellen Anteile der Übergangsoperatoren enthalten die  $z$ -Komponente des Isospinoperators  $t_z$ . Dabei wird angenommen, dass die Nukleonen als punktförmige Teilchen behandelt werden können und dass relativistische Effekte keine Rolle spielen. Der Vergleich beider Übergangsoperatoren macht deutlich, dass die elektrischen Übergänge stattfinden, ohne dass der Spin eines Nukleons geändert wird. Damit bleibt der Gesamtspin  $S$  erhalten und es ist  $\Delta S = 0$ . In beiden Fällen sind aber Änderungen des Isospins  $T$  mit  $\Delta T = 1$  möglich, die durch die isovektoriellen Anteile der Operatoren vermittelt werden. Nur der magnetische Übergangsoperator kann auch den Gesamtspin ändern. Hier ist also  $(\Delta S = 1, \Delta T = 0)$  oder  $(\Delta S = 1, \Delta T = 1)$  möglich. Jede dieser Anregungen ist an die verschiedenen Änderungen des Gesamtdrehimpulses  $L$  mit  $\Delta L = 0, 1, 2, \dots$  gekoppelt.

#### 3.1.1 Elektrische Dipolanregungen

In einem einfachen geometrischen Bild liegen elektrischen Dipolanregungen eines Kerns verschiedene charakteristische Schwingungsformen der Nukleonen zugrunde. Drei typische Schwingungsformen treten in Kernen mit Neutronenüberschuss auf. Sie spiegeln sich in entsprechenden Strukturen in den Spektren dieser Kerne wider: ein tief liegender 2-Phonon-Zustand  $[2^+ \otimes 3^-]_{1^-}$ , die Pygmy-Dipol-Resonanz (PDR) und die isovektorielle elektrische Dipolriesenresonanz (IVGDR) oberhalb der Neutronenseparationsschwelle  $S_n$ , siehe Abbildung 3.1.

Bei sphärischen Kernen liegt unterhalb einer Anregungsenergie von 5 MeV ein isolierter  $1^-$ -Zustand, der zu einem Satz von 5 Zuständen mit  $J^\pi = 1^-, \dots, 5^-$  gehört. Er entsteht aus der Kopplung einer Quadrupol- mit einer Oktupolschwingung der Kernoberfläche [Vog71].

Unter dem Begriff der PDR wird im Allgemeinen die Ansammlung von E1-Anregungen im Bereich unterhalb der Neutronenseparationsschwelle verstanden. Sie wurde insbesondere in Kernen

untersucht, deren Schalen entweder fast oder vollständig abgeschlossen sind [Sav13]. Derzeit ist es Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten, inwieweit die PDR einen kollektiven Charakter besitzt ([Lit09], [Pap12]). Eine in jüngster Zeit diskutierte Erklärung des Ursprungs der PDR basiert auf Schalenmodell-Rechnungen, die nahelegen, dass die primären kollektiven Ein-Teilchen-Zustände bei einer Anregungsenergie von  $1\hbar\omega$  durch die repulsive Restwechselwirkung im Wesentlichen zu höheren Energien in den Bereich der IVGDR verschoben werden, wobei ein kleiner nicht kollektiver Rest im Bereich der PDR verbleibt ([Schw10], [Uts14]). Die Mischung der Zustände im Bereich der IVGDR mit höheren Teilchen-Loch-Konfigurationen, insbesondere von 2-Teilchen-2-Loch-Anregungen (2T2L) zum Grundzustand führen bei mittelschweren bis schweren Kernen zu einer Fragmentierung der Zustände und damit zur eigentlichen IVGDR [Spe80]. In leichten Kernen wie zum Beispiel dem Kern  $^{48}\text{Ca}$  trägt die Zerfallsbreite wesentlich zur Ausbildung der IVGDR bei. Alternativ kann die PDR in einem geometrischen Bild als Schwingung der überschüssigen Neutronen gegen einen Kern mit  $N \approx Z$  interpretiert werden. Die PDR hätte dann einen mehr kollektiven Charakter ([Lit09], [Pap12]).

Die Beobachtung der IVGDR durch Bothe und Gentner im Jahr 1937 war historisch bedeutsam [Bot37]. Sie beobachteten im Rahmen ihrer Photoabsorptionsmessungen an verschiedenen Kernen ausgeprägte resonanzartige Strukturen in den Spektren. Später wurden diese Beobachtungen durch Baldwin und Klaiber [Bal47] an Uranisotopen betätigt. Die IVGDR wird im hydrodynamischen Modell ([Gol48], [Ste50]) durch die gegenphasige Schwingung der Protonen gegen die Neutronen erklärt. Dabei werden die Protonen und Neutronen als Flüssigkeiten behandelt.

Die IVGDR enthält in der Regel den größten Teil der totalen elektrischen Dipol-Anregungsstärke [Zil15]. Der totale Photoabsorptionsquerschnitt  $\sigma_{\text{abs}}(E_\gamma)$  sollte im Bereich der IVGDR die modellunabhängige Thomas-Reiche-Kuhn-Summenregel  $S_1(E1)$  erfüllen, siehe Gleichung 2.6. Wegen des repulsiven Charakters der Teilchen-Loch-Wechselwirkung, liegt der Großteil der E1-Anregungsstärke zwischen Anregungsenergien von etwa  $E_x = 11$  MeV und  $E_x = 26$  MeV [Bro59]. Die Position des Maximums  $E_{\text{res}}$  der Resonanz hängt näherungsweise von der Massenzahl  $A$  ab und verhält sich wie [Har01]:

$$E_{\text{res}} = (31,2 \cdot A^{-1/3} + 20,6 \cdot A^{-1/6}) \cdot \text{MeV}. \quad (3.6)$$

Eine häufig genutzte Methode zur Untersuchung der elektrischen Dipolübergänge im Bereich der PDR ist die Anregung mit Photonen aus einem Bremsstrahlungsspektrum und anschließender Messung des Zerfalls der resonant angeregten Zustände (Kern-Resonanz-Fluoreszenz-Methode) ([Met59], [Kne96], [Kne06]). Die Methode ist jedoch durch die Neutronenseparationsschwelle auf Anregungsenergien bis etwa  $E_x = 10$  MeV beschränkt. Diese Einschränkung nach oben gibt es zum Beispiel in  $(\gamma, n)$ -Experimenten nicht. Da der Neutronennachweis jedoch technisch aufwendig ist, um seine Unsicherheiten klein zu halten, stellt die Coulombanregung mit Elektronen, Protonen und Ionen eine wichtige Alternative dar ([Win75], [Ber85], [Ata10], [Wie15], [Ros13]). In diesem Fall sind die differentiellen Wirkungsquerschnitte mit den Matrixelementen verknüpft, die den  $\gamma$ -Zerfall der angeregten Zustände charakterisieren. Die Coulombanregung kann im Rahmen der Methode virtueller Photonen [Ber85] behandelt werden. Bei der Protonenstreuung interferiert die Coulombanregung mit der hadronischen Anregung. Im Bereich kleiner Streuwinkel um  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  dominiert die Coulombanregung den experimentellen Wirkungsquerschnitt, wie im Abschnitt 3.5 demonstriert wird.

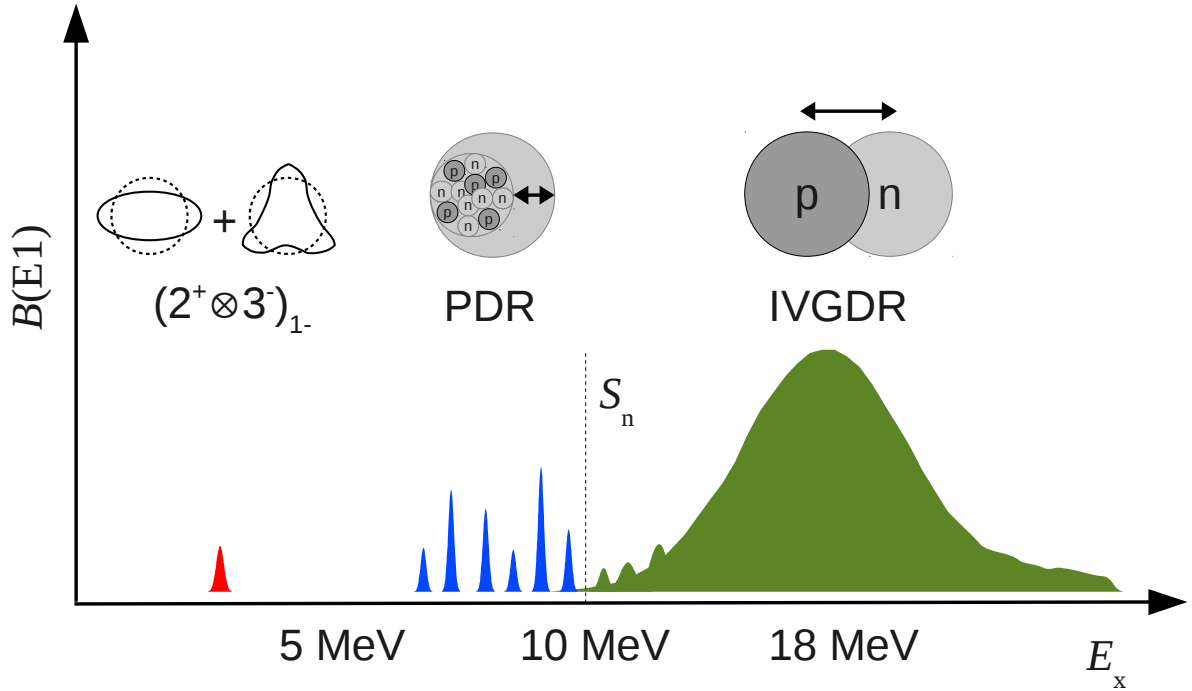


Abbildung 3.1: Schematische E1-Stärkeverteilung eines Atomkerns in vereinfachter Darstellung, nach [Har01].

### 3.1.2 Magnetische Dipolanregungen

Aus der Gleichung 3.5 ergibt sich für  $\lambda = 1$  der magnetische Dipolmomentoperator. Er besitzt einen Spinanteil, der an die magnetischen Momente der Nukleonen koppelt, und einen Bahnanteil, der einer Änderung der Magnetisierungsverteilung durch die Bewegung der Nukleonen im Kern entspricht. Im Schalenmodell liegen die M1-Zustände ohne die Berücksichtigung der Restwechselwirkung zwischen den Teilchen-Loch-Zuständen in einem Bereich um  $E_x = 1\hbar\omega \approx 40 \cdot A^{-1/3}$  MeV verstreut. Das Einschalten der Restwechselwirkung bewirkt eine Entmischung der Spin- und Bahndrehimpuls-Zustände, weil sie für die Spin-Komponente einen repulsiven Charakter im Gegensatz zur Bahndrehimpuls-Komponente hat [Hey10]. Da die Bahnstärke mit der Grundzustandsdeformation korreliert, verschwindet sie in magischen Kernen, weil diese keine Grundzustandsdeformation aufweisen [Hey10].

Eine typische Verteilung der M1-Stärke ist mit Hilfe einer Random-Phase-Näherung für den deformierten Kern  $^{152}\text{Sm}$  in [Ric98] abgeschätzt worden und in Abbildung 3.2 zu sehen. Etwa 90 % der M1-Stärke konzentriert sich in diesem Fall als Spin-Anregung in einer Resonanzartigen Struktur bei höheren Energien, während die Bahndrehimpuls-Zustände bei niedrigeren Energien liegen [Har01]. Die Bahndrehimpuls-Stärke liegt in einem Anregungsenergiebereich um  $E_x = 3$  MeV und wird als *Scheren-Mode* bezeichnet. Ihr Name rührt daher, dass die axial verformten Protonen- und Neutronen-Verteilungen wie die Blätter einer Schere geringfügig gegeneinander schwingen. Die Scheren-Mode wurde erstmals am Kern  $^{156}\text{Gd}$  im Rahmen eines Elektronenstreuexperiments untersucht [Boh84].

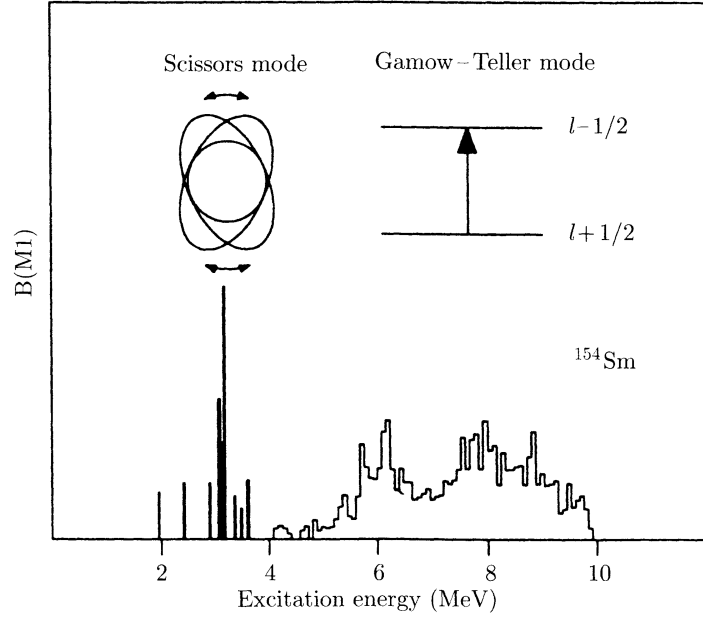


Abbildung 3.2: M1-Anregungsspektrum auf der Basis einer RPA-Rechnung für den Kern  $^{154}\text{Sm}$ , aus [Ric98].

Eine zentrale Fragestellung bei der Untersuchung von M1-Anregungen ist, inwieweit die gemessene isovektorielle M1-Stärke mit der aus dem Ein-Teilchen-Schalenmodell berechneten Stärke verträglich ist. Außer in leichten Kernen übertreffen die Stärken aus den Modellrechnungen die gemessenen Stärken um etwa einen Faktor 2, wie zum Beispiel im Fall des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  [Neu98]. Dieses Phänomen wurde zuerst an Gamow-Teller-Übergängen untersucht, für die derselbe Faktor gefunden wurde. Das Phänomen, dass bisher immer nur ein Teil der vorhergesagten M1- bzw. GT-Stärken gemessen werden konnten, wird als Retardierung bezeichnet. Dem heutigen Wissensstand nach gibt es vier Mechanismen, die die Retardierung verursachen können ([Ric85], [Hey10], sowie Referenzen darin). So kann die Beimischung der Wellenfunktionen von  $0\hbar\omega$ -Neutronen zum Grundzustand eines Kerns zu einer verringerten M1-Stärke führen. Die Korrelation von  $2\hbar\omega$ -Protonen mit dem Grundzustand reduziert ebenfalls die M1-Stärke. Eine solche Korrelation ist beim Kern  $^{48}\text{Ca}$  aber vernachlässigbar [Ban84]. Ein anderer Effekt, der M1-Stärke aus dem Anregungsenergiebereich der Ein-Teilchen-Ein-Loch-Anregungen um  $E_x \approx 10$  MeV in einen höheren Anregungsenergiebereich um  $E_x = 40$  MeV transportiert, besteht in der Mischung der Ein-Teilchen-Ein-Loch-Zustände mit energetisch höher liegenden Viel-Teilchen-Viel-Loch-Zuständen infolge der Tensor-Wechselwirkung. Diese energetisch höher liegenden Viel-Teilchen-Viel-Loch-Zustände liegen jedoch außerhalb des Schalenmodell-Raums, weshalb es zu keiner Reduktion der Stärke kommt. Darüber hinaus ist es möglich, dass ein Teil der Stärke durch die Anregung von  $\Delta(1232)$ -Loch-Konfigurationen in den Bereich um  $E_x = 300$  MeV wandert.

In [Mats10] wurde auch die Retardierung der isoskalaren Spin-M1-Stärke an gerade-gerade Kernen mit  $N = Z$  untersucht. Dort konnte durch Protonenstreuexperimente unter  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  an den Kernen  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{36}\text{Ar}$ ,  $^{40}\text{Ca}$  deutlich gemacht werden, dass die Retardierung der isoskalaren Stärke in den Nukliden der sd-Schale wahrscheinlich 0 ist.

## 3.2 Grundelemente der Streutheorie

In einem Streuprozess wechselwirkt ein Projektil mit einem Kern, - es findet also im weitesten Sinn eine Reaktion statt, wobei das Projektil selbst ein Atomkern sein kann. Die Reaktion hat einen sogenannten Eingangs- und mehrere Ausgangskanäle. Die Ausgangskanäle lassen sich nach verschiedenen Reaktionsmechanismen gruppieren:

- elastische Streuung
- inelastische Streuung
- Kernreaktionen im eigentlichen Sinn.

Die elastische Streuung führt zu einer Änderung der Richtung der Impulse von Projektil und Kern. Die Zusammensetzung des Projektils und des Kerns bleiben erhalten. Innere Freiheitsgrade werden bei keinem der Reaktionspartner angeregt. Bei der inelastischen Streuung findet zusätzlich eine innere Anregung mindestens eines Reaktionspartners statt. Wenn sich außerdem die Zusammensetzungen der Reaktionspartner durch die Wechselwirkung ändern, handelt es sich um Kernreaktionen. Die Situation ist in Abbildung 3.3 zusammengefasst. Ein Projektil  $a$  wechselwirkt im Eingangskanal mit dem Kern  $A$ . Daraufhin finden alle Reaktionen statt, die für die gegebenen kinematischen Bedingungen möglich sind. Daher gibt es je nach Reaktionstyp mehrere Ausgangskanäle für die Ejektile  $(b+B)$ ,  $(c+C)$ , usw. Die unterschiedlichen Bezeichner im Eingangs- und Ausgangskanal deuten an, dass auch ein Teilchenaustausch zwischen Projektil und Kern möglich ist.

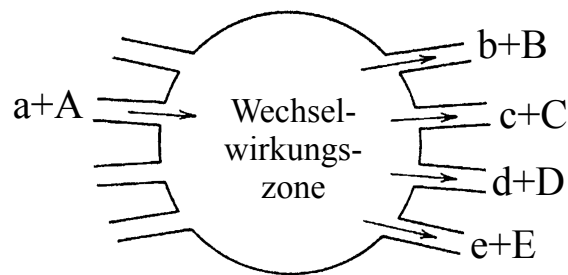


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung von Streureaktionen eines Projektils  $a$  an einem Kern  $A$  mit einem Eingangskanal (linke Seite) und mehreren Ausgangskanälen (rechte Seite), siehe Text. Entnommen aus [Tay00].

Für Streuprozesse der beschriebenen Arten sind folgende Größen erhalten:

1. Anzahl der Nukleonen,
2. Elektrische Ladung,
3. Energie,
4. Impuls,
5. Drehimpuls und
6. Parität.

Im Folgenden wird von einer Streureaktion der Form  $A(a,b)B$  ausgegangen. Die Überlegungen beschränken sich damit auf genau einen Ausgangskanal. Vor der Reaktion  $A(a,b)B$  bilden Projektil  $a$  und Kern  $A$  ein System in dem Zustand  $|\psi_\alpha\rangle = |\psi_a\psi_A\rangle = |\psi_a(\vec{\xi}_a)\rangle|\psi_A(\vec{\xi}_A)\rangle$ , wobei  $\psi_a$  die Projektil- und  $\psi_A$  die Kernwellenfunktion beschreiben. Die internen Koordinaten werden mit den entsprechenden Indizes durch den Vektor  $\vec{\xi}$  repräsentiert. Die Zustandsvektoren nach der Reaktion können analog mit den Indizes  $b$  und  $B$  notiert werden:

$$\underbrace{a + A}_{|\psi_\alpha\rangle} \rightarrow \underbrace{b + B}_{|\psi_\beta\rangle}. \quad (3.7)$$

Die internen Koordinaten sind zum Beispiel die Quantenzahlen des Kerns und richten sich nach dem Modell, das zur Beschreibung des Kerns verwendet wird. Die Kernstruktur wird dabei von dem Hamiltonoperator  $\hat{H}_A(\vec{\xi})$  festgelegt, in dem die inneren Koordinaten als Operatoren auftreten. Die Zustandsvektoren des Kerns genügen also der Schrödingergleichung:

$$\hat{H}_A(\vec{\xi}_A)|\psi_A\rangle = \epsilon_A|\psi_A\rangle. \quad (3.8)$$

Eine analoge Gleichung gilt für das Projektil:

$$\hat{H}_a(\vec{\xi}_a)|\psi_a\rangle = \epsilon_a|\psi_a\rangle. \quad (3.9)$$

Für das Gesamtsystem kann nun ein Hamiltonoperator definiert werden, der nur die internen Koordinaten der Reaktionspartner berücksichtigt. Dieser ist gegeben durch  $\hat{H}_\alpha(\vec{\xi}_\alpha) = \hat{H}_a + \hat{H}_A$ . Damit lässt sich die Schrödingergleichung im Eingangskanal schreiben als:

$$\hat{H}_\alpha(\vec{\xi}_\alpha)|\psi_\alpha\rangle = \epsilon_\alpha|\psi_\alpha\rangle, \quad (3.10)$$

mit  $\epsilon_\alpha = \epsilon_a + \epsilon_A$ . Die Dynamik des gesamten Systems ergibt sich dann aus einem Hamiltonoperator, der den Operator für die relative kinetische Energie, den Hamiltonoperator für die internen Koordinaten und den Operator für das Wechselwirkungspotential zwischen Projektil und Kern enthält:

$$\hat{H}(\vec{r}_\alpha, \vec{\xi}_\alpha) = \hat{T}_\alpha(\vec{r}_\alpha) + \hat{H}_\alpha(\vec{\xi}_\alpha) + \hat{V}_\alpha(\vec{r}_\alpha, \vec{\xi}_\alpha). \quad (3.11)$$

$\hat{T}_\alpha(\vec{r}_\alpha)$	Kinetische Energie in Abhängigkeit vom Abstandsvektor $\vec{r}_\alpha$ zwischen $a$ und $A$
$\hat{V}_\alpha(\vec{r}_\alpha, \vec{\xi}_\alpha)$	Wechselwirkungsoperator zwischen $a$ und $A$
$\vec{\xi}_\alpha$	Abkürzung für die Vektoren $(\vec{\xi}_a, \vec{\xi}_A)$

Wenn das Projektil in den Wechselwirkungsbereich des Potentials  $V_\alpha(\vec{r}_\alpha, \vec{\xi}_\alpha)$  eindringt, sorgt dieses für die Anregung des Kerns aus dem ursprünglichen Grundzustand  $|\psi_0\rangle$  in einen angeregten Zustand  $|\psi_\alpha\rangle$ . Umgekehrt kann auch das Projektil durch den Kern angeregt werden. Wenn nur Zwei-Körper-Kräfte betrachtet werden, die zwischen den Nukleonen des Projektils und den Nukleonen des Kerns wirken, hat der Operator des Potentials  $V_\alpha(\vec{r}_\alpha, \vec{\xi}_\alpha)$  die Form:

$$\hat{V}_\alpha(\vec{r}_\alpha, \vec{\xi}_\alpha) = \hat{V}_{\text{Coul}} + \sum_{i=1}^a \sum_{j=a+1}^{a+A} \hat{v}_{ij}(\vec{r}, \vec{l}, \vec{\sigma}, \vec{\tau}). \quad (3.12)$$

$\hat{V}_{\text{Coul}}$	Operator der Coulomb-Wechselwirkung für geladene Projektile
$\hat{v}_{ij}$	Operator der kurzreichweitigen Zwei-Körper-Wechselwirkung
$\vec{l}$	Drehimpuls(-Operator)
$\vec{\sigma}$	Spin(-Operator)
$\vec{\tau}$	Isospin(-Operator)
$a$	Massenzahl des Projektils
$A$	Massenzahl des Kerns

Mit der Ersetzung  $|\Psi\rangle = |\psi_\alpha\rangle$  und der Unterdrückung der Indizes an den Argumenten des Hamiltonoperators kann die Schrödingergleichung nun für das gesamte System in kompakter Form notiert werden:

$$\hat{H}(\vec{r}, \vec{\xi})|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle. \quad (3.13)$$

Für den Ausgangskanal  $\beta$  gelten die Gleichungen 3.8 bis 3.13 in analoger Form. Diese Unterscheidung hebt hervor, dass die Wechselwirkungen zwischen dem Projektil und dem Streupräparat im Eingangskanal sowie zwischen den Ejektilen im Allgemeinen verschieden sind.

Die Zustandsvektoren  $|\Psi\rangle$  können nach einer vollständigen Basis  $|\psi_i\rangle$  entwickelt werden:

$$|\Psi\rangle = \sum_i \chi_i(\vec{r}_\alpha) |\psi_i(\vec{\xi}_\alpha)\rangle, \quad (3.14)$$

mit  $\vec{r}_\alpha = \vec{r}_a - \vec{r}_A$ . Die Koeffizienten  $\chi_i$  beschreiben dann die Relativbewegung zwischen Projektil und Kern im Eingangskanal. Sie sind damit die Projektionen von  $|\Psi\rangle$  auf den Zustand des Systems im Eingangskanal  $\alpha$ :

$$\chi_i(\vec{r}_\alpha) = \langle \psi_i | \Psi \rangle \equiv \int d^m \xi_\alpha \cdot \psi_i^*(\vec{\xi}_\alpha) \Psi. \quad (3.15)$$

Die Entwicklung von  $|\Psi\rangle$  nach den Eigenzuständen  $|\psi_i\rangle$  umfasst auch die unendlich vielen Kontinuumszustände von  $a$  und  $A$ . Diese werden für die exakte Lösung von Nukleonenaustauschreaktionen benötigt, nicht jedoch für die inelastische Streuung. Daher wird der Zustandsraum für diese Entwicklung beschränkt, sodass er nur eine begrenzte Anzahl an Vektoren gebundener Zustände im Eingangskanal enthält:

$$|\Psi'\rangle = \sum_{i=0}^{N_{\text{max}}} u_i(\vec{r}_\alpha) |\psi_i(\vec{\xi}_\alpha)\rangle. \quad (3.16)$$

Für große  $\vec{r}_\alpha$  haben die exakten Koeffizienten  $\chi_i$  und die Modellkoeffizienten  $u_i$  das gleiche asymptotische Verhalten. Auf kurzen Distanzen kann ihr Verhalten jedoch sehr unterschiedlich sein. Daher werden mittlere, effektive Potentiale in der Schrödingergleichung gewählt, um diesen Effekt soweit wie möglich zu reduzieren. Um eine Übergangsamplitude für den Übergang von  $\alpha \rightarrow \beta$  zu berechnen, wird davon ausgegangen, dass sich Projektil und Kern im Grundzustand befinden und sich  $|\Psi\rangle$  aus einer ebenen Welle mit dem relativen Impuls  $\vec{p}_\alpha$  im Eingangskanal sowie einer Kugelwelle in allen energetisch erlaubten Ausgangskanälen zusammensetzt. Dieser Zustand  $|\Psi\rangle$  sei im Folgenden mit  $|\Psi_\alpha^+\rangle$  bezeichnet.

Das Symbol '+' bedeutet, dass es sich auch um eine auslaufende Welle handelt, und der Index ' $\alpha$ ' verweist darauf, dass die auslaufende Welle von einer ebenen Welle aus dem Eingangskanal

stammt. Das heißt, dass  $|\Psi_\alpha^+\rangle$  eine Lösung im Eingangskanal ist, die sich asymptotisch aus einer ebenen und einer Kugelwelle zusammensetzt. Dieser Zustand lässt sich nach den Eigenfunktionen des Teilchensystems im Ausgangskanal entwickeln:

$$|\Psi_\alpha^+\rangle = \sum_j \chi_{\alpha j}^+(\vec{r}_\beta) |\psi_j(\vec{\xi}_\beta)\rangle. \quad (3.17)$$

Die Koeffizienten  $\chi_{\alpha j}^+(\vec{r}_\beta)$  beschreiben die Relativbewegung der Reaktionspartner im Ausgangskanal und sind die Projektionen von  $|\Psi_\alpha^+\rangle$  auf den Eigenraum des Ausgangskanals:

$$\chi_{\alpha j}^+(\vec{r}_\beta) = \langle \psi_j | \Psi_\alpha^+ \rangle = \int d^m \xi_\beta \cdot \psi_j^*(\vec{\xi}_\beta) \Psi_\alpha^+. \quad (3.18)$$

Diese Koeffizienten sollen sich für  $\vec{r}_\beta \rightarrow \infty$  als Summe einer ebenen Welle  $\phi_\alpha$  und einer Kugelwelle  $\phi_\beta$  darstellen lassen, wobei die sogenannte Streuamplitude  $f_{\beta\alpha}(\vec{k}_\beta, \vec{k}_\alpha)$  auf folgende Weise eingeführt wird:

$$\phi_\alpha = e^{i\vec{k}_\alpha \vec{r}_\alpha} \quad (3.19)$$

$$\phi_\beta = f_{\beta\alpha}(\vec{k}_\beta, \vec{k}_\alpha) \cdot \frac{e^{i\vec{k}_\beta \cdot \vec{r}_\beta}}{r_\beta}. \quad (3.20)$$

Damit lassen sich die Koeffizienten näherungsweise beschreiben durch:

$$\chi_{\alpha j}^+(\vec{r}_\beta) \approx \phi_\alpha \delta_{\alpha j} + \phi_\beta. \quad (3.21)$$

Von der Schrödingergleichung ausgehend, kann ein Ausdruck für die Streuamplitude abgeleitet werden. Die Schrödingergleichung für die auslaufende Welle lautet:

$$(E - \hat{T}_\beta(r_\beta) - \hat{H}_\beta(\vec{\xi}_\beta)) |\Psi_\alpha^+\rangle = \hat{V}_\beta(\vec{r}, \vec{\xi}) |\Psi_\alpha^+\rangle. \quad (3.22)$$

Wird diese Gleichung mit  $\langle \psi_j^*(\vec{\xi}_\beta) |$  erweitert und über  $d^m \xi_\beta$  integriert, so ergibt sich folgende Gleichung für die Koeffizienten  $\chi_j$ , die die Relativbewegungen der Ejektile je nach Zustand  $|\psi_j\rangle$  beschreiben:

$$(E_j - K_\beta) \chi_j(\vec{r}_\beta) = \int d^m \xi_\beta \cdot \psi_j^*(\vec{\xi}_\beta) V_\beta(\vec{r}_\beta, \vec{\xi}_\beta) \Psi_\alpha^+ = \langle \psi_j | V_\beta | \Psi_\alpha^+ \rangle. \quad (3.23)$$

Diese Gleichung kann formal mit Hilfe der Greenschen Funktionen und mit der Nebenbedingung gelöst werden, dass sich die Koeffizienten als Summe einer ebenen und einer Kugelwelle schreiben lassen. Ihre Lösung lautet, wobei  $\mu_\beta$  die reduzierte Masse im Ausgangskanal ist:

$$\chi_j(\vec{r}_\beta) = e^{i\vec{k}_\alpha \cdot \vec{r}_\alpha} \delta_{j\alpha} - \left( \frac{\mu_\beta}{2\pi\hbar^2} \right) \int d^3 r'_\beta \cdot \langle \psi_j | V_\beta | \Psi_\alpha^+ \rangle \frac{e^{ik_\beta |\vec{r}_\beta - \vec{r}'_\beta|}}{|\vec{r}_\beta - \vec{r}'_\beta|}. \quad (3.24)$$

Das Kroneckersymbol bewirkt, dass der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung nur im elastischen Fall  $j = \alpha$  auftritt.

Im Grenzfall  $r_\beta \gg r'_\beta$  kann  $|\vec{r}_\beta - \vec{r}'_\beta|$  durch  $r_\beta - \hat{r}_\beta \cdot \vec{r}'_\beta = r_\beta - \hat{k}_\beta \cdot \vec{r}'_\beta$  genähert werden. Dabei bezeichnet das Symbol ' $\wedge$ ' den Einheitsvektor. Diese Bedingung ist erfüllt, wenn die Ejektile hinreichend weit voneinander entfernt sind, sodass ihre Wechselwirkung vernachlässigbar klein ist. Durch den Vergleich mit Gleichung 3.15 ergibt sich für die Streuamplitude:

$$f_{\beta\alpha}(\vec{k}_\beta, \vec{k}_\alpha) = - \left( \frac{\mu_\beta}{2\pi\hbar^2} \right) \langle e^{i\vec{k}_\beta \cdot \vec{r}'_\beta} \psi_j | V_\beta | \Psi_\alpha^+(\vec{k}_\alpha) \rangle \quad (3.25)$$

$$= - \left( \frac{\mu_\beta}{2\pi\hbar^2} \right) \int \int d^m \xi_\beta d^3 r'_\beta \cdot e^{i\vec{k}_\beta \cdot \vec{r}'_\beta} \psi_j^*(\vec{\xi}_\beta) V_\beta(\vec{r}'_\beta, \vec{\xi}_\beta) \Psi_\alpha^+(\vec{k}_\alpha). \quad (3.26)$$



Mit der Streuamplitude lässt sich nun die Übergangsamplitude  $T_{\beta\alpha}$  für den Übergang vom Zustand  $|\Psi_\alpha^+\rangle$  des Gesamtsystems im Eingangskanal in einen Zustand  $|\psi_j\rangle$  im Ausgangskanal definieren:

$$T_{\beta\alpha}^j \equiv -\frac{2\pi\hbar^2}{\mu_\beta} f_{\beta\alpha} \quad (3.27)$$

$$= \langle e^{i\vec{k}_\beta \cdot \vec{r}'_\beta} \psi_j | V_\beta | \Psi_\alpha^+(\vec{k}_\alpha) \rangle. \quad (3.28)$$

Der experimentell zugängliche differentielle Streuquerschnitt  $d\sigma_{\beta\alpha}^j/d\Omega \equiv d\sigma_{\beta\alpha}/d\Omega$  hängt direkt mit der Streuamplitude zusammen. Der Streuquerschnitt ergibt sich aus der quantenmechanischen Teilchenstromdichte  $j_a = n_0 \cdot v_a \cdot |\phi_a|^2$ , die in die Wechselwirkungszone im Laborsystem einfällt, und der Teilchenstromdichte  $j_e = n_0 \cdot v_e \cdot |\phi_e|^2$ , die in das Raumwinkelement  $d\Omega$  ausläuft, siehe Abbildung 3.4. Dabei bedeutet  $n_0$  die Teilchendichte. Die Wellenfunktion  $\phi_a$  beschreibt eine ebene Welle,  $\phi_e$  eine Kugelwelle.

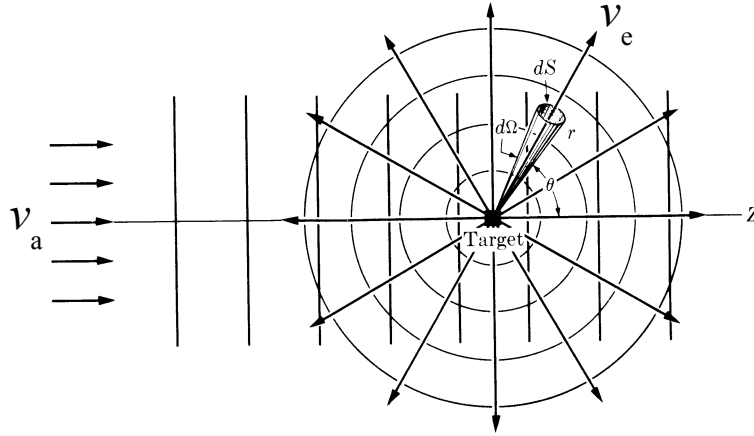


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung des quantenmechanischen Streuprozesses an einem Kern im Laborsystem. Teilchen fallen als ebene Welle mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_a$  in den Bereich der Wechselwirkung ein. Ein Teil von ihnen wird mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_e$  in das Raumwinkelement  $d\Omega$  aus dem Primärstrahl herausgestreut, aus [Alo93].

Der Übergang ins Schwerpunktsystem führt zu den Abbildungen der Geschwindigkeiten im Laborsystem auf die Relativgeschwindigkeiten im Schwerpunktsystem:  $\vec{v}_a \mapsto \vec{v}_\alpha$  und  $\vec{v}_e \mapsto \vec{v}_\beta$ . Entsprechend werden die Stromdichten unter Erhalt der Teilchenrate auf der Fläche des Detektors im Raumwinkelement  $d\Omega$  transformiert. Das Raumwinkelement wird ebenfalls transformiert. Der Streuquerschnitt sei damit im Schwerpunktsystem definiert als:

$$\frac{d\sigma_{\beta\alpha}}{d\Omega} = \frac{j_\beta r^2}{j_\alpha}. \quad (3.29)$$

Dabei ist  $r$  der Abstand des Detektors vom Streuzentrum. Mit den Gleichungen 3.19 für die einlaufende ebene Welle und 3.20 als auslaufende Kugelwelle ergibt sich, dass der Streuquerschnitt proportional zum Quadrat der Streuamplitude ist:

$$\frac{d\sigma_{\beta\alpha}}{d\Omega} = \frac{n_0 \cdot v_\beta \cdot |\phi_\beta|^2 \cdot r^2}{n_0 \cdot v_\alpha \cdot |\phi_\alpha|^2} = \left( \frac{v_\beta}{v_\alpha} \right) |f_{\beta\alpha}(\vec{k}_\beta, \vec{k}_\alpha)|^2. \quad (3.30)$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt lässt sich nun durch die Übergangsamplitude ausdrücken:

$$\frac{d\sigma_{\beta\alpha}}{d\Omega} = \frac{\mu_\alpha\mu_\beta}{4\pi^2\hbar^4} \left( \frac{k_\beta}{k_\alpha} \right) |T_{\beta\alpha}(\vec{k}_\beta, \vec{k}_\alpha)|^2. \quad (3.31)$$

Diese Gleichung gilt nur für den einfachen Fall, dass es sich um einen Kern mit Gesamtdrehimpuls  $I = 0$  im Grundzustand handelt. Sie ist dennoch elementar, weil sie aufzeigt, wie der experimentell zugängliche Streuquerschnitt mit der Wechselwirkung zwischen den Ejektilen des Streuprozesses verknüpft ist. Da neben dem Potential  $V_\beta(\vec{r}_\beta, \vec{\xi}_\beta)$ , das den Streuprozess ausmacht, auch der Hamiltonoperator  $\hat{H}_\beta$  in den Hamiltonoperator für das Gesamtsystem eingeht, enthält die Streuamplitude und damit der Streuquerschnitt Information über die innere Struktur der Ejektile.

In einem Protonenstreuexperiment, wie es für die Daten der vorliegenden Arbeit durchgeführt worden war, kann ein einfallendes Proton als strukturlos angesehen werden. Treffen Protonen zum Beispiel auf einen  $^{48}\text{Ca}$ -Kern, so enthält der Streuquerschnitt Informationen einerseits über die Kernstruktur des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  im Rahmen der elastischen und inelastischen Streuung und andererseits über die Folgeprodukte von Kernreaktionen am Kern  $^{48}\text{Ca}$  der Form  $(p, p'x)$ , wobei  $x$  zum Beispiel sein kann  $x = p, n, \alpha, \gamma$ . Da im Experiment nur die gestreuten Protonen detektiert wurden und sonst keine anderen Teilchen, sind die Ausgangskanäle auf die elastische und inelastische Streuung sowie  $(p, p'x)$ -Reaktionen beschränkt. Abbildung 3.5 verdeutlicht diesen Zusammenhang.

Die Reaktionen, bei denen sich drei oder mehr Teilchen im Ausgangskanal befinden, können weiter differenziert werden. So kann die Emission des dritten Teilchens, zum Beispiel ein Neutron  $n$ , die Folge des Zerfalls einer Riesenresonanz sein, die mittels inelastischer  $(p, p')$ -Streuung angeregt worden ist. Ein Neutron kann aber auch direkt als drittes Teilchen vom einfallenden Proton herausgeschlagen werden. Die beiden Prozesse tragen unterschiedlich zum Gesamtwirkungsquerschnitt bei [Car01].

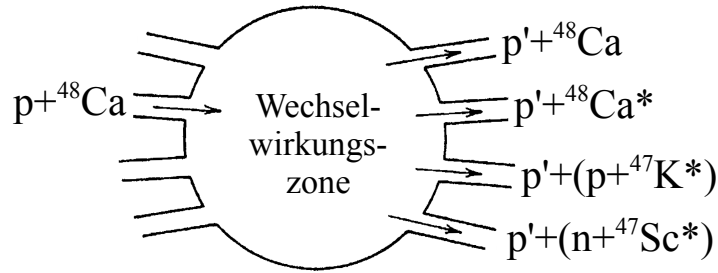


Abbildung 3.5: Schematische Darstellung von möglichen  $(p, p'x)$ -Streureaktionen am Kern  $^{48}\text{Ca}$  (linke Seite) und mehreren Ausgangskanälen (rechte Seite), die dadurch festgelegt sind, dass nur gestreute Protonen im Experiment nachgewiesen werden, aus [Tay00].

Darüber hinaus wird deutlich, dass die Potentiale im Eingangs- und Ausgangskanal der Reaktion nicht gleich sein müssen. Da die exakten Potentiale nicht zugänglich sind, wird in der Praxis für beide Kanäle ein gemeinsames effektives Potential verwendet.

### 3.3 Streuung mit gestörten Wellen

Die Konstruktion der formalen Lösungen für das Streuprobblem, wie sie im vorigen Abschnitt beschrieben worden ist, berücksichtigt nicht, dass das mittlere Kern- und das Coulombpotential die einfallenden ebenen Wellen in der Wechselwirkungszone verzerren. In der Wechselwirkungszone, das heißt im Kerninneren, liegen keine ebenen Wellen mehr vor, sondern sogenannte gestörte Wellen. Die gestörten Wellen sind dabei die Lösungen der Schrödingergleichung für ein effektives lokales optisches Potential  $U_\beta(r_\beta)$ , das die elastische Streuung der Ejektile beschreibt. Es approximiert das wahre Potential  $V_\beta(\vec{\xi}_\beta, \vec{r}_\beta)$  aus Gleichung 3.22. Die Differenz ist die verbleibende Restwechselwirkung  $W_\beta = V_\beta(\vec{\xi}_\beta, \vec{r}_\beta) - U_\beta(r_\beta)$ . Damit lässt sich Gleichung 3.23, die die nachfolgende Form hat,

$$(E_j - K_\beta)\chi_j(\vec{r}_\beta) = \langle \psi_j | V_\beta | \Psi_\alpha^+ \rangle \quad (3.32)$$

schreiben als:

$$(E_j - K_\beta - U_\beta(r_\beta))\chi_j(\vec{r}_\beta) = \langle \psi_j | W_\beta | \Psi_\alpha^+ \rangle. \quad (3.33)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung ist im Sinne der Störungsrechnung eine kleine Störung. Die Lösung der Gleichung ergibt sich aus den Lösungen  $\phi_j^+$  der assoziierten homogenen Gleichung:

$$(E_j - K_\beta - U_\beta(r_\beta))\phi_j^+(\vec{k}_\beta, \vec{r}_\beta) = 0. \quad (3.34)$$

Die Lösungsfunktionen  $\phi_j^+(\vec{k}_\beta, \vec{r}_\beta)$  repräsentieren die gestörten Wellen. Auch sie haben die asymptotische Form einer einfallenden ebenen Welle plus einer auslaufenden Kugelwelle:

$$\phi_j^+(\vec{k}_\beta, \vec{r}_\beta) \underset{r_\beta \rightarrow \infty}{\approx} e^{i\vec{k}_\beta \cdot \vec{r}_\beta} + f_\beta^0(\theta) \cdot \frac{e^{i\vec{k}_\beta \cdot \vec{r}_\beta}}{r_\beta}. \quad (3.35)$$

Dabei ist  $f_\beta^0(\theta)$  die Streuamplitude nur aufgrund des optischen Potentials  $U_\beta(r_\beta)$ .  $\theta$  bezeichnet an dieser Stelle den Streuwinkel zwischen  $\vec{k}_\beta$  und  $\vec{k}_\alpha$ . Für eine vollständige Lösung des Problems werden zusätzlich die Funktionen  $\phi_j^-$  benötigt, die aus einer ebenen Welle und einer einlaufenden Kugelwelle bestehen. Sie entstehen aus der Zeitumkehr der Funktionen  $\phi_j^+$ .

Für die homogene Gleichung der gestörten Wellen (Gleichung 3.34) kann wiederum mit Hilfe der Greenschen Funktionen eine formale Lösung gefunden werden:

$$\chi_j(\vec{r}_\beta) = \phi_i^+(\vec{k}_\beta, \vec{r}_\beta)\delta_{i\beta} + \int d^3r'_\beta G_\beta^+(\vec{r}_\beta, \vec{r}'_\beta) \langle \psi_j | W_\beta | \Psi_\alpha^+ \rangle. \quad (3.36)$$

Damit hat die Übergangsamplitude folgende Form:

$$T_{\beta\alpha}(\vec{k}_\beta, \vec{k}_\alpha) = T_\beta^0(\vec{k}_\beta, \vec{k}_\alpha)\delta_{\alpha\beta} + \langle \phi_j^-(\vec{k}_\beta) | \psi_j | W_\beta | \Psi_\alpha^+(\vec{k}_\alpha) \rangle. \quad (3.37)$$

Der erste Term  $T_\beta^0$  bedeutet die Übergangsamplitude für die elastische Streuung. Sie ist durch das effektive optische Potential  $U_\beta$  bestimmt:

$$T_\beta^0(\vec{k}_\beta, \vec{k}_\alpha) = \langle e^{i\vec{k}_\beta \cdot \vec{r}_\beta} | U_\beta | \phi_\beta^+(\vec{k}_\alpha) \rangle. \quad (3.38)$$

Dies macht deutlich, dass das effektive optische Potential aus den Streuquerschnitten der elastischen Streuung gewonnen werden kann, da die Übergangsamplitude unmittelbar in den experimentell zugänglichen Streuquerschnitt eingeht. Es unterstreicht auch, dass die Kopplung zwischen Projektil und Kern schwach sein muss. Das bedeutet, dass die elastische Streuung gegenüber der inelastischen dominiert. Inelastische Streuung oder Austauschreaktionen müssen sich als kleine Störungen behandeln lassen.

### 3.4 Optische Potentiale

Wird ein Projektil an einem Kern gestreut, so lassen sich die Streuprozesse auch derart klassifizieren, dass es nur die sogenannte formelastische Streuung und die Absorption des Projektils am Kern gibt. Ein absorbiertes Projektil kann entweder nahezu sofort wieder emittiert werden oder es bildet mit dem Kern einen längerlebigen Verbund-Kern. Erfolgt die Emission sofort, handelt es sich um eine direkte Reaktion. Die Zerfallsmöglichkeiten eines Verbund-Kerns sind vielfältig. Auch er kann in den Eingangskanal zurück zerfallen. Dieser Prozess heißt verbundelastisch. Er ist von der formelastischen Streuung experimentell nicht zu unterscheiden. Allgemein wird daher nur von der elastischen Streuung gesprochen, die beide Anteile enthält.

Der Ansatz, die Streuprozesse in die zwei Kategorien formelastische Streuung und Absorption zu unterteilen, führt zur Definition optischer Potentiale. Dies geschieht in Anlehnung an die Optik. Die Streuung ist demnach vergleichbar mit der Wechselwirkung von Licht mit einer trüben Glaskugel. Entweder wird das Licht an der Oberfläche gestreut oder es wird absorbiert [Fes54].

Damit nicht nur die formelastische Streuung, sondern auch die Absorption durch das Potential beschrieben wird, muss es eine komplexe Darstellung haben. Aus dem Potential-Ansatz  $U(r) = V_r(r) + iW_i(r)$ , der in die zeitabhängige Schrödingergleichung eingesetzt und mit den quantenmechanischen Ladungs- und Stromdichten weiterverarbeitet wird, folgt eine nicht erfüllte Kontinuitätsgleichung. Ihr inhomogener Term enthält den Imaginärteil des Potentials, der damit den Verlust aus der einfallenden Stromdichte, und damit aus dem elastischen Kanal, durch die Absorption beschreibt.

Eine in der Praxis bewährte Parametrisierung des Realteils  $V_r(r)$  und des Imaginärteils  $W_i(r)$  berücksichtigt verschiedene physikalische Effekte und erlaubt eine neue Klassifizierung der Absorptionsmechanismen. Experimente haben gezeigt, dass es sinnvoll ist, das optische Potential in einen Oberflächen- (O) und einen Volumenterm (V) aufzuteilen. Ist die Einschussenergie eines stoßenden Teilchens  $E_p \leq 20$  MeV, so dominiert die Absorption an der Oberfläche des Kerns, was als Oberflächenabsorption bezeichnet wird. Bei Einschussenergien  $E_p \geq 80$  MeV dringt das Projektil dagegen tiefer in den Kern ein, und es wird von Volumenabsorption gesprochen.

Für die Beschreibung des Volumenabsorptionsterms im optischen Potential hat sich die Annahme einer Woods-Saxon-Form ( $F(r)$ ) bewährt, die in Anlehnung an das Schalenmodell gewählt ist. Die Oberflächenabsorption wird dagegen in der sogenannten Thomas-Form ( $G(r)$ ) geschrieben, siehe unten. Da unpolarisierte Projektile bei der Streuung polarisiert werden, gibt es außerdem einen realen und imaginären Spin-Bahn-Term (ls), der ebenfalls Thomas-Form hat. Vervollständigt wird das optische Potential durch das Coulomb-Potential  $V_{\text{Coul}}$ .

Damit hat es die allgemeine Form [Cap09]:

$$U(r) = V_{\text{Coul}} + V_r(r) + iW_i(r), \quad (3.39)$$

mit dem Realteil:

$$V_r(r) = -V_{r,V} \cdot F_{r,V}(r) + 4V_{r,O} \cdot a_{r,O} \cdot G_{r,O}(r) + \left( \frac{\hbar}{m_{\pi}c} \right)^2 V_{r,ls} \cdot G_{r,ls}(r) \cdot \vec{L} \vec{S}, \quad (3.40)$$

und dem Imaginärteil:

$$W_i(r) = -W_{i,V} \cdot F_{i,V}(r) + 4W_{i,O} \cdot a_{i,O} \cdot G_{i,O}(r) + \left( \frac{\hbar}{m_{\pi}c} \right)^2 W_{i,ls} \cdot G_{i,ls}(r) \cdot \vec{L} \vec{S}, \quad (3.41)$$

und den Parametrisierungen:

$$F_{k,m}(r) = \left( 1 + \exp \left( \frac{r - r_{k,m} A^{1/3}}{a_{k,m}} \right) \right)^{-1} \quad \text{mit } k = r, i \wedge m = V, O, \text{ls}, \quad (3.42)$$

$$G_{k,m}(r) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} F_{k,m}(r) \quad \text{mit } k = r, i \wedge m = V, O, \text{ls}. \quad (3.43)$$

Ferner bedeutet  $m_\pi$  die Pionenmasse, und  $(\hbar/(m_\pi c))^2 \approx 2 \text{ fm}^2$  ist das Quadrat der Comptonwellenlänge, die für die Reichweite der Kernkraft typisch ist. Sie wird hier als Skalenparameter verwendet. Darüber hinaus bedeuten:

$V_{r,m}$	Potentialtiefe des Realteils mit Oberflächen- und Volumentermen ( $m = O, V$ ),
$W_{i,m}$	Potentialtiefe des Imaginärteils mit Oberflächen- und Volumentermen ( $m = O, V$ ),
$a_{k,m}$	Randunschärfe ( $k = i, r, m = O, V, \text{ls}$ ),
$r_{k,m}$	Radiusparameter zur Angabe der Reichweite ( $k = i, r, m = O, V, \text{ls}$ ),
$A$	Massenzahl.

### 3.5 Die Nukleon-Kern-Wechselwirkung

In der Streutheorie wird die Wechselwirkung zwischen den Nukleonen eines Projektils und den Nukleonen des Kerns durch die Coulomb-Wechselwirkung und eine kurzreichweitige Nukleon-Nukleus-Wechselwirkung (NNW) beschrieben, siehe Gleichung 3.12 und die nachfolgende Operator-Gleichung:

$$V_\alpha(\vec{r}_\alpha, \vec{\xi}_\alpha) = V_{\text{Coul}} + \sum_{i=1}^a \sum_{j=a+1}^{a+A} v_{ij}(\vec{r}, \vec{l}, \vec{\sigma}, \vec{\tau}). \quad (3.44)$$

Bei hohen Einfallsenergien kann  $v_{ij}$  durch eine lokale Darstellung der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung  $v_{\text{NN}}$  für zwei freie Nukleonen ersetzt werden [Ker59]. Üblicherweise wird die Streuung von zwei freien Nukleonen im Rahmen der Impuls-Approximation mit gestörten Wellen (*Distorted Wave Impulse Approximation (DWIA)*) behandelt, die bei höheren Einschussenergien  $E_p \geq 400 \text{ MeV}$  hinreichend genau ist. Für Einschussenergien  $E_p > 100 \text{ MeV}$  können ihre Resultate jedoch als Näherung in der Nukleon-Kern-Streuung verwendet werden [Pet81].

Die NNW setzt sich aus drei Beiträgen zusammen, einem Zentralanteil mit der Amplitude  $v_Z$  für radialsymmetrische Kräfte, einem Tensoranteil mit der Amplitude  $v_T$  für nicht-zentrale Kräfte und einem Spin-Bahn-Anteil mit der Amplitude  $v_{\text{LS}}$  [Fra85]:

$$v_{ij} \approx v_{\text{NN}} = v_Z(r) + v_T(r) S_{12} + v_{\text{LS}}(r) \vec{L} \vec{S}. \quad (3.45)$$

$\vec{L}$	$= (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times (\vec{p}_1 - \vec{p}_2)$ relativer Bahndrehimpuls,
$\vec{S}$	$= \vec{s}_1 + \vec{s}_2$ relativer Spin,
$S_{12}$	$= 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \hat{\vec{r}})(\vec{\sigma}_2 \cdot \hat{\vec{r}}) - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$ Tensorterm,
$\vec{\sigma}_k$	Pauli-Spin-Matrizen $k = 1, 2$ ,
$\hat{\vec{r}} = \vec{r}/r$	Einheitsvektor des relativen Abstands.

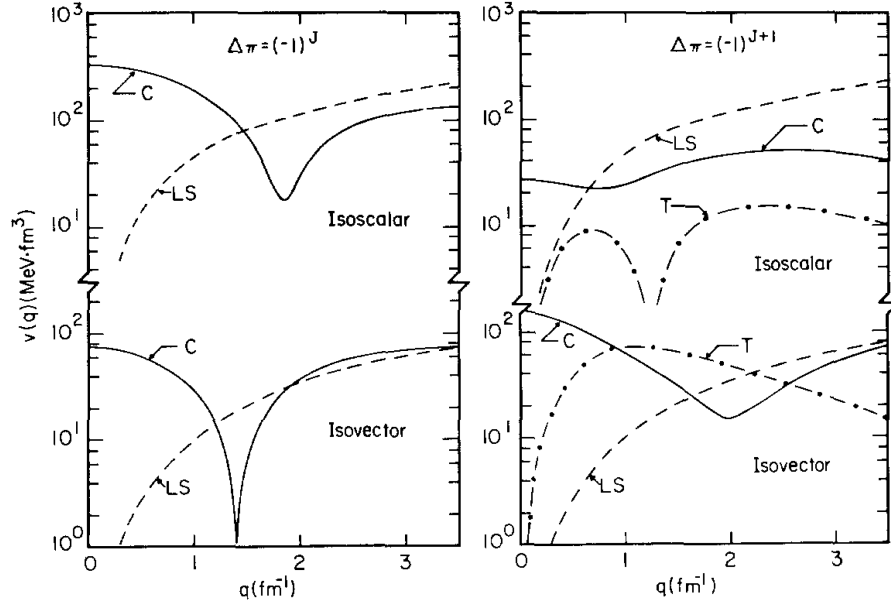


Abbildung 3.6: Aufteilung der vollständigen NNW in die drei Komponenten Zentralanteil (C), Tensoranteil (T) und Spin-Bahn-Anteil (LS) in Abhängigkeit vom Impulstransfer für Übergänge natürlicher (links) und unnatürlicher Parität (rechts) sowie jeweils isoskalarer und isovektorieller Natur. Entnommen aus [Pet81].

Die Amplituden werden üblicherweise durch Yukawa-Funktionen dargestellt, die auf die Mesonen-Austauschtheorie der starken Wechselwirkung zurückgehen. Diese Aufteilung ist durch experimentelle Befunde motiviert, die sich sowohl durch das Studium der allgemeinen Kerncharakteristika als auch durch Streuexperimente ergeben haben [Fra99]. Im Bereich von Impulsüberträgen mit  $q \leq 0,15 \text{ fm}^{-1}$ , wie sie beim  $^{48}\text{Ca}$ -Experiment vorlagen, dominiert der Zentralterm sowohl für Übergänge mit natürlicher als auch unnatürlicher Parität und für isoskalare wie isovektorielle Anregungen, siehe Abbildung 3.6. Der Tensorterm ist in dieser Abbildung nicht gezeichnet, weil er sich nur wenig mit dem Impulsübertrag ändert. Seine Werte liegen im Bereich zwischen  $v_T = (20 - 160) \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$  [Pet81].

Der Zentralteil  $v_Z$  der NNW umfasst mehrere Beiträge verschiedenen Ursprungs: einen spinunabhängigen Term  $v_0$ , einen rein spin- und einen rein isospinabhängigen Term ( $v_\sigma(r)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)$ ,  $v_\tau(r)(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2)$ ) sowie einen spin-isospinabhängigen Term  $v_{\sigma\tau}(r)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2)$ :

$$v_Z(r) = v_0(r) + v_\sigma(r)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) + v_\tau(r)(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) + v_{\sigma\tau}(r)(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2). \quad (3.46)$$

Der Operator  $\vec{\sigma}$  induziert einen Übergang mit einer Spinänderung von  $\Delta S = 1$ . Der Isospin-Operator  $\vec{\tau}$  ändert den Isospin um  $\Delta T = 1$ . Alle Anregungen, an denen  $\vec{\tau}$ -Operatoren beteiligt sind, heißen isovektoriell (IV), alle anderen Anregungen isoskalar (IS).

Abbildung 3.7 zeigt für einen Impulsübertrag  $q = 0$ , wie die Volumenintegrale der Amplituden im Zentralanteil der NNW von der Energie des einfallenden Nukleons abhängen. Der spinunabhängige Zentralanteil dominiert, besitzt aber ein globales Minimum bei etwa  $E_p = 300 \text{ MeV}$ . Um zu beurteilen, bei welcher Einschussenergie vorwiegend isovektorielle Anregungen stattfinden, ist der Verlauf des Verhältnisses  $|v_{\sigma\tau}/v_0|^2$  in Abbildung 3.8 gezeichnet. Eine vertikale Linie markiert

die Einschussenergie des  $^{48}\text{Ca}$ -Experiments von  $E_p = 295$  MeV, die aus folgendem Grund derart gewählt wurde: Das Verhältnis der beiden Anteile liegt bei dieser Energie in der Nähe des globalen Maximums des Graphen. Das bedeutet, dass hier die maximale Sensitivität für Anregungen über den  $\vec{\sigma}\vec{\tau}$ -Operator liegt. Neben den isovektoriellen Anregungen finden auch isoskalare statt. Der Graph des Verhältnisses  $|v_\sigma/v_{\sigma\tau}|^2$  macht deutlich, dass unter den experimentellen Bedingungen des  $^{48}\text{Ca}$ -Experiments auch mit einem isoskalaren Beitrag zu rechnen ist. Zwar fällt dieser absolut gesehen klein aus, aber bei  $E_p = 295$  MeV liegt das Verhältnis IS/IV auf der absteigenden Flanke eines Maximums. Die beiden Graphen machen außerdem deutlich, wie sehr es auf die experimentellen Bedingungen ankommt, welche Reaktion den Streuprozess dominiert. So wären höhere Energien besonders geeignet, um auch isoskalare Anregungen zu studieren. Der spinunabhängige Anteil der NNW  $v_0$  nimmt bei  $E_p = 300$  MeV ein Minimum an, was für den Streuprozess bedeutet, dass dort die Störung der einfallenden ebenen Wellen am kleinsten ist.

Für die DWBA-Rechnungen dieser Arbeit wurde die  $t$ -Matrix-Parametrisierung der NNW nach [LoFr81] verwendet. Sie gilt für Einschussenergien von  $E_p = (100 - 800)$  MeV und nutzt eine phänomenologische Beschreibung der freien Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung.

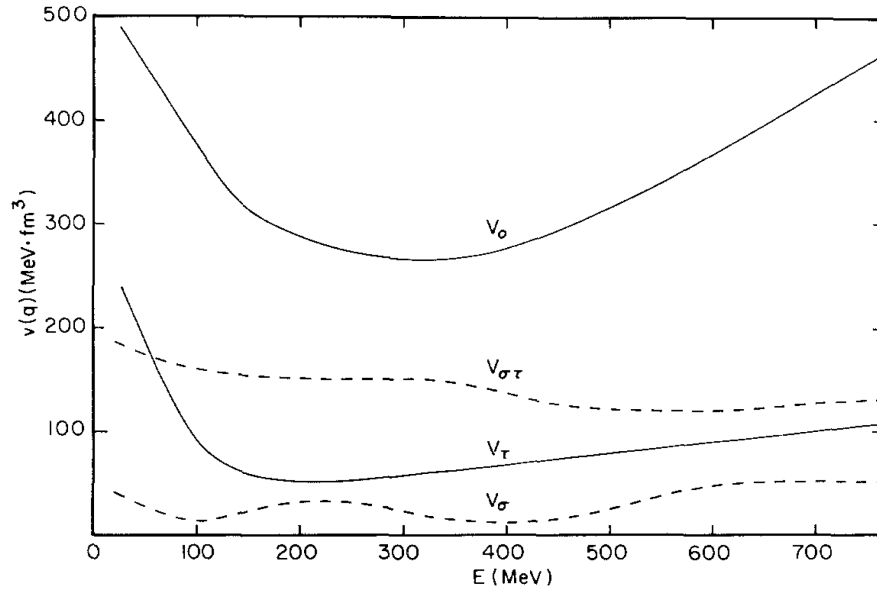


Abbildung 3.7: Volumenintegrale über die Amplituden des Zentralterms der NNW in Abhängigkeit von der Projektilenergie für  $q = 0$ , aus [Pet81].

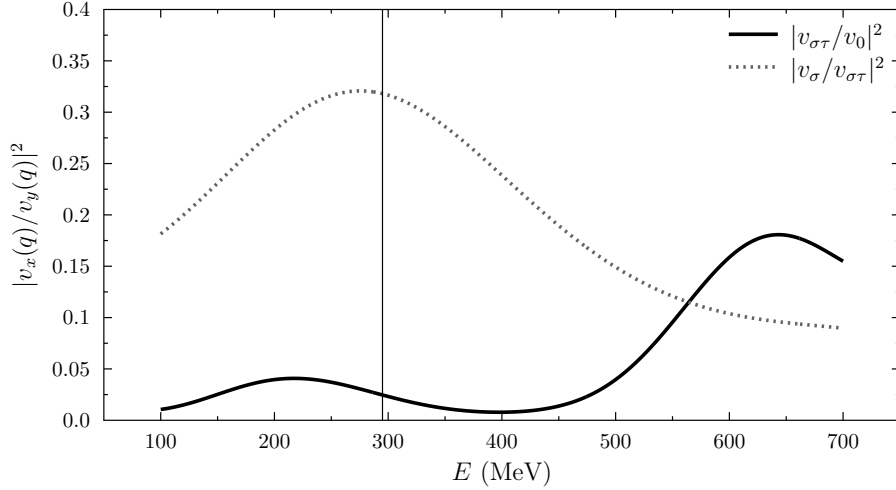


Abbildung 3.8: Verlauf der Sensitivitätskoeffizienten für die Verhältnisse  $|v_{\sigma\tau}/v_0|^2$  und  $|v_{\sigma}/v_{\sigma\tau}|^2$ . Das erste Verhältnis gibt Auskunft darüber, in welchem Energiebereich isovektorielle Anregungen dominieren. Das zweite macht die Konkurrenz zwischen isoskalarer und isovektorieller Anregung deutlich.

### 3.6 Coulomb-Anregung und virtuelle Photonen

Protonenstreuung unter  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  ist nicht nur ein geeignetes Werkzeug, um Spin-M1-Übergänge zu untersuchen. Unter extremen Vorwärtswinkeln dominiert die Coulomb-Anregung des Kerns durch die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen dem einfallenden Proton und den Protonen im Kern [Dja80]. Der nukleare Wirkungsquerschnitt mit der gleichen Multipolordnung ( $\lambda = 1 \rightarrow \text{E1}$ ) ist dann klein gegenüber dem elektromagnetischen. Deshalb ist der differentielle Wirkungsquerschnitt unter  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  näherungsweise direkt proportional zum elektromagnetischen Übergangsmatrixelement des jeweiligen Anfangs- und Endzustands. Auf diese Weise ist die Struktur des Kerns unmittelbar einsehbar. Darüber hinaus ist es möglich, den äquivalenten Photoabsorptionsquerschnitt aus Protonenstreudaten zu berechnen, wenn die Coulomb-Anregung im Rahmen der Theorie der virtuellen Photonen behandelt wird. Der Photoabsorptionsquerschnitt wird in dieser Arbeit benutzt, um die elektrische Polarisierbarkeit zu bestimmen. Die folgende Darstellung folgt in wesentlichen Teilen Vorlagen von ([Ber88], [Ber04], [Har01], [Win79]).

Die Dominanz der Coulomb-Wechselwirkung unter extremen Vorwärtswinkeln wird auf zwei Arten demonstriert. Zum einen macht dies der Vergleich von DWBA-Rechnungen deutlich, in denen die Nukleon-Nukleus-Wechselwirkung (NNW) einmal abgeschaltet und einmal angeschaltet wird, während die Coulomb-Wechselwirkung immer eingeschaltet bleibt. Zum anderen kann dies im Rahmen einer semiklassischen Theorie der Coulomb-Anregung motiviert werden.

Abbildung 3.9 zeigt den Vergleich zwischen dem Coulomb-Streuquerschnitt und dem nuklearen Streuquerschnitt für den (p,p')-induzierten Übergang in einen  $1^-$ -Zustand im Bereich der IVGDR des Kerns  $^{48}\text{Ca}$ . Dieser Zustand liegt repräsentativ im Bereich der IVGDR, die unter der Annahme einer nahezu reinen Coulomb-Anregung analysiert wurde. Die gezeigte Winkelverteilung resultiert aus einer DWBA-Rechnung mit RPA-Amplituden aus dem Quasi-Teilchen-Phonon-Modell [Pon13].



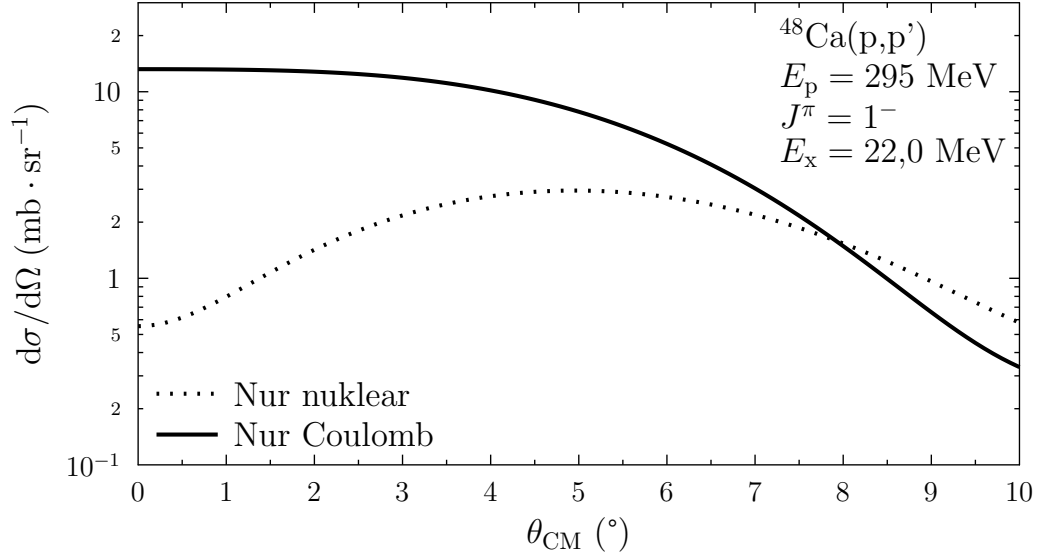


Abbildung 3.9: Vergleich des Coulomb-Wirkungsquerschnitts mit dem nuklearen Wirkungsquerschnitt für einen theoretischen E1-Übergang vom Grundzustand des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  zu einem  $1^-$ -Zustand bei  $E_x = 22,0 \text{ MeV}$ . Der Vergleich zeigt, dass die Coulomb-Wechselwirkung den Wirkungsquerschnitt bei einem Streuwinkel von  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  dominiert.

Der Vergleich macht deutlich, dass die nukleare Anregung tatsächlich nur wenig zum Wirkungsquerschnitt nahe  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  beiträgt.

In der semiklassischen Streuung wird davon ausgegangen, dass sich das Projektil auf einer hyperbolischen Bahn im Sinne der Rutherford-Streuung bewegt, siehe Abbildung 3.10. Bei hohen Energien erfolgt seine Bewegung dann auf einer nahezu geradlinigen Bahn, die von der Wechselwirkung praktisch nicht beeinflusst wird. Die Übergangswahrscheinlichkeit für die Anregung aus dem Grundzustand in einen angeregten Zustand wird quantenmechanisch mit Hilfe der Störungstheorie berechnet. Dabei ist der Wirkungsquerschnitt das Produkt aus dem Rutherfordschen Wirkungsquerschnitt und der Übergangswahrscheinlichkeit. Ist der Stoßparameter  $b$  in der semiklassischen Streuung größer als die Reichweite der NNW, so kann von einer nahezu reinen Coulomb-Wechselwirkung ausgegangen werden. Beim Übergang zum relativistischen Fall können die im Laborsystem zu erwartenden Streuwinkel  $\theta_{\text{lab}}$  mit der Rutherfordschen Ablenkfunktion näherungsweise berechnet werden durch [Har01]:

$$\theta_{\text{lab}} = \frac{2Z_1Z_2c^2e^2}{b\mu c^2(\gamma - 1/\gamma)}. \quad (3.47)$$

Dabei bedeuten:

$Z_1$	Ladung des Projektils (hier Proton)	$\mu c^2/c^2$	Reduzierte Masse in $\text{MeV}/c^2$
$Z_2$	Ladung des gestoßenen Kerns	$\gamma$	$= 1/\sqrt{1 - \beta^2} = 1 + T_p/(m_p c^2)$
$e$	Elementarladung	$T_p$	Kinetische Energie des Protons
		$m_p c^2$	Ruhemasse des Protons in $\text{MeV}$

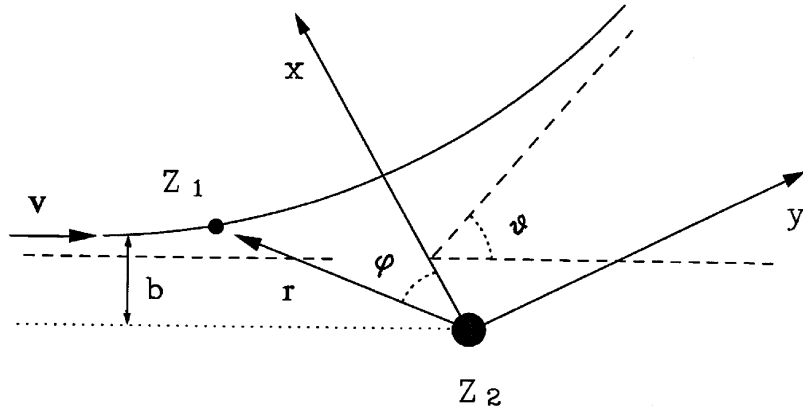


Abbildung 3.10: Coulomb-Anregung eines Kerns in semi-klassischer Näherung. Ein Kern mit der Ladung  $Z_2$  wird von einem Projektil mit der Ladung  $Z_1$  über die Coulomb-Wechselwirkung angeregt. Das Projektil hat dabei die Geschwindigkeit  $\mathbf{v} = \vec{v}$  und den Stoßparameter  $b$ .

Die Coulomb-Anregung eines Kerns mit einem geladenen Projektil lässt sich unter der Annahme beschreiben, dass die Anregung durch den Austausch von virtuellen Photonen erfolgt. Das Spektrum der virtuellen Photonen ergibt sich aus der Fourier-Transformation des zeitabhängigen elektromagnetischen Feldes, das vom Projektil erzeugt wird. Aus einer Multipolentwicklung der elektromagnetischen Wechselwirkung lassen sich die Photonenspektren für beliebige Multipolordnungen angeben. Die Anzahl an virtuellen Photonen, die den gleichen Anregungs-Effekt haben, wie eine bestimmte Anzahl reeller Photonen, heißt äquivalente virtuelle Photonenzahl  $N_{\pi\lambda}(E_\gamma)$ . Mit ihr kann der totale Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{if}$  für einen Übergang vom Anfangszustand  $|i\rangle$  in ein Ensemble von Endzuständen  $|f\rangle = |\pi\lambda\rangle$  angegeben werden als:

$$\sigma_{if} = \sum_{\pi\lambda} \int dE_\gamma \cdot N_{\pi\lambda}(E_\gamma) \sigma_\gamma^{\pi\lambda}(E_\gamma) \frac{1}{E_\gamma}, \quad (3.48)$$

wobei über alle möglichen Endzustände summiert und über  $E_\gamma$  integriert wird. Die virtuelle Photonenzahl kann für elektrische ( $\pi = E$ ) und für magnetische ( $\pi = M$ ) Anregungen mit den Multipolordnungen  $\lambda$  berechnet werden. Unter dem Integral steht neben der virtuellen Photonenzahl der sogenannte Photoabsorptionsquerschnitt  $\sigma_\gamma^{\pi\lambda}(E_\gamma)$ , der experimentell zugänglich ist.

Der im Experiment gemessene doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt ist über die virtuelle Photonenzahl pro Raumwinkelement  $dN_{\pi\lambda}/d\Omega$  mit dem Photoabsorptionsquerschnitt verknüpft durch die Gleichung:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_\gamma} = \frac{1}{E_\gamma} \sum_{\pi\lambda} \frac{dN_{\pi\lambda}}{d\Omega} \sigma_\gamma^{\pi\lambda}(E_\gamma). \quad (3.49)$$

Bei relativistischen Einschussenergien ergibt sich die differentielle virtuelle Photonenzahl für einen E1-Übergang aus:

$$\left( \frac{dN_{E1}}{d\Omega} \right)_{\text{rel}} = \frac{Z_1^2 \alpha}{4\pi^2} \zeta^2 \varepsilon^2 \left( \frac{1}{\gamma\beta} \right)^2 \left[ K_1^2(x) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2(x) \right]. \quad (3.50)$$

Dabei ist  $\zeta = \omega a/v_0$  der Adiabazititäts-Parameter mit  $a = Z_1 Z_2 e^2 / \mu v_0^2$  der Hälfte des kürzesten Abstands bei einem zentralen Stoß.  $\mu$  ist die reduzierte Masse und  $\varepsilon = \sin^{-1}(\theta/2)$  der Exzentrizitäts-Parameter. Die Funktionen  $K(x)$  stehen für modifizierte Bessel-Funktionen zweiter Art, wobei die Argumente  $x$  für den Ausdruck  $x = (\varepsilon \zeta / \gamma) \cos(\theta/2)$  stehen. Die letzten beiden Gleichungen lassen sich kombinieren, um den Photoabsorptionsquerschnitt aus den experimentellen Wirkungsquerschnitten zu extrahieren. Da der experimentelle Wirkungsquerschnitt pro Kanal über dessen endliche Breite verteilt ist und auch das Raumwinkelement eine endliche Größe hat, folgt für die Auswertung der Daten, dass nur ein mittlerer Photoabsorptionsquerschnitt bestimmt werden kann:

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta E} = \frac{\bar{\sigma}_\gamma^{\text{E1}}}{E_\gamma} \int_{\Delta\Omega} d\Omega \frac{dN_{\text{E1}}}{d\Omega}. \quad (3.51)$$

Hierbei wird unterstellt, dass sich die virtuelle Photonenzahl als Funktion der Energie innerhalb des Energieintervalls  $\Delta E$  nicht ändert.

Die virtuelle Photonenzahl aus Gleichung 3.50 zeigt im Grenzfall  $\theta_{\text{CM}} \rightarrow 0^\circ$  ein unphysikalisches Verhalten. Dies geschieht gerade in dem Bereich, der für die Beschreibung des Experiments wichtig ist. Die Ursache liegt darin, dass im semiklassischen Fall keine quantenmechanischen Absorptions- und Beugungseffekte am Kern berücksichtigt werden. In [Ber04] wird daher die virtuelle Photonenzahl im Rahmen der Glauber-Theorie [Igo78] mit der Eikonal-Näherung für die gestörten Wellen berechnet. Die Glauber-Theorie nutzt die Stoßparameterdarstellung der Streuamplituden und setzt voraus, dass die Anregungsenergien klein gegen die Einschussenergie des Projektils sind und dass die Streuwinkel wesentlich kleiner als  $1^\circ$  sind. Im Rahmen dieser Theorie ergibt sich die differentielle virtuelle Photonenzahl aus:

$$\frac{dN_{\text{E1}}}{d\Omega} = Z_1^2 \alpha \left( \frac{\omega k}{\gamma v} \right)^2 \frac{\lambda [(2\lambda + 1)!!]^2}{(2\pi)^2 (\lambda + 1)} \sum_m \left| G_{\pi\lambda m} \left( \frac{c}{v_0} \right) \right|^2 |\Omega_m(q)|^2. \quad (3.52)$$

Dabei bedeuten:

- $\alpha = e^2/\hbar c$ ,
- $\omega = (E_f - E_i)/\hbar$ ,
- $v$  Geschwindigkeit des einfallenden Protons,
- $k$  Wellenzahl,
- $q = 2k \sin(\theta/2)$ , Impulsübertrag
- $\theta$  Polarwinkel,
- $m$  Magnetquantenzahl.

Die Funktionen  $G_{\pi\lambda m}$  sind die relativistischen Winther-Alder-Funktionen [Win75]. Die Funktionen  $\Omega_m(q)$  sind gegeben durch:

$$\Omega_m(q) = \int_0^\infty db \cdot b J_m(qb) K_m \left( \frac{\omega b}{\gamma v} \right) \exp(i\chi(b)), \quad (3.53)$$

wobei die Funktionen  $J_m$  Bessel-Funktionen sind und  $\chi(b)$  die sogenannte *Eikonal-Phase* beschreibt. Sie ist das Integral über das Wechselwirkungspotential  $V_{\text{int}}(b, z')$ :

$$\chi(b) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^\infty dz' \cdot V_{\text{int}}(b, z') = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^z dz' \cdot U_{\text{N}}^{\text{opt}}(z', b) + i\chi_{\text{Coul}}(b), \quad (3.54)$$

wobei  $\chi_{\text{Coul}}$  die Coulomb-Eikonal-Phase bezeichnet. Das optische Potential  $U_{\text{N}}^{\text{opt}}$  beschreibt die Wechselwirkung des Protons mit den Nukleonen des Kerns. Damit werden Absorption und Beugung erfasst und die Polstelle der semiklassischen Näherung beseitigt.

Für die Berechnung der virtuellen Photonenzahlen wurde in dieser Arbeit das Programm EPA [Ber14] verwendet. Dieses Programm nutzt die Methode der Eikonal-Phasen-Näherung für die gestörten Wellen in der Streureaktion und berechnet die Eikonal-Phasen direkt aus Nukleon-Nukleon-Wirkungsquerschnitten. Dadurch ist es nicht erforderlich optische Potential-Parameter vorzugeben, die für die Bedingungen des  $^{48}\text{Ca}$ -Experiments dieser Arbeit nur mit großen Unsicherheiten zu erhalten waren. Abbildung 3.11 zeigt den Vergleich zwischen einer semiklassischen Rechnung (semikl.) und der Eikonal-Phasen-Approximation (epa) für theoretische E1-Übergänge zu  $1^-$ -Zuständen bei  $E_x = 10,6$  MeV und  $E_x = 17,8$  MeV im Kern  $^{48}\text{Ca}$ . Die Winkelverteilungen der differentiellen virtuellen Photonenzahlen liegen zwar für jeden Zustand in der gleichen Größenordnung, aber sie unterscheiden sich für Streuwinkel  $\theta_{\text{CM}} < 2^\circ$  signifikant. Die semiklassischen Ergebnisse liegen für Winkel  $\theta_{\text{CM}} < 2^\circ$  deutlich über denen aus der Eikonal-Phasen-Approximation. Für größere Winkel konvergieren die Winkelverteilungen, wie es zu erwarten ist, denn die Korrektur durch die Eikonal-Näherung sollte sich nur auf kleine Winkel auswirken. Die Ursache für die Unterschiede in Beispielrechnungen liegt in der Einführung der Nukleon-Nukleus-Wechselwirkung im Rahmen der Eikonal-Phasen-Näherung. Sie beseitigt die Polstelle bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ , die für die reine Coulomb-Wechselwirkung entsteht.

Um zu überprüfen, ob die semi-klassische Rechnung konsistente Ergebnisse liefert, wurde die Rechnung für den Kern  $^{40}\text{Ca}$  aus [Bas14] herangezogen und wiederholt, siehe Abbildung 3.12. Hier treten wie beim Kern  $^{48}\text{Ca}$  vergleichbare Abweichungen zwischen semi-klassischer Rechnung und Eikonal-Approximation auf. Daher wird eine fehlerhafte Programmierung der semiklassischen Methode und eine Fehlbedienung des Programms EPA ausgeschlossen. Die geringen Unterschiede in den absoluten Wirkungsquerschnitten aus der vorliegenden Rechnung und der Rechnung aus [Bas14] beruhen darauf, dass dort eine ältere Programmversion benutzt wurde, die mit einem parametrisierten optischen Potential arbeitete.

### 3.7 Das Quasi-Teilchen-Phonon-Modell

Für die Analyse der Daten dieser Arbeit werden die theoretischen Winkelverteilungen für die Anregung verschiedener Multipole (E1/M1) benötigt. Die Modellwinkelverteilungen lassen sich mit dem Programm DWBA07 [Ray07] berechnen, wenn die Einteilchen-Übergangsdichten aus einer Kernmodell-Rechnung für die betreffenden Übergänge zur Verfügung stehen. In dieser Arbeit wird das Quasi-Teilchen-Phonon-Modell (QPM) benutzt ([Ber99], [Sol92]). Dabei handelt es sich um ein mikroskopisches Modell, in dem sich die Nukleonen in einem mittleren Feld bewegen. Dieses Feld wird durch ein phänomenologisches Woods-Saxon-Potential beschrieben. Das Modell umfasst einen großen Konfigurationsraum, weshalb es ohne effektive Ladungen auskommt [Wa11]. Außerdem erlaubt es die Kopplung von Ein-Teilchen-ein-Loch-Zuständen (1T1L) mit Vielteilchen-Vielloch-Zuständen, die zu einer Fragmentierung der 1T1L-Übergangsstärke führt [Ric90]. Das QPM ist für mittelschwere bis schwere Kerne entwickelt worden, deren Protonen und Neutronen unterschiedliche Schalen bevölkern. Daher geht die Monopol-Paarkraft nicht in das QPM ein, die für Protonen- und Neutronenvalenzorbits mit gleichen Quantenzahlen wichtig ist.

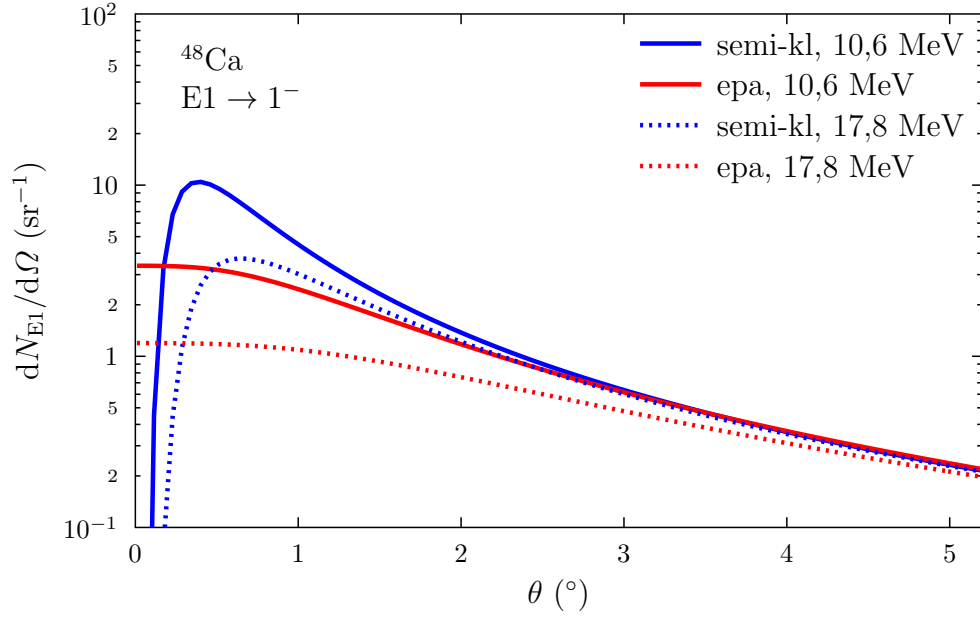


Abbildung 3.11: Differentielle virtuelle Photonenzahlen für den Übergang zu einem  $1^-$ -Zustand bei  $E_x = 10,6$  MeV bzw.  $E_x = 17,8$  MeV im Kern  $^{48}\text{Ca}$ . Verglichen wird die semi-klassische Näherung [Win79] mit der Eikonal-Näherung [Ber93].

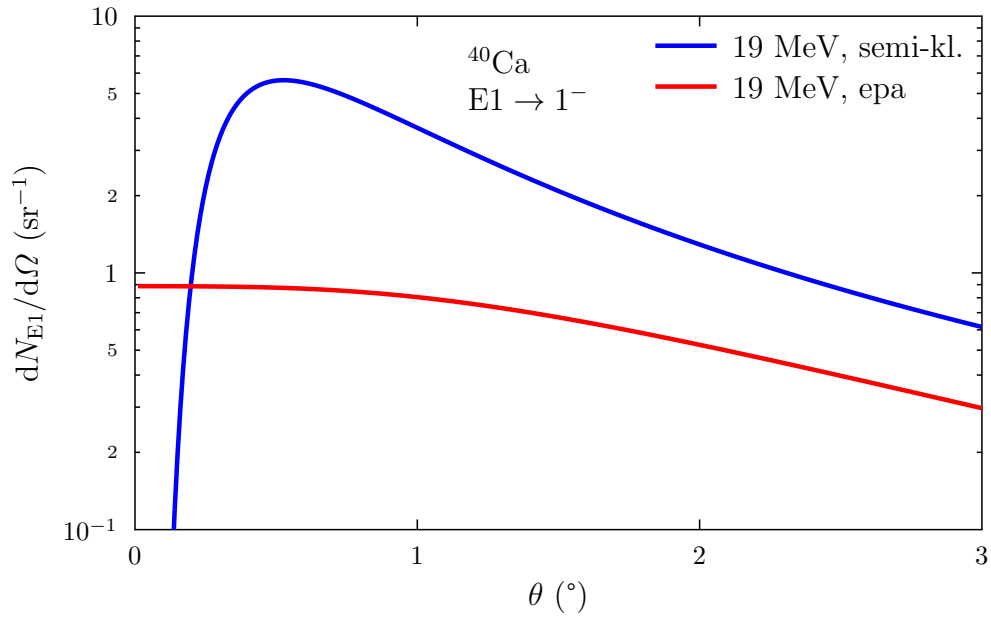


Abbildung 3.12: Differentielle virtuelle Photonenzahlen für den Übergang zu einem  $1^-$ -Zustand bei  $E_x = 19$  MeV im Kern  $^{40}\text{Ca}$ . Verglichen wird die semi-klassische Näherung [Win79] mit der Eikonal-Näherung [Ber93], siehe auch [Bas14].

Im Folgenden sollen die wesentlichen Elemente des QPM für einen gg-Kern beschrieben werden. Die Darstellung folgt der Beschreibung aus [Ber99].

Der Hamiltonoperator des Vielteilchenproblems berücksichtigt das mittlere Einteilchenfeld ( $H_{\text{ET}}$ ), in dem sich die Nukleonen im Kern bewegen, und die Restwechselwirkungen, die zum einen Stöße der Nukleonen innerhalb einer nicht gefüllten Schale erlauben ( $H_{\text{Res}}$ ) und die zum anderen für den Paar-Effekt in nichtmagischen Kernen verantwortlich sind ( $H_{\text{Paar}}$ ):

$$H = H_{\text{ET}} + H_{\text{Paar}} + H_{\text{Res}}. \quad (3.55)$$

Im Schalenmodell wird das mittlere Potential durch das Potential eines harmonischen Oszillators beschrieben. Dies ist auch hier der Fall, jedoch erfolgt die Darstellung in der zweiten Quantisierung:

$$H_{\text{ET}} = \sum_{\tau} \sum_{j,m}^{n,p} E_j a_{jm}^{\dagger} a_{jm}, \quad (3.56)$$

wobei  $E_j$  die Energie eines Einteilchen-Niveaus bedeutet, das in sphärischen Kernen mit der Magnet-Quantenzahl  $m$  entartet ist. Ferner ist  $a_{jm}^{\dagger}$  ein Erzeuger- und  $a_{jm}$  ein Vernichter-Operator. Der Index  $j$  beschreibt den Satz von Quantenzahlen  $[n, l, j]$ . Der Index  $\tau$  unterscheidet zwischen Protonen (+1) und Neutronen (-1).

Der zweite Summand  $H_{\text{Paar}}$  führt den Paar-Effekt infolge der Restwechselwirkung zwischen den Nukleonen ein:

$$H_{\text{Paar}} = \sum_{\tau}^{n,p} G_{\tau}^{(0)} \sum_{j,j'} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)} [a_{jm}^{\dagger} a_{j-m}^{\dagger}]_{00} [a_{j'-m'} a_{j'm'}]_{00}. \quad (3.57)$$

Dabei bedeutet:

$$[a_j^{\dagger} a_{j'}^{\dagger}]_{\lambda\mu} = \sum_{m,m'} C_{jmj'm'}^{\lambda\mu} a_{jm}^{\dagger} a_{j'm'}^{\dagger} \quad (3.58)$$

mit den Clebsch-Gordan-Koeffizienten  $C_{jmj'm'}^{\lambda\mu}$ . Der Faktor  $G_{\tau}^{(0)}$  ist eine Konstante, der die Stärke des Monopolfeldes der Paarkraft festlegt. Ihr Wert folgt aus der experimentell bestimmten Paarungsenergie.

Die Restwechselwirkung  $H_{\text{Res}}$  wird nach Multipoloperatoren  $M_{\lambda\mu}$  entwickelt und dadurch in eine separable Form gebracht:

$$H_{\text{Res}} = \sum_{\lambda\mu} \sum_{\tau\rho}^{\pm 1} \left( \kappa_0^{(\lambda)} + \rho \kappa_1^{(\lambda)} \right) M_{\lambda\mu}^{\dagger}(\tau) M_{\lambda\mu}(\rho\tau). \quad (3.59)$$

Der Faktor  $\kappa_0^{(\lambda)}$  legt die Stärke des isoskalaren und  $\kappa_1^{(\lambda)}$  die des isovektoriellen Anteils der Restwechselwirkung fest. Der Faktor  $\rho$  nimmt die Werte  $\pm 1$  an und realisiert damit die isoskalaren und isovektoriellen Anregungen.

Der Multipoloperator  $M_{\lambda\mu}^{\dagger}$  ist für Zustände mit natürlicher Parität gegeben durch:

$$M_{\lambda\mu}^{\dagger}(\tau) = \sum_{j,m,j',m'} \langle jm | i^{\lambda} f_{\lambda}^{\tau}(r) Y_{\lambda\mu}(\Omega) | j'm' \rangle a_{jm}^{\dagger} a_{j'm'}, \quad (3.60)$$

und für Zustände unnatürlicher Parität:

$$M_{\lambda\mu}^{\dagger}(\tau) = \sum_{j,m,j',m',l_{m1}} \langle jm | i^l f_{\lambda}^{\tau}(r) [\vec{\sigma} \cdot \vec{Y}_{l_{m1}}(\Omega)]_{\lambda\mu} | j'm' \rangle a_{jm}^{\dagger} a_{j'm'}. \quad (3.61)$$

Die Funktion  $f_\lambda^\tau(r)$  stellt einen radialen Formfaktor dar, der entweder mit  $r^\lambda$  angesetzt wird oder mit der Ableitung  $f_\lambda^\tau(r) = dU^\tau(r)/dr$  des mittleren Kernpotentials  $U^\tau(r)$ . Das mittlere Potential  $U^\tau(r)$  wird für Neutronen und Protonen in einer Woods-Saxon-Form geschrieben:

$$U^\tau(r) = -\frac{V_0^\tau}{1 + e^{(r-R_0^\tau)/a_0^\tau}} - \frac{\hbar^2}{\mu^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( \frac{V_0^\tau}{1 + e^{(r-R_0^\tau)/a_0^\tau}} \vec{l} \cdot \vec{\sigma} \right) + V_{\text{Coul}}(r). \quad (3.62)$$

Hier bedeutet  $\mu$  die reduzierte Masse. Der dritte Term  $V_{\text{Coul}}(r)$  beschreibt das Coulomb-Potential der Protonen. Die Parameter  $V_0^\tau, R_0^\tau, a_0^\tau$  sind die Potentialtiefe, der Radius-Parameter und die Randunschärfe der Woods-Saxon-Form für die Protonen oder Neutronen. Grundsätzlich können sich die Parameter des Volumen- und Spin-Bahnterms unterscheiden, hier werden sie jedoch als Näherung gleich gesetzt. Der Grund hierfür ist, dass die NNW, aus der das optische Potential konstruiert wird, Sättigungscharakter zeigt. In mittelschweren bis schweren Kernen ist die Nukleonendichte daher nahezu konstant und von der Massenzahl unabhängig. Außerdem ist die Randdicke der Dichteverteilung in diesen Kernen nahezu gleich. Im Fall des Korns  $^{48}\text{Ca}$  wurden die Parameterwerte aus Tabelle 3.1 benutzt [Pon13].

Tabelle 3.1: Parameter des Potentials  $U^\tau(r)$  für  $^{48}\text{Ca}$ .

Teilchen	$V_0^\tau$ (MeV)	$R_0^\tau$ (fm)	$a_0^\tau$ (fm)
Neutronen	40,70	4,819	0,619
Protonen	58,68	4,506	0,630

Die Lösung der Schrödingergleichung des Gesamtsystems mit dem Hamiltonoperator  $H$  aus Gleichung 3.55 erfolgt in mehreren Schritten.

Zuerst werden die ersten beiden Operatoren  $H_{\text{ET}} + H_{\text{Paar}}$  diagonalisiert. Dafür ist es nötig, die Teilchen-Erzeuger  $a_{jm}^\dagger$  und Teilchen-Vernichter  $a_{jm}$  in Quasi-Teilchen-Erzeuger  $\alpha_{jm}^\dagger$  und Quasi-Teilchen-Vernichter  $\alpha_{jm}$  umzuschreiben. Dies geschieht mit der kanonischen Transformation nach Bogoliubov:

$$a_{jm}^\dagger = u_j \alpha_{jm}^\dagger + (-1)^{j-m} v_j \alpha_{j-m}. \quad (3.63)$$

Die Quadrate der Bogoliubov-Koeffizienten  $u_j$  und  $v_j$  bedeuten die Besetzungswahrscheinlichkeiten der Teilchen und Löcher im Zustand  $j$ . Für den Grundzustand eines gg-Kerns wird angenommen, dass er ein Quasi-Teilchen-Vakuum mit  $\alpha_{jm}|_q \equiv 0$  darstellt. Die Grundzustandsenergie folgt dann aus einer Minimierung von  $\langle |H_{\text{ET}} + H_{\text{Paar}}| \rangle$  mit Lagrangeschen Multiplikatoren  $\mu_j$ :

$$\delta \left\{ \langle |H_{\text{ET}} + H_{\text{Paar}}| \rangle_q + \sum_j \mu_j (u_j^2 + v_j^2 - 1) \right\} = 0. \quad (3.64)$$

Die Lösung der Minimierungsaufgabe sind die aus der Theorie der Supraleitung bekannten BCS-Gleichungen [Bar57]. Werden diese gelöst, so ergeben sich daraus die Korrelationsfunktionen

$$C_\tau = G_\tau^{(0)} \sum_j u_j v_j \quad (3.65)$$

und die chemischen Potentiale  $\lambda_\tau$  für die Protonen und Neutronen. Die Bogoliubov-Koeffizienten folgen dann aus der Gleichung:

$$v_j^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{E_j - \lambda_\tau}{\epsilon_j} \right), \quad u_j^2 + v_j^2 = 1, \quad (3.66)$$

mit der Quasiteilchen-Energie  $\epsilon_j = \sqrt{C_\tau^2 + (E_j - \lambda_\tau)^2}$ . Mit diesen Ergebnissen lassen sich die beiden ersten Terme des Hamiltonoperators aus Gleichung 3.55 umschreiben zu:

$$H_{\text{ET}} + H_{\text{Paar}} = \sum_{\tau} \sum_{j,m}^{n,p} \epsilon_j \alpha_{jm}^{\dagger} \alpha_{jm}. \quad (3.67)$$

Entsprechend kann der Multipoloperator  $M_{\lambda\mu}^{\dagger}$  umgeschrieben werden. Von dem Grundzustand als Quasi-Teilchen-Vakuum ausgehend, sind die einfachsten angeregten Zustände 2-Quasi-Teilchen-Zustände  $\alpha_{jm}^{\dagger} \alpha_{j'm'}^{\dagger} | \rangle_q$ . Die Quasi-Teilchen sind Fermionen und koppeln zu einem ganzzahligen Drehimpuls, weshalb sie der Bose-Statistik gehorchen. Damit lässt sich der Phonon-Operator  $Q_{\lambda\mu i}^{\dagger}$  mit der Multipolordnung  $\lambda$  und der Projektion  $\mu$  einführen:

$$Q_{\lambda\mu i}^{\dagger} = \frac{1}{2} \sum_{\tau} \sum_{jj'}^{n,p} \left\{ \psi_{jj'}^{\lambda i} [\alpha_j^{\dagger} \alpha_{j'}^{\dagger}]_{\lambda\mu} - (-1)^{\lambda-\mu} \phi_{jj'}^{\lambda i} [\alpha_{j'} \alpha_j]_{\lambda-\mu} \right\}. \quad (3.68)$$

Der Index  $i$  nummeriert die verschiedenen Phononen, die zur selben Multipolordnung gehören. Die Anzahl verschiedener Phononen einer Multipolordnung muss gleich der Anzahl an 2-Quasi-Teilchen-Wellenfunktionen der Neutronen und Protonen sein, wobei die Wellenfunktionen zum gleichen Drehimpuls koppeln. Die Koeffizienten  $\psi_{jj'}^{\lambda i}$  und  $\phi_{jj'}^{\lambda i}$  ergeben sich durch Diagonalisieren des vollständigen Hamiltonoperators im Raum der 1-Phonon-Zustände  $Q_{\lambda\mu i}^{\dagger} | \rangle_{\text{TL}}$ . Dies geschieht auf dem Wege einer Minimierung des Ausdrucks  $\langle | Q_{\lambda\mu i} H Q_{\lambda\mu i}^{\dagger} | \rangle_{\text{TL}}$ :

$$\delta \left\{ \langle | Q_{\lambda\mu i} H Q_{\lambda\mu i}^{\dagger} | \rangle_{\text{TL}} - \frac{\omega_{\lambda i}}{2} \left( \sum_{jj'} \left\{ (\psi_{jj'}^{\lambda i})^2 - (\phi_{jj'}^{\lambda i})^2 \right\} - 2 \right) \right\} = 0, \quad (3.69)$$

wobei  $\omega_{\lambda i}$  die Energie des  $i$ -ten Phonons ist. Hieraus folgen die bekannten Gleichungen aus der Random-Phase-Approximation (RPA) [Rin80]. Ihre Lösungen sind Spektren von 1-Phonon-Anregungen für jede Multipolordnung  $\lambda$  mit der Parität  $\pi$ . Unter Berücksichtigung der Restwechselwirkung  $H_{\text{Res}}$  ergeben sich Grundzustands-Korrelationen, das heißt Beimischungen von 1T1L-Zuständen. Um die experimentell beobachtete Fragmentierung von Übergangsstärke erklären zu können, müssen auch komplexere Konfigurationen mit einbezogen werden. Dafür wird der Hamiltonoperator  $H$  nach dem Lösen der RPA-Gleichungen mit Hilfe des Phononen-Operators umgeschrieben zu:

$$H = \sum_{\lambda\mu i} \omega_{\lambda i} Q_{\lambda\mu i}^{\dagger} Q_{\lambda\mu i} + H_{\text{int}}. \quad (3.70)$$

Der Operator  $H_{\text{int}}$  umfasst den Teil der Restwechselwirkung, der nicht auf den Raum der Phononoperatoren abgebildet werden kann. Er lässt sich in eine unendliche Reihe von geradzahligen Phononen-Operatoren entwickeln. Unter Vernachlässigung aller höheren Glieder der Reihe verbleiben nur die 2-Phonon-Operatoren:

$$H_{\text{int}} = \sum_{\lambda\mu i} \sum_{\lambda_1\mu_1 i_1} \sum_{\lambda_2\mu_2 i_2} U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}(\lambda i) Q_{\lambda\mu i}^{\dagger} [Q_{\lambda_1\mu_1 i_1} Q_{\lambda_2\mu_2 i_2}]_{\lambda\mu} + O(3). \quad (3.71)$$

Dabei sind die Faktoren  $U_{\lambda_2 i_2}^{\lambda_1 i_1}$  die Matrixelemente der Wechselwirkung zwischen 1-Phonon- und 2-Phonon-Konfigurationen. Sie können aus den Koeffizienten  $\psi$  und  $\phi$  berechnet werden. Die Wellenfunktion eines angeregten Zustands mit dem Drehimpuls  $J$  und der Projektion  $M$



kann für einen gg-Kern allgemein als eine Mischung von 1-Phonon-Konfigurationen und höheren Phonon-Konfigurationen geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \Psi^\nu(JM) = & \left\{ \sum_{\alpha_1} S_{\alpha_1}^\nu(J) Q_{\alpha_1}^\dagger + \sum_{\alpha_2\beta_2} \frac{D_{\alpha_2\beta_2}^\nu(J)}{\sqrt{1+\delta_{\alpha_2,\beta_2}}} [Q_{\alpha_2}^\dagger Q_{\beta_2}^\dagger]_{JM} \right. \\ & \left. + \sum_{\alpha_3\beta_3\gamma_3} \frac{T_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^\nu(J)}{\sqrt{1+\delta_{\alpha_3,\beta_3,\gamma_3}}} [Q_{\alpha_3}^\dagger Q_{\beta_3}^\dagger Q_{\gamma_3}^\dagger]_{JM} + \dots \right\} | \rangle_{\text{TL}} \end{aligned} \quad (3.72)$$

$$\delta_{\alpha_3,\beta_3,\gamma_3} = \delta_{\alpha_3,\beta_3} + \delta_{\alpha_3,\gamma_3} + \delta_{\beta_3,\gamma_3} + 2\delta_{\alpha_3,\beta_3}\delta_{\alpha_3,\gamma_3}. \quad (3.73)$$

Die Parameter  $S_{\alpha_1}^\nu$ ,  $D_{\alpha_2\beta_2}^\nu$  und  $T_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^\nu$  ergeben sich aus einer Diagonalisierung des Hamiltonoperators aus Gleichung 3.70 im Raum der Zustände aus Gleichung 3.72. Der erste Summand in dieser Gleichung bedeutet eine 1T1L-Konfiguration, der zweite eine Zwei-Teilchen-Zwei-Loch-Konfiguration (2T2L), der dritte eine Drei-Teilchen-Drei-Loch-Konfiguration (3T3L) und so weiter.



# Kapitel 4

## Reduzierte Übergangsstärken

In den folgenden Abschnitten wird eine Definition der reduzierten Stärke für einen Spin-M1-Übergang in Analogie zur reduzierten Stärke eines isovektoriellen Gamow-Teller-Überganges gegeben. Außerdem wird der elektromagnetische Wechselwirkungsoperator eingeführt und erklärt, wie er mit den Gamow-Teller- und Spin-M1-Übergängen zusammenhängt. Der Operator lässt sich in einen isoskalaren und einen isovektoriellen Anteil zerlegen. Diese Zusammenhänge wurden benötigt, um die totale elektromagnetische M1-Stärke aus den (p,p')-Daten zu extrahieren.

### 4.1 Gamow-Teller-Stärke

Die reduzierte Stärke eines Gamow-Teller-Überganges,  $B(\text{GT})$ , hängt direkt vom Quadrat des entsprechenden Übergangsmatrixelements ab. Diese quadratische Darstellung wird mit der Anzahl an  $z$ -Komponenten des Gesamtdrehimpulses gewichtet [Zam88]. Das Matrixelement beschreibt den Übergang von einem Anfangszustand mit dem Gesamtdrehimpuls  $J_i$ , dem Isospin  $T_i$  und der  $z$ -Komponente  $T_{z,i}$  zum Endzustand mit  $J_f$ ,  $T_f$  und  $T_{z,f} = T_{z,i} \pm 1$ . Die Definition der Stärke ist in Gleichung 4.1 gegeben.

**Definition (Gamow-Teller-Stärke):**

$$B^{\pm 1}(\text{GT}) = \frac{1}{2J_i + 1} \cdot \left| \langle J_f T_f T_{z,f} | \sum_{j=1}^A \vec{\sigma}_j t_{j,\pm} | J_i T_i T_{z,i} \rangle \right|^2 \quad (4.1)$$

Folgende Konventionen werden von nun an benutzt:

$\vec{\sigma}$	Einteilchen-Pauli-Spin-Operator
$\vec{t} = (t_x \ t_y \ t_z)$	Einteilchen-Isospinoperator
$t_{\pm} = (t_x \pm i t_y)$	Leiter-Isospinoperatoren
$t_{\pm 1}^1 = \mp(1/\sqrt{2})(t_x \pm i t_y)$	Komponenten $\pm 1$ der Tensordefinition
$t_0^1 = t_z$	Komponente 0 der Tensordefinition

Dabei bewirken die Leiteroperatoren  $t_{\pm}$  die Übergänge zwischen den beiden Zuständen eines Nukleons. Wenn sie auf die Einteilchenwellenfunktion eines Neutrons  $n$  oder Protons  $p$  angewendet werden, wirken sie folgendermaßen:  $t_+|p\rangle = |n\rangle$ ,  $t_-|n\rangle = |p\rangle$ .

Die  $z$ -Komponente  $t_z$  des Isospinoperators  $\vec{t}$  verändert dagegen den Nukleonenzustand nicht:  $t_z|n\rangle = (1/2)|n\rangle$  und  $t_z|p\rangle = -(1/2)|p\rangle$ .

Um die Vergleichbarkeit mit der elektromagnetischen Übergangsstärke herstellen zu können, wird die Definition  $\vec{t} = (1/2)\vec{\tau}$  verwendet. Der Leiteroperator  $t_{\pm}$  ist auf folgende Weise mit der Tensorarstellung von  $\tau_{\pm}$  verknüpft:  $\tau_{\pm 1}^1 = \mp\sqrt{2}t_{\pm}$ . Dann folgt für die Übergangsstärke  $B^{\pm 1}(\text{GT})$ :

$$B^{\pm 1}(\text{GT}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2J_i + 1} \cdot \left| \langle J_f T_f T_{z,f} || \sum_{j=1}^A \vec{\sigma}_j \tau_{j,\pm 1}^1 || J_i T_i T_{z,i} \rangle \right|^2. \quad (4.2)$$

Die Anwendung des Wigner-Eckart-Theorems ergibt mit den Clebsch-Gordan-Koeffizienten  $C_{T_i T_{z,i} 1, \pm 1}^{T_f T_{z,f}}$  im Isospinraum angewendet die dreifach reduzierte Darstellung der Übergangsstärke:

$$B^{\pm 1}(\text{GT}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2J_i + 1} \cdot \frac{(C_{T_i T_{z,i} 1, \pm 1}^{T_f T_{z,f}})^2}{2T_f + 1} \cdot \left| \langle J_f T_f || \sum_{j=1}^A \vec{\sigma}_j \vec{\tau}_j || J_i T_i \rangle \right|^2. \quad (4.3)$$

## 4.2 Isovektorielle Spin-M1-Stärke

Wenn der Grundzustandsisospin  $T_i$  eines Kerns größer oder gleich  $1/2$  ist, kann eine reduzierte Stärke  $B^{\text{IV}}(\text{M1}_{\sigma\tau})$  für Spin-M1-Übergänge analog zu den Gamow-Teller-Übergängen festgelegt werden [YFuj11]. Dazu muss der Isospinoperator  $t_{\pm}$  in der Definition der reduzierten Stärke für einen Gamow-Teller-Übergang durch den Operator  $t_z$  ersetzt werden. Die Definition der isovektoriellen Spin-M1-Stärke  $B^{\text{IV}}(\text{M1}_{\sigma\tau})$  ist damit durch Gleichung 4.4 gegeben.

**Definition (Isovektorielle Spin-M1-Stärke):**

$$B^{\text{IV}}(\text{M1}_{\sigma\tau}) = \frac{1}{2J_i + 1} \cdot \left| \langle J_f T_f T_{z,f} || \sum_{j=1}^A \vec{\sigma}_j t_{z,j} || J_i T_i T_{z,i} \rangle \right|^2 \quad (4.4)$$

Da der Isospinoperator  $\vec{t}$  mit den Isospinmatrizen  $\vec{\tau}$  über  $\vec{t} = (1/2)\vec{\tau}$  verknüpft ist, kann  $t_z$  durch  $(1/2)\tau_z$  ersetzt werden. Damit folgt:

$$\begin{aligned} B^{\text{IV}}(\text{M1}_{\sigma\tau}) &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2J_i + 1} \cdot \left| \langle J_f T_f T_{z,f} || \sum_{j=1}^A \vec{\sigma}_j \tau_{z,j} || J_i T_i T_{z,i} \rangle \right|^2 \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2J_i + 1} \cdot \frac{(C_{T_i T_{z,i} 1, 0}^{T_f T_{z,f}})^2}{2T_f + 1} \cdot \left| \langle J_f T_f || \sum_{j=1}^A \vec{\sigma}_j \vec{\tau}_j || J_i T_i \rangle \right|^2, \end{aligned} \quad (4.5)$$

wobei die Tensorarstellung  $\tau_0^1 = \tau_z$  verwendet wurde, um das Wigner-Eckart-Theorem anzuwenden. Der Vergleich der beiden Gleichungen 4.3 und 4.5 zeigt zum Beispiel, dass der isovektorielle Spin-M1-Übergang mit  $T_i = T_0 \rightarrow T_f = T_0$  bis auf das Verhältnis von Clebsch-Gordan-Koeffizienten nur halb so stark angeregt wird, wie der Gamow-Teller-Übergang mit  $T_i = T_0 \rightarrow T_f = T_0 - 1$ .

### 4.3 Elektromagnetische M1-Übergangsstärke

Die reduzierte Stärke eines elektromagnetischen M1-Übergangs ist proportional zum Quadrat des Matrixelements  $\langle J_f T_f T_{z,f} || \vec{\mu} || J_i T_i T_{z,i} \rangle$ . Der Übergangoperator ist dabei der magnetische Dipolmomentoperator  $\vec{\mu}$ . Der Momentoperator ist durch Gleichung 4.6 gegeben.

**Definition (Magnetischer Momentoperator):**

$$\vec{\mu} = \left( \sum_{k=1}^Z (g_l^\pi \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^\pi \vec{\sigma}_k) + \sum_{k=1}^N (g_l^\gamma \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^\gamma \vec{\sigma}_k) \right) \cdot \mu_N \quad (4.6)$$

Der Momentoperator hängt von den Bahndrehimpuls- und Spinoperatoren der Protonen und Neutronen ab. Er lässt sich in einen isoskalaren (IS) und isovektoriellen (IV) Anteil zerlegen und ist gegeben durch:

$$\vec{\mu} = \left( \sum_{k=1}^A \left( g_l^{\text{IS}} \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^{\text{IS}} \vec{\sigma}_k \right) - \sum_{k=1}^A \left( g_l^{\text{IV}} \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^{\text{IV}} \vec{\sigma}_k \right) \tau_{z,k} \right) \cdot \mu_N, \quad (4.7)$$

mit den freien gyromagnetischen Faktoren  $g_l^\pi = 1$ ,  $g_s^\pi = 5,586$ ,  $g_l^\gamma = 0$ ,  $g_s^\gamma = -3,826$  und den Definitionen

$$g_l^{\text{IS}} = \frac{1}{2} (g_l^\pi + g_l^\gamma) = 0,5, \quad (4.8)$$

$$g_s^{\text{IS}} = \frac{1}{2} (g_s^\pi + g_s^\gamma) = 0,88, \quad (4.9)$$

$$g_l^{\text{IV}} = \frac{1}{2} (g_l^\pi - g_l^\gamma) = 0,5, \quad (4.10)$$

$$g_s^{\text{IV}} = \frac{1}{2} (g_s^\pi - g_s^\gamma) = 4,706. \quad (4.11)$$

Die Operatoren  $\vec{\sigma}$  sind die Pauli-Spin-Operatoren und  $\mu_N$  das nukleare Magneton. Eine Ableitung dieser Transformation befindet sich im Anhang auf Seite 168.

Die elektromagnetische Stärke wird durch Gleichung 4.12 definiert.

**Definition (Elektromagnetische M1-Übergangsstärke):**

$$B(\text{M1}) = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{1}{2J_i + 1} \cdot |\langle J_f T_f T_{z,f} || \vec{\mu} || J_i T_i T_{z,i} \rangle|^2 \quad (4.12)$$

Die Definitionsgleichung 4.12 wird in der Isospindarstellung zu:

$$\begin{aligned} B(\text{M1}) &= \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{1}{2J_i + 1} \cdot \left| \langle J_f T_f T_{z,f} || \sum_{k=1}^A \left( g_l^{\text{IS}} \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^{\text{IS}} \vec{\sigma}_k \right) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{k=1}^A \left( g_l^{\text{IV}} \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^{\text{IV}} \vec{\sigma}_k \right) \tau_{z,k} || J_i T_i T_{z,i} \rangle \right|^2 \cdot \mu_N^2. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Um das Matrixelement unabhängig von den Richtungsquantenzahlen des Isospins schreiben zu können, wird wieder das Wigner-Eckart-Theorem angewendet:

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{1}{2J_i + 1} \cdot \left| \langle J_f T_f || \frac{C_{T_i T_{z,i} 0,0}^{T_f T_{zf}}}{\sqrt{2T_f + 1}} \sum_{k=1}^A \left( g_l^{\text{IS}} \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^{\text{IS}} \vec{\sigma}_k \right) \right. \\ \left. - \frac{C_{T_i T_{z,i} 1,0}^{T_f T_{zf}}}{\sqrt{2T_f + 1}} \sum_{k=1}^A \left( g_l^{\text{IV}} \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^{\text{IV}} \vec{\sigma}_k \right) \vec{\tau}_k || J_i T_i \rangle \right|^2 \cdot \mu_N^2. \quad (4.14)$$

Da der isoskalare Teil der Übergangsstärke nicht vom Isospinoperator abhängt, wurde der 1-Operator eingeführt und als Tensor 0-ter Stufe behandelt ([Lin84], [Bru76]). Der Vergleich mit der Definition des  $B^{\text{IV}}(M1_{\sigma\tau})$  legt nahe, das elektromagnetische Analogon aus dem isovektoriellen Anteil des  $B(M1)$  ohne die Bahndrehimpulskomponente zu konstruieren. Die Begründung hierfür wird in einem der folgenden Abschnitte gegeben. Der isovektorielle Anteil soll mit  $B^{\text{IV}}(M1)$  abgekürzt werden:

$$B^{\text{IV}}(M1) = \frac{3}{4\pi} \cdot \left( \frac{g_s^{\text{IV}}}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2J_i + 1} \cdot \frac{(C_{T_i T_{z,i} 1,0}^{T_f T_{zf}})^2}{2T_f + 1} \cdot \left| \langle J_f T_f || \sum_{k=1}^A \vec{\sigma}_k \vec{\tau}_k || J_i T_i \rangle \right|^2 \cdot \mu_N^2. \quad (4.15)$$

Die analoge elektromagnetische Übergangsstärke  $B^{\text{IV}}(M1)$  ist proportional zur Übergangsstärke  $B^{\text{IV}}(M1_{\sigma\tau})$ :

$$B^{\text{IV}}(M1) = \frac{3}{2\pi} \cdot \left( \frac{g_s^{\text{IV}}}{2} \right)^2 \cdot 2B^{\text{IV}}(M1_{\sigma\tau}) \cdot \mu_N^2 \approx 2,644 \cdot 2B^{\text{IV}}(M1_{\sigma\tau}) \cdot \mu_N^2. \quad (4.16)$$

Dieser Zusammenhang wird in der folgenden Analyse der (p,p')-Daten angenommen.

Der isoskalare Anteil an der M1-Übergangsstärke kann unter Vernachlässigung des Bahnanteils aus dem entsprechenden Term der Gleichung 4.14 konstruiert werden [YFuj11]:

$$B^{\text{IS}}(M1) = \frac{3}{4\pi} \cdot \left( \frac{g_s^{\text{IS}}}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{2J_i + 1} \cdot \frac{(C_{T_i T_{z,i} 0,0}^{T_f T_{zf}})^2}{2T_f + 1} \cdot \left| \langle J_f T_f || \sum_{k=1}^A \vec{\sigma}_k || J_i T_i \rangle \right|^2 \cdot \mu_N^2 \quad (4.17) \\ \approx 0,09 \cdot \frac{1}{2} B^{\text{IS}}(M1_{\sigma}) \cdot \mu_N^2,$$

wobei die isoskalare Spin-M1-Übergangsstärke  $B^{\text{IS}}(M1_{\sigma})$  wie folgt definiert wurde:

**Definition (Isoskalare Spin-M1-Stärke):**

$$B^{\text{IS}}(M1_{\sigma}) = \frac{1}{2J_i + 1} \cdot \frac{(C_{T_i T_{z,i} 0,0}^{T_f T_{zf}})^2}{2T_f + 1} \cdot \left| \langle J_f T_f || \sum_{k=1}^A \vec{\sigma}_k || J_i T_i \rangle \right|^2. \quad (4.18)$$

In der vollständigen Übergangsstärke  $B(M1)$  tritt allerdings ein Mischterm der Matrixelemente auf, der im Rahmen der bisherigen Definitionen vernachlässigt worden ist. Die totale Übergangsstärke  $B(M1)$  ist mit den Definitionen für  $B^{\text{IS}}(M1)$  und  $B^{\text{IV}}(M1)$  gegeben durch:

$$B(M1) = B^{\text{IS}}(M1) + B^{\text{IV}}(M1) - \text{Mischterm}. \quad (4.19)$$

Um aus dem isovektoriellen Anteil die totale Stärke berechnen zu können, wird das Verhältnis zwischen isovektorieller und totaler Stärke benötigt. Dieses Verhältnis ergibt sich aus Gleichung

4.14, wenn diese gleich dem Produkt aus einem zu bestimmenden Faktor  $R_{\text{ges}}^{\text{IV}}$  und der isovektoriellen Stärke  $B^{\text{IV}}(\text{M1})$  gesetzt wird:

$$B(\text{M1}) \equiv R_{\text{ges}}^{\text{IV}} \cdot B^{\text{IV}}(\text{M1}) \quad (4.20)$$

$$= R_{\text{ges}}^{\text{IV}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2\pi} \cdot \left( \frac{g_s^{\text{IV}}}{2} \right)^2 \cdot B^{\text{IV}}(\text{M1}_{\sigma\tau}) \cdot \mu_N^2. \quad (4.21)$$

Dieser Ansatz verknüpft außerdem die totale M1-Stärke mit der isovektoriellen hadronischen M1-Stärke. Aus dem Ansatz folgt die Bestimmungsgleichung für den Faktor  $R_{\text{ges}}^{\text{IV}}$ :

$$R_{\text{ges}}^{\text{IV}} = \left| \frac{g_s^{\text{IS}}}{g_s^{\text{IV}}} \cdot \frac{C_{T_i T_{z,i} 00}^{T_f T_{z,f}}}{C_{T_i T_{z,i} 10}^{T_f T_{z,f}}} \cdot \frac{\sqrt{2T_f + 1}}{\sqrt{2T_f + 1}} \cdot \frac{\langle J_f T_f || M(\vec{\sigma}) || J_i T_i \rangle}{\langle J_f T_f || M(\vec{\sigma}\vec{\tau}) || J_i T_i \rangle} - 1 \right|^2, \quad (4.22)$$

wobei die Summen über die Nukleonenoperatoren durch  $M(\vec{\sigma})$  und  $M(\vec{\sigma}\vec{\tau})$  abgekürzt worden sind. Die Matrixelemente können näherungsweise gleich gesetzt werden, da es sich bei dem Übergang  $1f_{7/2} \rightarrow 1f_{5/2}$  im Kern  $^{48}\text{Ca}$  um einen nahezu reinen Neutronenübergang handelt. Dies lässt sich folgendermaßen verdeutlichen. Wenn der magnetische Momentoperator auf einen reinen Neutronenzustand wirkt, dann sind das Matrixelement  $\langle n_f | \vec{\sigma} | n_i \rangle$  und  $\langle n_f | \vec{\sigma} \tau_z | n_i \rangle$  gleich, weil  $\tau_z$  den Neutronenzustand nicht ändert:  $\tau_z | n \rangle = | n \rangle$ . Folgende Rechnung lässt dies deutlich werden und zeigt außerdem, dass die Bahndrehimpulskomponenten keine Rolle spielen. Letztendlich reduziert sich der Übergangsoperator auf den Spin-Operator:

$$\begin{aligned} \langle n_f | \vec{\mu} | n_i \rangle &= \langle n_f | \left( \left( g_l^{\text{IS}} \vec{l} + \frac{1}{2} g_s^{\text{IS}} \vec{\sigma} \right) - \left( g_l^{\text{IV}} \vec{l} + \frac{1}{2} g_s^{\text{IV}} \vec{\sigma} \right) \tau_z \right) | n_i \rangle \cdot \mu_N \\ &= 0,5 \cdot \langle n_f | \left( \vec{l} - \vec{l} \tau_z \right) | n_i \rangle \cdot \mu_N + \langle n_f | (0,88 \cdot \vec{\sigma} - 4,706 \cdot \vec{\sigma} \tau_z) | n_i \rangle \cdot \mu_N \\ &= 0,5 \cdot \langle n_f | \vec{l} (1 - \tau_z) | n_i \rangle \cdot \mu_N + \langle n_f | (0,88 \cdot \vec{\sigma} - 4,706 \cdot \vec{\sigma} \tau_z) | n_i \rangle \cdot \mu_N \\ &\stackrel{\tau_z=1}{=} \langle n_f | (0,88 \cdot \vec{\sigma} - 4,706 \cdot \vec{\sigma}) | n_i \rangle \cdot \mu_N \\ &= g_s^{\text{V}} \cdot \langle n_f | \vec{\sigma} | n_i \rangle \cdot \mu_N. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Das vereinfacht die Darstellung des Verhältnisses  $R_{\text{ges}}^{\text{IV}}$ :

$$R_{\text{ges}}^{\text{IV}} = \left| \frac{g_s^{\text{IS}}}{g_s^{\text{IV}}} \cdot \frac{C_{T_i T_{z,i} 00}^{T_f T_{z,f}}}{C_{T_i T_{z,i} 10}^{T_f T_{z,f}}} - 1 \right|^2 \approx 0,63 \quad (4.24)$$

mit  $C_{T_i T_{z,i} 00}^{T_f T_{z,f}} = 1$  und  $C_{T_i T_{z,i} 10}^{T_f T_{z,f}} = \sqrt{4/5}$  für den Kern  $^{48}\text{Ca}$ .

Für die Anwendung von Gleichung 4.24 muss berücksichtigt werden, dass experimentell bestimmte Matrixelemente gegenüber theoretischen Vorhersagen retardiert sein können. Wenn Bahnanteile und der Unterschied von Mesonenaustauschströmen in axialer und Vektor-Kopplung [Ric90] vernachlässigt werden können, stimmen der isovektorielle M1-Retardierungsfaktor unter der Annahme von Isospinsymmetrie mit dem Retardierungsfaktor für Gamow-Teller-Übergänge überein. Der Retardierungsfaktor der isovektoriellen M1-Stärke für Kerne mit  $N = 28$  Schalenabschluss wurde in [Neu98] untersucht. Abbildung 4.1 zeigt die Resultate der Retardierung im Vergleich mit Schalenmodellrechnungen. Die Wurzel aus dem gewichteten Mittelwert beträgt  $\sqrt{Q_{\text{IV}}} = 0,75 \pm 0,02$ . Der Retardierungsfaktor der isoskalaren M1-Stärke wurde kürzlich in Kernen der sd-Schale untersucht [Mats15].

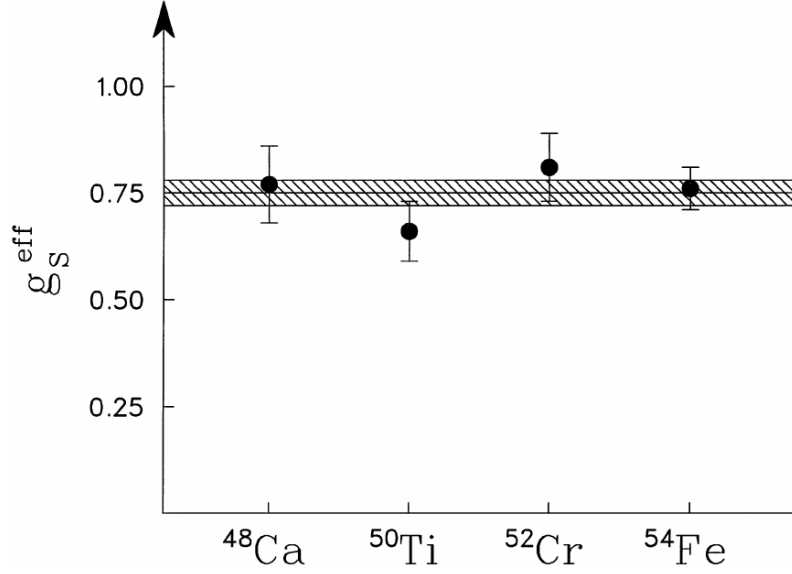


Abbildung 4.1: Retardierungsfaktor  $\sqrt{Q_{\text{IV}}}$  für M1-Übergänge in Kernen mit  $N = 28$  Schalenabschluss [Neu98]. Die Wurzel des Retardierungsfaktors kann auch durch Einführung eines effektiven gyromagnetischen Faktors  $g_S^{\text{eff}}$  in Gleichung 4.7 beschrieben werden. Es gilt:  $g_S^{\text{eff}} = \sqrt{Q_{\text{IV}}}$ .

In dieser Arbeit wurde festgestellt, dass es zu keiner Retardierung kommt ( $Q_{\text{IS}} = 1$ ). Dieses Ergebnis legt ein ähnliches Verhalten im Kern  $^{48}\text{Ca}$  nahe.

Der Korrekturfaktor  $R_{\text{ges}}^{\text{IV}}$  wurde mit dem isovektoriellen Retardierungsfaktor aus [Neu98] für die beiden Extremfälle für  $Q_{\text{IS}} = 1,0$  und  $Q_{\text{IS}} = Q_{\text{IV}}$  berechnet:

$$\tilde{R}_{\text{ges}}^{\text{IV}} = \left| \frac{g_s^{\text{IS}}}{g_s^{\text{IV}}} \cdot \frac{C_{T_i T_{z,i} 00}^{T_f T_{z,f}}}{C_{T_i T_{z,i} 10}^{T_f T_{z,f}}} \cdot \sqrt{\frac{Q_{\text{IS}}}{Q_{\text{IV}}}} - 1 \right|^2 = \begin{cases} 0,52(2) & Q_{\text{IS}} = 1,0 \\ 0,63(1) & Q_{\text{IS}} = Q_{\text{IV}} \end{cases}. \quad (4.25)$$

Das bedeutet, dass die totale elektromagnetische M1-Übergangsstärke  $B(\text{M1})$  kleiner ist als die isovektorielle Spin-M1-Stärke  $B^{\text{IV}}(\text{M1})$ . Damit ist klar, dass der Mischterm in Gleichung 4.19 positiv ist und tatsächlich destruktiv wirkt. Wenn die isovektorielle Spin-M1-Stärke experimentell bestimmt worden ist, kann die totale elektromagnetische M1-Stärke mit dem Korrekturfaktor  $\tilde{R}_{\text{ges}}^{\text{IV}}$  direkt ausgerechnet werden.

Der Mischterm aus Gleichung 4.19 lässt sich aus dem Verhältnis  $R_{\text{IV}}^{\text{IS}}$  zwischen der isoskalaren und isovektoriellen Stärke sowie der totalen Stärke berechnen:

$$\text{Mischterm} = (1 + R_{\text{IV}}^{\text{IS}}) \cdot B^{\text{IV}}(\text{M1}) - B(\text{M1}). \quad (4.26)$$

Das gesuchte Verhältnis  $R_{\text{IV}}^{\text{IS}}$  ergibt sich aus:

$$\begin{aligned} R_{\text{IV}}^{\text{IS}} &= \frac{B^{\text{IS}}(\text{M1})}{B^{\text{IV}}(\text{M1})} = \left| \frac{g_s^{\text{IS}}}{g_s^{\text{IV}}} \right|^2 \cdot \frac{1}{\left| C_{T_i T_{z,i} 10}^{T_f T_{z,f}} \right|^2} \cdot \frac{|\langle J_f T_f || M(\vec{\sigma}) || J_i T_i \rangle|^2}{|\langle J_f T_f || M(\vec{\sigma} \vec{\tau}) || J_i T_i \rangle|^2}, \\ &= \left| \frac{g_s^{\text{IS}}}{g_s^{\text{IV}}} \right|^2 \cdot \frac{1}{\left| C_{T_i T_{z,i} 10}^{T_f T_{z,f}} \right|^2}. \end{aligned} \quad (4.27)$$



Die Retardierung der Übergangsstärken muss nun wieder berücksichtigt werden. Mit den Retardierungsfaktoren aus Gleichung 4.25 folgt das retardierte Verhältnis  $\tilde{R}_{IV}^{IS}$  aus:

$$\tilde{R}_{IV}^{IS} = \left| \frac{g_s^{IS}}{g_s^{IV}} \right|^2 \cdot \frac{1}{\left| C_{T_i T_{z,i} 10}^{T_f T_{z,f}} \right|^2} \cdot \frac{Q_{IS}}{Q_{IV}} = \begin{cases} 0,08 & Q_{IS} = 1,0 \\ 0,04 & Q_{IS} = Q_{IV} \end{cases} . \quad (4.28)$$

Die relativen Unsicherheiten der beiden Werte liegen bei etwa 1,8 %. Der Mischterm nimmt dann folgende Form an:

$$\text{Mischterm} = (1 + \tilde{R}_{IV}^{IS}) \cdot B^{IV}(M1) - B(M1). \quad (4.29)$$

Damit sind die hadronischen Spin-M1-Stärken in Beziehung zur elektromagnetischen M1-Stärke gesetzt, und es ist klar, wie aus einer isovektoriellen hadronischen M1-Stärke die totale elektromagnetische M1-Stärke bestimmt werden kann.

Die Diskussion der Zusammenhänge zwischen den Übergangsstärken soll im Weiteren von einem allgemeineren Standpunkt aus im Hinblick auf den Isospin geführt werden. Außerdem muss begründet werden, warum die Bahndrehimpulsanteile in der Spin-M1-Stärke für den Übergang  $\nu 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$  in der  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Reaktion vernachlässigbar sind.



## Kapitel 5

# Protonenstreuung unter kleinen Vorwärtswinkeln am RCNP

Dieses Kapitel beschreibt die Beschleunigeranlage des Research Center for Nuclear Physics (RCNP) der Osaka University in Japan sowie die experimentellen Bedingungen und Analyseschritte zur Generierung der  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren, die in dieser Arbeit analysiert werden.

Die Protonenstreuung bei Einschussenergien von  $E_p = 300$  MeV unter extremen Vorwärtswinkeln ist selektiv auf Dipolanregungen. Andere Multipole tragen nur wenig zum Wirkungsquerschnitt bei. Streuexperimente unter Vorwärtswinkeln durchzuführen, die den Streuwinkel von  $\theta_{\text{lab}} = 0^\circ$  einschließen, stellt eine besondere Herausforderung dar. Die nahe  $\theta_{\text{lab}} = 0^\circ$  gestreuten Protonen haben praktisch die gleiche Richtung wie der primäre Strahl. Dies erfordert eine hohe Winkelauflösung, damit die Streueignisse hinreichend genau vom primären Strahl getrennt werden können. Außerdem muss der instrumentelle Untergrund, der in einem solchen Experiment üblicherweise auftritt, weitestgehend reduziert werden. Er tritt auf, weil Protonen aus dem Halo des Strahls an den Strahlführungselementen oder Experimentaufbauten gestreut werden. Da diese Streuprozesse zufällig im Raum verteilt stattfinden, ist die Impulsverteilung solcher Protonen flach. Dennoch verursachen sie wegen ihrer großen Anzahl erhebliche Störsignale. Daher ist es erforderlich, den Halo hinreichend zu reduzieren. Beiden Anforderungen wird die Experimentieranlage des RCNP gerecht [Tam09].

Die bestmögliche Streuwinkelauflösung wird dadurch erreicht, dass die gestreuten Protonen nicht genau auf die Fokalebene des Detektorsystems fokussiert werden, sondern leicht dahinter. Auf diese Weise durchstoßen die Protonen, die das Streupräparat unter verschiedenen Streuwinkeln verlassen, die Fokalebene an unterschiedlichen Punkten. Sie werden also nicht auf genau einen Punkt in der Fokalebene abgebildet. So können die Trajektorien besser getrennt werden [HFuj01]. Die Energieauflösung lässt sich steigern, indem die Dispersion des Protonenstrahls an die Dispersion des Spektrometers angepasst wird [YFuj97]. Die folgenden Abschnitte orientieren sich an den Ausführungen in ([Mats10], [Pol11]) und fassen die wesentlichen Schritte zusammen, die für die Erzeugung der  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren wichtig waren.

## 5.1 Die Experimentier- und Beschleunigeranlage des RCNP

Die Abbildung 5.1 zeigt eine Ansicht der gesamten Experimentieranlage. Sie lässt sich in drei Teile gliedern: die *Azimuthally Varying Field (AVF)*-Zyklotron-Anlage, die Ring-Zyklotron-Anlage und den Experimentierplatz mit den beiden Magnetspektrometern *Grand Raiden (GR)* und *Large Acceptance Spectrometer (LAS)*. In der AVF-Zyklotron-Anlage können polarisierte und unpolarisierte Protonen durch zwei Ionenquellen bereitgestellt werden. Beide Quellen benutzen das Verfahren der Elektronen-Zyklotron-Resonanzheizung (EZR), bei dem Wasserstoffgas ionisiert wird, das sich in einem speziell präparierten Magnetfeld befindet. Es fixiert das erzeugte Plasma, das durch die Einstrahlung von Mikrowellen mit einer Frequenz von mehr als 1 GHz entsteht. Die positiven Ionen werden durch Anlegen eines Potentials zwischen Plasma und Extraktionspunkt extrahiert [Ly92].

Um am RCNP polarisierte Protonenstrahlen zu erzeugen, wird die *High Intensity Polarized Ion Source (HIPIS)* [Hat97] verwendet. Sie liefert einen Strahl aus kalten Wasserstoffatomen, der bereits zu etwa 70 % polarisiert ist. Die Polarisationsrichtung wird festgelegt, indem der Stern-Gerlach-Effekt genutzt wird. Erst hierauf werden die Wasserstoffatome mittels EZR ionisiert und die Protonen extrahiert. Die zweite Quelle *NEOMAFIOS* [Lud92] liefert unpolarisierte Protonen mit höheren Strömen. Die Protonen gelangen von den Quellen in das AVF-Zyklotron, in dem sie bis auf eine Energie von  $E_p = 54$  MeV beschleunigt werden. Von dort werden sie in das Ring-Zyklotron injiziert, das ihre Energie auf  $E_p = 295$  MeV erhöht. Der Strahlstrom auf dem Streupräparat liegt dabei zwischen  $I = (2 - 10)$  nA. Auf dem Weg zum Streupräparat in der Streukammer passieren die Protonen zwei Polarimeter. Mit ihrer Hilfe wird die Richtung und Stärke der Polarisation des Strahls überwacht.

Protonen, die unter  $\theta_{\text{lab}} = 60^\circ$  gestreut werden, gelangen in das LAS. Mit ihm wird die vertikale Strahlposition überwacht. Insbesondere die unter  $\theta_{\text{lab}} = 0^\circ$  gestreuten Protonen erreichen über Fokussier- und Ablenkmagnete das GR und werden in der Fokalebene des Detektorsystems hinter dem Spektrometer nachgewiesen. Mit dem GR werden die kernphysikalisch relevanten Protonenstreudaten gewonnen.

## 5.2 Spektrometerkonfiguration für die Messung bei $\theta_{\text{lab}} = 0^\circ$

Die vier wesentlichen Elemente des Experimentierplatzes sind die Streukammer, die beiden Magnetspektrometer GR und LAS sowie der Strahlfänger am Ende der Strahlführung. Abbildung 5.2 zeigt eine Ansicht des Experimentierplatzes. Wenn am GR Streueignisse unter  $\theta_{\text{lab}} = 0^\circ$  gemessen werden sollen, beträgt der kleinstmögliche Anstellwinkel des LAS zur Richtung des einfallenden Strahls  $\Theta_{\text{LAS}} = 60^\circ$ . Das LAS dient dazu, die Position des Strahls auf dem Streupräparat in vertikaler Richtung zu überwachen. Das GR ist als Ganzes drehbar gelagert und steht für Messungen, die einen Streuwinkel von  $\theta_{\text{lab}} = 0^\circ$  einschließen, ebenfalls bei  $\Theta_{\text{spektr}} = 0^\circ$  relativ zur Achse des einfallenden Strahls. Wenn das Spektrometer bei  $\Theta_{\text{spektr}} = 0^\circ$  steht, deckt es einen Streuwinkelbereich  $\theta_{\text{lab}} \in [-2,5^\circ; 2,5^\circ]$  ab. Um größere Streuwinkel zu erreichen, wurde es im Rahmen des  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiments auch auf  $\Theta_{\text{spektr}} = 2,5^\circ$  und  $\Theta_{\text{spektr}} = 4,5^\circ$  eingestellt.

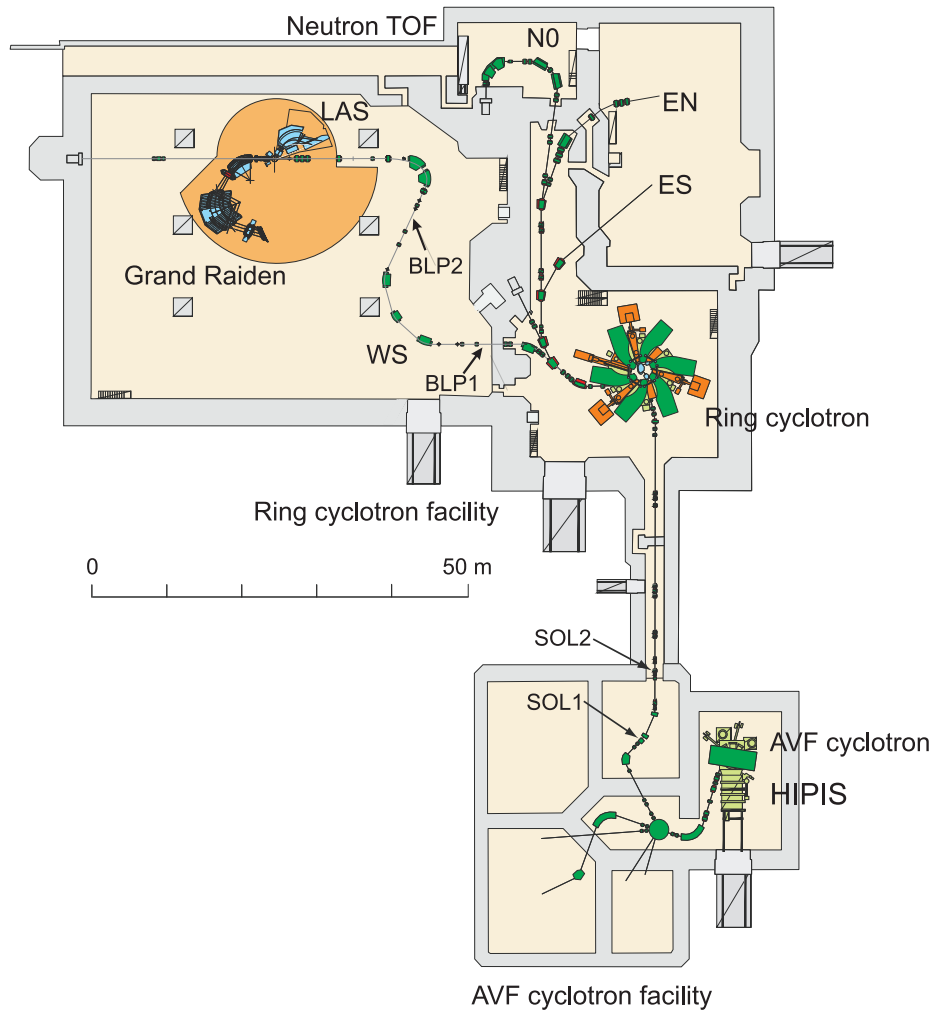


Abbildung 5.1: Ansicht der Experimentieranlage des RCNP. Es bezeichnen: SOL1/SOL2 = supraleitende Solenoiden zur Einstellung der Strahlpolarisation, BLP1/BLP2 = *Beam Line Polarimeter*, WS = *West South*-Strahlführung, ES = *East South*-Experimentierplatz, EN = *East North*-Experimentierplatz, N0 = *North*-Experimentierplatz, Neutron TOF = Neutronen Flugzeitmessungen, aus [Pol11].

Wenn im Strahlfänger Protonen abgebremst werden, entstehen sowohl  $\gamma$ -Quanten als auch Neutronen, die in das Detektorsystem des GR gelangen können. Um die Anzahl an solchen Hintergrundereignissen weitestgehend zu reduzieren, befindet sich der Strahlfänger in einem Abstand von  $d = 12$  m zum Detektorsystem und ist durch Beton, Stahl und Blei abgeschirmt. Außerdem besitzt er Magnete, die aus der Umgebung freigesetzte Elektronen ablenken und somit eine möglichst genaue Messung des Strahlstroms garantieren.

### 5.3 Das Grand Raiden Spektrometer

Das *Grand Raiden* (GR) Spektrometer ist ein Magnetspektrometer mit einer Impulsauflösung von  $p/\Delta p = 3,7 \cdot 10^4$  bei einer Impulsakzeptanz von  $\Delta p_{\text{rel}} = \pm 2,5$  % [MFuj99]. Damit lassen sich

Spektren in einem Anregungsenergiebereich von  $E_x = (4 - 30)$  MeV mit einer Energieauflösung je nach Streupräparat von etwa  $FWHM = (15 - 21)$  keV aufnehmen. Das GR besteht aus drei Dipolmagneten (D1, D2 und DSR), zwei Quadrupolmagneten (Q1, Q2), einem Sextupolmagneten (SX) und einem Multipolmagnet (MP). Sie sind in Abbildung 5.3 markiert. Der Dipol *DSR* (*Dipole for Spin Rotation*) wird benutzt, wenn longitudinal polarisierte Protonen gemessen werden, um deren Spin rotieren zu lassen. Weitere technische Details zum GR befinden sich in der Tabelle 5.1.

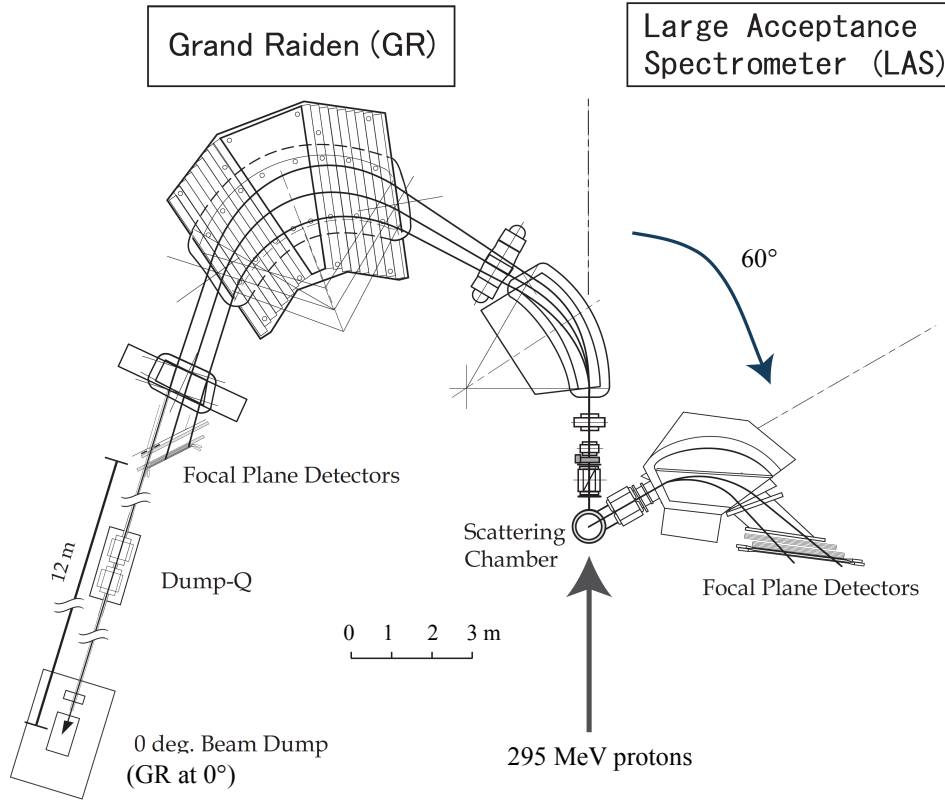


Abbildung 5.2: Magnetspektrometer am (p,p')-Experimentierplatz des RCNP, aus [Mats10].

Das Detektorsystem des GR besteht aus zwei Vieldraht-Driftkammern (VDK) mit jeweils zwei Anodendrahtebenen X und U sowie je zwei Plastikszintillatoren (PS), die als Trigger dienen und sich hinter den VDK befinden [No91]. Zwischen den Szintillatoren ist eine Aluminiumplatte montiert, die den Hintergrund an Elektronen reduzieren soll, die aus Compton-Streuprozessen stammen. Die Compton-Streuereignisse werden durch  $\gamma$ -Quanten aus dem üblichen Strahlungshintergrund einer solchen Beschleunigeranlage ausgelöst. Die Aluminiumplatte ist der Grund, weshalb die Zählrate der in den Szintillatoren registrierten Ereignisse um einen zusätzlichen Faktor korrigiert werden muss, siehe Gleichung 6.1. Durch sie werden Protonen zwischenzeitlich herausgestreut, die somit für die Gesamtbilanz verloren gehen. Weitere technische Daten zu den Drahtkammern befinden sich in der Tabelle 5.2.

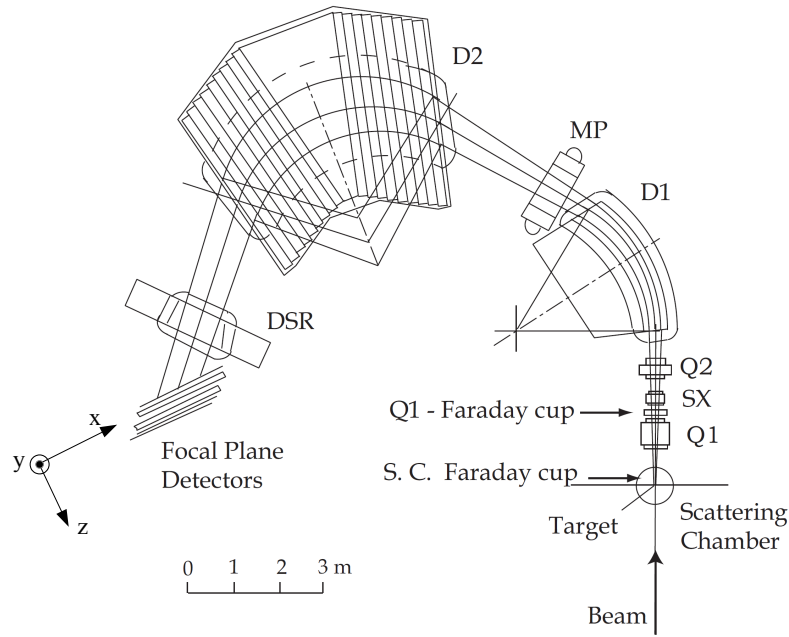


Abbildung 5.3: Das Magnetspektrometer Grand Raiden mit Streukammer und Detektorsystem, aus [Mats10]. Für die Drahtebenen ist das benutzte Koordinatensystem eingezeichnet. Die Ablagen in y-Richtung werden vertikale Ablagen genannt, Ablagen in x-Richtung sind horizontale.

Tabelle 5.1: Technische Daten zu den Spektrometern *Grand Raiden* und *Large Acceptance Spectrometer*.

	Grand Raiden	Large Acceptance Spectrometer
Konfiguration	Q1-SX-Q2-D1-MP-D2(-DSR)	QD
Bahnradius	3 m	1,5 m
Ablenkwinkel	180°	70°
Anstellwinkel Fokalebene	45°	57°
Maximale magnet. Steifigkeit	5,4 Tm	3,2 Tm
Vertikale Vergrößerung	5,98	-7,3
Horizontale Vergrößerung	-0,417	-0,4
Impulsakzeptanz	5 %	30 %
Impulsauflösung	37075	4980
Winkelakzeptanz horizontal	±20 mrad	±60 mrad
Winkelakzeptanz vertikal	±70 mrad	±100 mrad

## 5.4 Das Large Acceptance Spektrometer

Das LAS dient dazu, die vertikale Strahlposition auf dem Streupräparat zu überwachen [Mats91]. Dafür werden vorwiegend die quasi-frei gestreuten Protonen gemessen. Es besteht aus einem Quadrupol- und einem Dipolmagneten. Beide sind mit den Kürzeln *Q* für Quadrupol- und *D* für

Dipolmagnet in der Abbildung 5.4 markiert. Der Impulsablagebereich ist mit  $\Delta p/p = 30\%$  sehr hoch. Ebenso besitzt es eine hohe Raumwinkelakzeptanz von  $\Delta\Omega_{\text{spektr}} = 20$  msr. Die technischen Daten des Spektrometers sind in der Tabelle 5.1 zusammengefasst.

Das Detektorsystem des LAS ist dem des GR sehr ähnlich. Hinter zwei Driftkammern befinden sich zwei Szintillatorebenen mit je drei Szintillatoren, von denen jeweils nur der mittlere für das Experiment genutzt wurde. Die Driftkammern besitzen drei Anodendrahtebebenen X, U und V, wobei die X-Ebenen für das Experiment inaktiv geschaltet waren. Die technischen Daten zu den Driftkammern befinden sich in Tabelle 5.2.

Tabelle 5.2: Technische Daten zu den vertikalen Driftkammern in den Spektrometern GR und LAS.

	Grand Raiden	Large Acceptance Spectrometer
Drahtanordnung	X ( $0^\circ$ ), U ( $48,19^\circ$ )	X ( $0^\circ$ ), U ( $-31^\circ$ ), V ( $+31^\circ$ )
Aktive Fläche in $\text{mm}^2$	$1150^{\text{W}} \times 120^{\text{H}}$	$1700^{\text{W}} \times 350^{\text{H}}$
Anzahl Zähldrähte	192 (X), 208 (U)	272 (X), 256 (U,V)
Abstand Anode-Kathode	10 mm	10 mm
Abstand Anodendrähte	2 mm	2 mm (X), 2,33 mm (U,V)
Abstand Zähldrähte	6 mm (X), 4 mm (U)	6 mm (X), 7 mm (U,V)
Hochspannung	-5,6 kV (Kath.), -0,3 kV (Pot.)	-5,5 kV (Kath.), -0,3 kV (Pot.)
Abschlussfolien	12.5 $\mu\text{m}$ Aramid-Folie	25 $\mu\text{m}$ Aramid-Folie
Zähldrahtmaterial		20 $\mu\text{m}$ $\varnothing$ Gold-beschichtetes Wolfram
Felddrahtmaterial		50 $\mu\text{m}$ $\varnothing$ Gold-beschichtetes Kupfer
Kathodenmaterial		10 $\mu\text{m}$ Aramid-Folie
Gasmischung	70 % Argon + 30 % Iso-Buthan + Iso-Propanol	

## 5.5 Ladungsmessung

Die einfallende Teilchenstromdichte wird in einem Streuexperiment mit geladenen Projektilen über die in Ladungsfängern gesammelte Ladung bestimmt. Das GR wurde für die  $^{48}\text{Ca}$ -Messungen auf drei Winkel relativ zur einfallenden Strahlachse eingestellt:  $\Theta_{\text{spektr}} = 0,0^\circ, 2,5^\circ, 4,5^\circ$ . Bei der  $0^\circ$ -Messung wurde der Strahlstrom mit dem Strahlfänger  $0^\circ\text{-FC}$  in Abbildung 5.2 bestimmt. Bei den Messungen unter  $\Theta_{\text{spektr}} = 2,5^\circ$  und  $\Theta_{\text{spektr}} = 4,5^\circ$  wurde der Strahlstrom mit dem Strahlfänger  $\text{Q1-FC}$  in Abbildung 5.3 gemessen.

Die Messungen an den beiden Strahlfängern  $0^\circ\text{-FC}$  und  $\text{Q1-FC}$  sind auf Messungen an dem Strahlfänger  $\text{SC-FC}$  in der Streukammer kalibriert. Auf die gesammelte Ladung musste daher in der Gleichung 6.1 eine Nachweiswahrscheinlichkeit  $\epsilon_{\text{FC}}$  angewendet werden. Wegen Strahlverlusten in der Strahlführung und dem Experimentaufbau musste der Wert für die gesammelte Ladung pro Messdurchlauf um einen weiteren Faktor korrigiert werden. Diese Korrekturfaktoren waren in der Arbeit von [Mats10] bestimmt worden. Dabei handelt es sich um den Korrekturfaktor  $c_{\text{FC}}$  in der Gleichung 6.1, der für verschiedene Spektrometerwinkel  $\Theta_{\text{spektr}}$  unterschiedlich ist. Die Werte sind in der Tabelle A.24 angegeben.



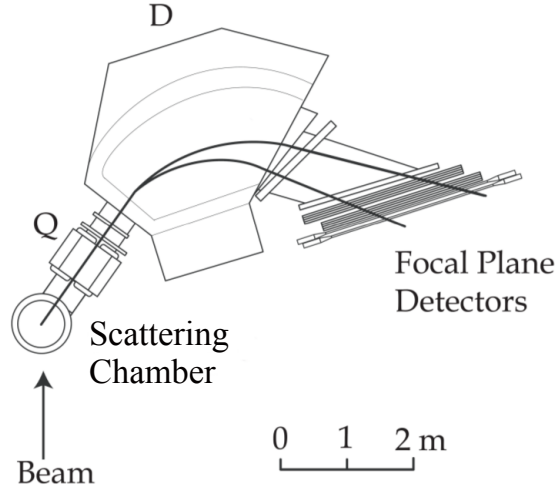


Abbildung 5.4: Das Magnetspektrometer LAS mit Streukammer und Detektorsystem, aus [Mats10].

## 5.6 Datenaufnahmesystem

Die primären Messdaten des Detektorsystems waren die Driftzeiten der Drahtkammern, die Zeitsignale der Trigger-Detektoren und die in den Ladungsfängern gesammelte Ladung. Die analogen Signale wurden durch entsprechende Konverter digitalisiert und parallel über einen ECL-Bus an ein VME-Hochgeschwindigkeitsmodul übertragen. Um Totzeiteffekte zu reduzieren, wurde ein zweites Modul als Pufferspeicher benutzt. Die relative Totzeit betrug für die Messungen unter  $\Theta_{\text{spektr}} = 0^\circ$  etwa  $t_{\text{TZ, rel}} = 10\%$  bei typischen Spektrometer-Triggerraten von  $f = 3\text{ kHz}$ . Über das VME-Kontrollmodul gelangten die Daten von den beiden Hochgeschwindigkeitsmodulen via Giga-Bit-Ethernet auf einen Analyse-Rechner. Dort fand die Voranalyse der Signale im Hinblick auf Durchstoßpunkte, Impulsablagen und Winkelablagen statt. Außerdem lief auf diesem Rechner auch die Sofort-Analyse zur ersten Begutachtung der gemessenen Daten [Mats10].

## 5.7 Streupräparate

Die  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren der vorliegenden Arbeit wurden in der Messkampagne E249 am RCNP im Oktober 2004 gemessen [Mats10]. Wie eine genauere Untersuchung der Spektren zeigte, tragen die Nuklide  $^{12}\text{C}$  und  $^{16}\text{O}$  nicht vernachlässigbar zu den gemessenen Wirkungsquerschnitten der  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren bei. Deshalb wurden Spektren der beiden Störnuklide aus den Messkampagnen E249 ( $^{12}\text{C}$ ) und E299 ( $^{16}\text{O}$ , Oktober 2007) verwendet, um die  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren zu bereinigen, siehe Tabelle 5.3. Eine sehr wahrscheinliche Ursache für den Beitrag des Kerns  $^{16}\text{O}$  liegt in einer Oxidschicht an der Oberfläche der  $^{48}\text{Ca}$ -Folie, die als Streupräparat diente. Woher der Beitrag des Kerns  $^{12}\text{C}$  stammt ist unklar. Alle Strukturen der  $^{12}\text{C}$ - und  $^{16}\text{O}$ -Spektren in den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren ließen sich mit einem Faktor passend skalieren. Die Skalierungsfaktoren sind in der Tabelle 5.4 zusammengefasst. Ihre Ableitung wird Anhang A.6 beschrieben.

Die Tabelle 5.3 enthält nähere Informationen zu den verwendeten Streupräparaten. Insgesamt wurden 7 Spektren bei Streuwinkeln zwischen  $\theta_{\text{lab}} = 0,4^\circ$  und  $\theta_{\text{lab}} = 5,2^\circ$  aufgenommen. Streu- und Spektrometerwinkel sind in der Tabelle 5.4 zusammengefasst. Die in dieser Arbeit verwendeten Datensätze der Nuklide  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  und  $^{48}\text{Ca}$  werden unter der Referenz [RCNP12] zusammengefasst.

Tabelle 5.3: Eigenschaften der Streupräparate, die in der Analyse der  $^{48}\text{Ca}$ -Daten und der möglichen Beiträge der Kerne  $^{12}\text{C}$  und  $^{16}\text{O}$  zu den Spektren verwendet wurden. Die Unsicherheit der Massenbelegung ist eine Schätzung, die auf Erfahrungswerten aus anderen Messungen beruht ([Tam11], [Mats10]).

Streupräparat	Messkampagne	Typ	Massenbelegung $\mu$ ( $\text{mg} \cdot \text{cm}^{-2}$ )	Reinheit $\eta$ (%)	Strahlenergie (MeV)
$^{12}\text{C}$	E249	Folie	1,01(2)	-	295
$^{16}\text{O}$	E299	Eis	9,93(15)	-	295
$^{48}\text{Ca}$	E249	Folie	1,87(3)	95,2(15)	295

## 5.8 Spektrenerzeugung

### 5.8.1 Teilchenseparation

Wenn Protonen mit einer Einschussenergie  $E_p = 295$  MeV auf ein Streupräparat einfallen, treten neben den Protonen auch Neutronen, Deuteronen,  $\gamma$ -Quanten und andere leichte Ionen auf, die die Detektoren der Spektrometer durchdringen. Neutronen und  $\gamma$ -Quanten erzeugen in den Detektoren praktisch keine Störsignale, da die Ionisierungs-Wirkungsquerschnitte der Zählgase sehr klein sind gegenüber einer Anregung durch diese Teilchen. Lediglich das geladene Deuteron tritt als nicht vernachlässigbare Störquelle auf.

Tabelle 5.4: Allgemeine Informationen zu den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren: Kennzeichnung des Spektrums mit der Nr., Streuwinkel im Laborsystem  $\theta_{\text{lab}}$ , Streuwinkel im Schwerpunktsystem  $\theta_{\text{CM}}$  bei  $E_x = 10,2$  MeV, Spektrometerwinkel  $\Theta_{\text{spektr}}$ , Breite  $\Delta E_x$  eines Kanals im Spektrum und Skalierungsfaktoren für die Störnuklide.

$^{12}\text{C}$ Nr.	$^{16}\text{O}$ Nr.	$^{48}\text{Ca}$ Nr.	$\theta_{\text{lab}}$ ( $^\circ$ )	$\theta_{\text{CM}}$ ( $^\circ$ )	$\Theta_{\text{spektr}}$ ( $^\circ$ )	$\Delta E_x$ (keV)	Skalierungsfaktor	
							$^{12}\text{C}$	$^{16}\text{O}$
1200	1600	4800	0,40	0,41	0,0	5	0,0324	0,710
1201	1601	4801	1,00	1,03	0,0	5	0,0324	0,710
1202	1602	4802	1,74	1,79	0,0	5	0,0324	0,710
1203	1603	4803	2,38	2,45	2,5	5	0,0324	0,710
1204	1604	4804	3,18	3,27	2,5	5	0,0324	0,710
1205	1605	4805	4,39	4,51	4,5	5	0,0324	0,710
1206	1606	4806	5,15	5,29	4,5	5	0,0324	0,710

Die Unterscheidung zwischen Protonen und Deuteronen basierte auf Flugzeitmessungen. Dazu wurden die Zeiten zwischen den Hochfrequenzsignalen des Beschleunigers und den Signalen eines

der Triggerdetektoren des GR ausgewertet. Die Zeitstruktur des Strahls betrug  $\Delta t = 61,6$  ns. Das entspricht einer Frequenz von  $f = 16,24$  MHz. Zusätzlich zur Flugzeitmessung wurde die Energie der Teilchen mit dem Triggerdetektor gemessen. Aus der Energie und Zeitstruktur der im Detektorsystem des GR gemessenen Teilchen konnte ein Streudiagramm erstellt werden, in dem sich die Deuteronen von den Protonen separierten, siehe Abbildung 5.5.

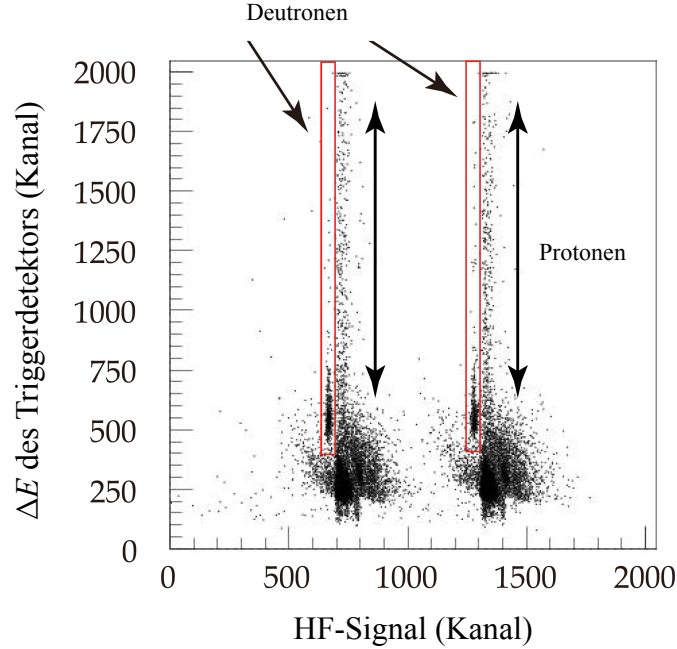


Abbildung 5.5: Streudiagramm zur Separation von Deuteronen und Protonen, aus [Mats10]. Die Detektorereignisse der Deuteronen in den eingezeichneten Polygonen wurden verworfen.

### 5.8.2 Spurrekonstruktion

Eine VDK in der Fokalebene des GR detektiert geladene Teilchen, die bei ihrem Weg durch die VDK mehrere Drahtzellen durchqueren und das Zählgas entlang ihres Wegs ionisieren. Dieser Vorgang ist in Abbildung 5.6 schematisch dargestellt. Aus der Kenntnis der angesprochenen Drahtzellen und den Driftlängen der Elektronen in jeder Zelle kann der Durchstoßpunkt in der Anodendraht-Ebene bestimmt werden. Eine Drahtzelle wird dabei von zwei Felddrähten an den seitlichen Rändern der Zelle aufgespannt. In ihrer Mitte befindet sich der potentialführende Zähl draht. Das obere und untere Ende der Zelle ist durch die Kathodenfolien festgelegt, siehe Abbildung 5.6. Üblicherweise werden am GR mehr als 3 Zellen einer VDK angesprochen. Das entspricht einem mittleren Durchstoßwinkel von  $45^\circ$  relativ zu den Drahtebenen.

Die Driftlängen wurden für das Experiment aus den gemessenen Driftzeiten ermittelt. Driftzeiten und Driftlängen wurden dabei in der Voranalyse der Daten in einer Konversionstabelle nachgeschlagen, um Rechenzeit zu sparen. Die Tabelle stammte aus der Kalibrierung anhand einer Messung bei hohen Anregungsenergien, die ein Spektrum generiert, das näherungsweise weißem Rauschen entspricht. Die Ortsauflösung betrug  $\Delta r_{\text{VDK}} = 0,29$  mm, was einer Energieauflösung von  $\Delta E_{\text{VKD}} = 6,7$  keV entsprach.

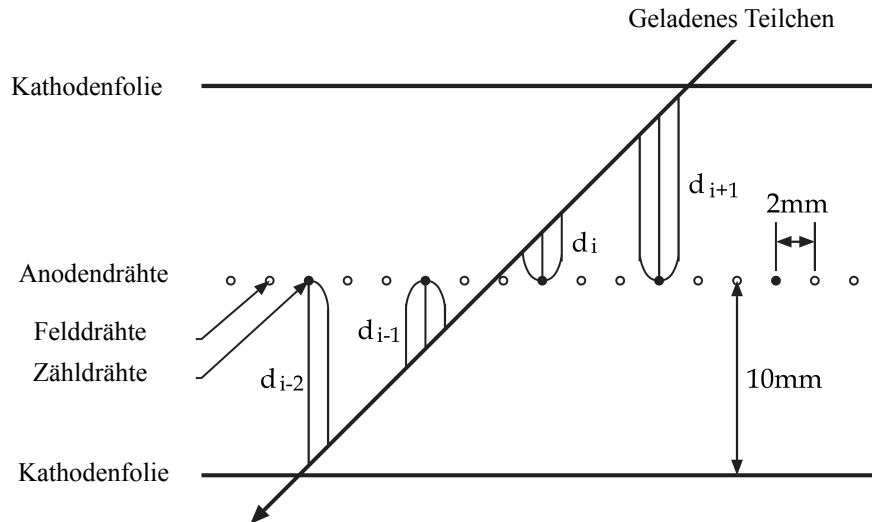


Abbildung 5.6: Teilchenspurdurchdringung einer Drahtebene des GR. Aus den Driftlängen  $d_i$ ,  $i = 3, \dots, n$  und den Positionen der angesprochenen Zähldrähte wurde der Durchstoßpunkt bestimmt, aus [Mats10].

### 5.8.3 Korrektur des Untergrundes aus Vielfachstreuung im Streupräparat

Hintergrundereignisse in den Spektren können zum einen durch die Streuung von Protonen aus dem Strahl-Halo am Streupräparatrahmen entstehen und durch Protonen die eine Vielfachstreuung im Streupräparat selbst erfahren haben. In beiden Fällen durchlaufen diese Protonen weitere Streureaktionen an den Bauelementen des Spektrometersystems oder der Strahlführung. Die Streueignisse aus dem Strahl-Halo wurden in dem Experiment durch eine entsprechend optimierte Strahlaufbereitung und einen Präparatrahmen mit hinreichend großen Loch auf ein vernachlässigbares Maß reduziert. Die Vielfachstreuung im Streupräparat selbst blieb aber erhalten. In den relevanten Streudiagrammen erscheinen diese Streueignisse als flacher Untergrund unter den wahren Streueignissen aus den gewünschten Kernreaktionen. Die Projektion eines solchen Streudiagramms in vertikaler Richtung der Detektorebene des GR ergibt eine scharfe Linie auf einem breiten Untergrund, der unmittelbar um die Linie flach ist. Daher kann der Untergrund unter der Linie aus den Randbereichen geschätzt werden, siehe Abbildung 5.7. Die Projektion in das Impulshöhenspektrum über der Anregungsenergie ergibt den Untergrundanteil, der direkt subtrahiert werden kann. Dadurch sind die Spektren im Rahmen der Unsicherheiten dieser Methode frei von instrumentellen Hintergrundereignissen.

### 5.8.4 Verbesserung der Energieauflösung

Die Energieauflösung wird einerseits durch einen kinematischen Effekt der Teilchenstreuung und durch die Aberration des Spektrometers beeinflusst. Die Reaktionskinematik bedingt eine Abhängigkeit des Protonenimpulses vom Streuwinkel. Diese Abhängigkeit kann mit Hilfe kinematischer Rechnung direkt aus den Daten eliminiert werden. Übrig bleibt eine Korrelation zwischen dem Streuwinkel in horizontaler Richtung und der horizontalen Ortsablage. Ein Aberrationseffekt in vertikaler Richtung ist vernachlässigbar. Diese Korrelation in horizontaler Richtung

bedeutet, dass Ereignisse mit eigentlich gleicher Ortsablage, aber unterschiedlicher Winkelablage bei unterschiedlichen Ortsablagen registriert werden. Der Aberrationseffekt des Spektrometers kann in einer Kalibriermessung bestimmt werden. Daraus ergibt sich eine Korrektur der Ortsablagen in horizontaler Richtung, die die Energieauflösung der Spektren bestimmt.

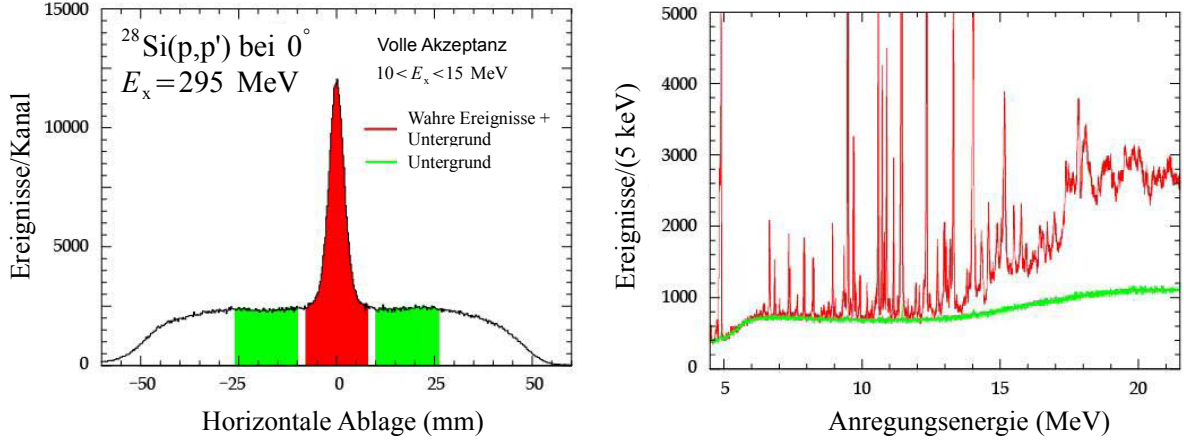


Abbildung 5.7: Korrektur des instrumentellen Untergrunds. Links: Verteilung der Ereignisse pro Kanal über die horizontale Ortsablage der Driftkammern. Aus den grünen Randbereichen der roten Linie kann deren Untergrund geschätzt werden, aus [Mats10]. Rechts: Der so bestimmte Untergrund ist im Impulshöhenspektrum über der Anregungsenergie grün aufgetragen.

### 5.8.5 Extrahierte Spektren

Die Messdaten, die mit einem System aus einem Magnet-Spektrometer und Violdraht-Drift-Kammern aufgenommen werden, stellen vieldimensionale Datensätze dar. Zu jedem detektierten Streueignis werden Koordinaten wie Orts-, Winkel- und Impulsablagen bestimmt, meist auch mit Zeitstempel. Jeweils zwei Koordinaten können dann für jedes Streueignis gegeneinander aufgetragen werden. Dies ergibt sogenannte Streudiagramme, die genutzt werden können, um Polygonbedingungen zu definieren, mit denen bestimmte Streueignisse selektiert werden. Beispiele für solche Streudiagramme des  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiments sind in den Abbildungen 5.9 und 5.10 zu sehen. Dort wurden die Winkelablagen  $\phi$  und  $\theta$  gegeneinander aufgetragen, siehe Abbildung 5.8. Insgesamt gab es während dem  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiment 9 Messungen. Die Datensätze mehrerer dieser Messungen wurden zusammengefasst, sodass letztendlich 3 große Datensätze für die Spektrometerwinkel  $\Theta_{\text{spektr}} = 0^\circ, 2,5^\circ, 4,5^\circ$  zur Verfügung standen. Den Zusammenfassungen entsprechend mussten die gesammelten Ladungen summiert werden. In den Streudiagrammen der Winkelablagen dieser drei Datensätze wurden 7 Raumwinkelbereiche definiert und daraus die Spektren erzeugt. Allgemein entstehen Impulshöhenspektren aus den Projektionen der aufbereiteten Streudiagramme auf die jeweilige Energieachse. Durch die Festlegung der Raumwinkel wurde der mittlere Streuwinkel festgelegt. So gingen aus dem ersten der drei Datensätze die Spektren mit den Streuwinkeln  $\theta_{\text{lab}} = 0,4^\circ$  (4800),  $\theta_{\text{lab}} = 1,0^\circ$  (4801) und  $\theta_{\text{lab}} = 1,74^\circ$  (4802) hervor, aus dem zweiten die Spektren mit den Streuwinkeln  $\theta_{\text{lab}} = 2,38^\circ$  (4803) und  $\theta_{\text{lab}} = 3,18^\circ$  (4804) und aus dem dritten die Spektren mit den Streuwinkeln  $\theta_{\text{lab}} = 4,39^\circ$  (4805) und  $\theta_{\text{lab}} = 5,15^\circ$  (4806), siehe auch Tabelle A.24.

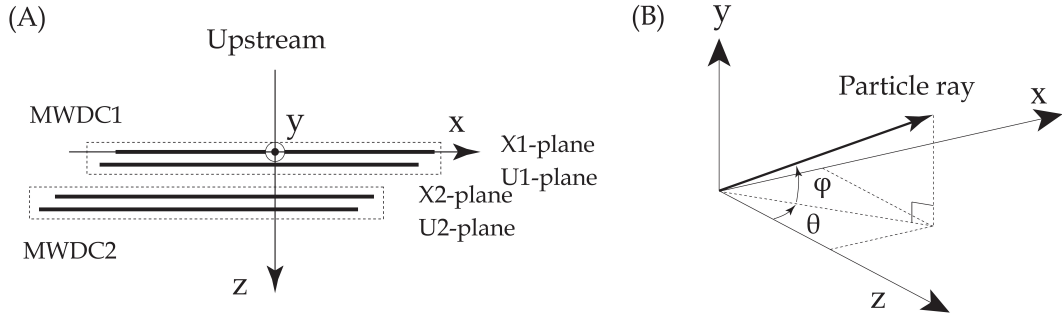


Abbildung 5.8: (A) Koordinatensystem der Viel-Draht-Driftkammern des GR. (B) Winkelablagen im Koordinatensystem der Driftkammern, aus [Mats10].

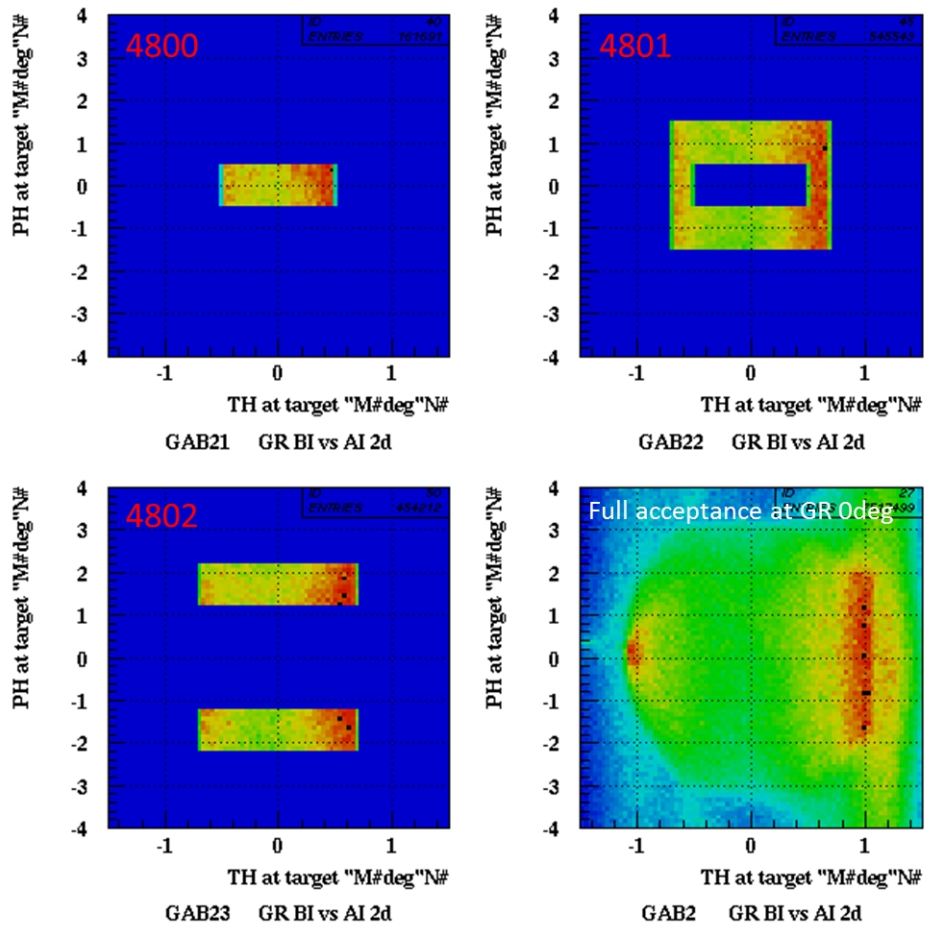


Abbildung 5.9: Winkelausschnitte der Streudiagramme zur Bestimmung der Raumwinkel, GR = Grand Raiden, Spektrometerwinkel =  $0^\circ$ .

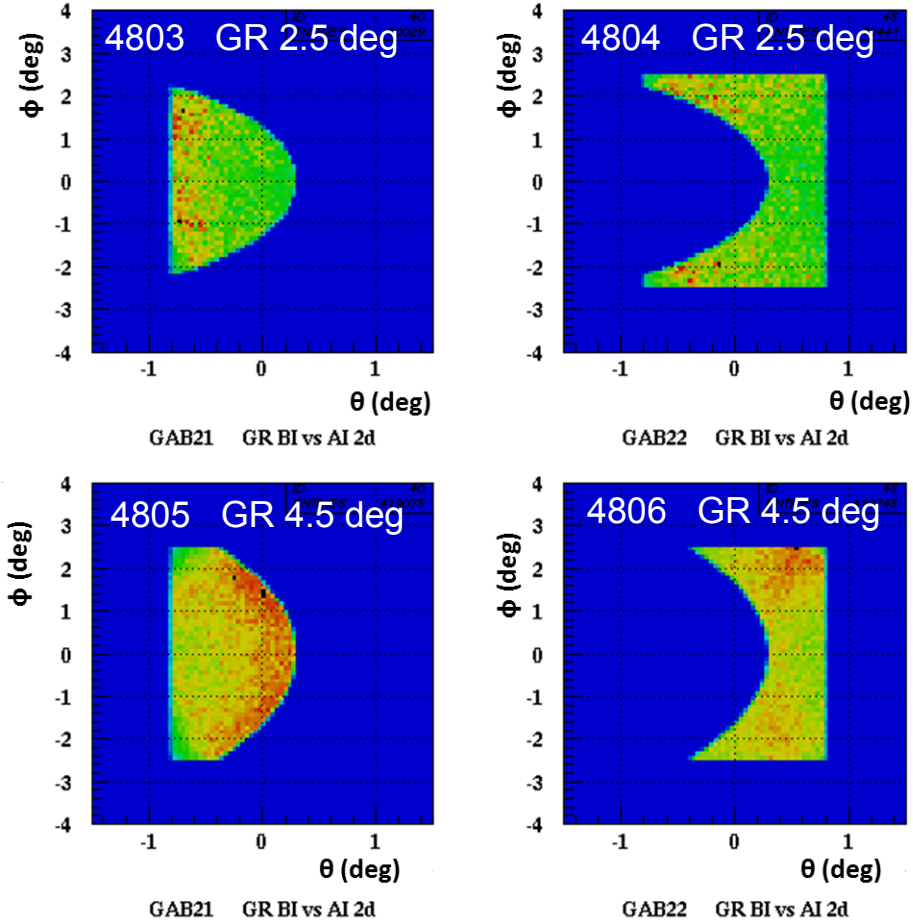


Abbildung 5.10: Winkelausschnitte der Streudiagramme zur Bestimmung der Raumwinkel. GR = Grand Raiden.

Die Umrechnung der Kanalinhalte in doppelt differentielle Wirkungsquerschnitte und die Bereinigung der Spektren vom instrumentellen Untergrund geschah für alle drei Nuklide  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  und  $^{48}\text{Ca}$  bereits in [Mats10]. Die  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren sind in den Abbildungen 5.11 bis 5.13 zu sehen. Sie werden von der Anregung des  $1^+$ -Zustands bei  $E_x = 10,2$  MeV dominiert. Um auch die kleineren Strukturen sichtbar zu machen, wurde diese Linie in der Hauptansicht abgeschnitten und als vergrößerter Ausschnitt zusätzlich eingezeichnet. Die Energie der gestreuten Protonen wurde aus ihrer Impulsablage im Detektorsystem des Spektrometers berechnet. Dazu mussten die Magnetfeldstärke des Spektrometers, der mittlere Bahnradius und die Ortsablage eines gestreuten Protons in x-Richtung gemessen worden sein. Auf dieser Basis fußte die primäre Energiekalibrierung. Diese wurde durch die Messung der beiden stärksten Linien des Kerns  $^{12}\text{C}$  und einer weiteren Linie, die für das untersuchte Nuklid typisch war, optimiert. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die Energiekalibrierung überprüft, siehe Anhang A.4. Die übliche Toleranz eines Magnetnetzteils bedingt kleine Änderungen des Versorgungsstromes des angeschlossenen Dipolmagneten, was zu Verschiebungen der Linienpositionen im Spektrum in der Größenordnung von 5 Kanälen führen kann. Solche Verschiebungen wurden in den Spektren beobachtet und im Rahmen der Analyse dieser Arbeit korrigiert, siehe Anhang A.3. Die systematische Untersuchung der Linienbreiten ergab eine mittlere Auflösung von  $FWHM = (21 \pm 5)$  keV, siehe Anhang A.5.

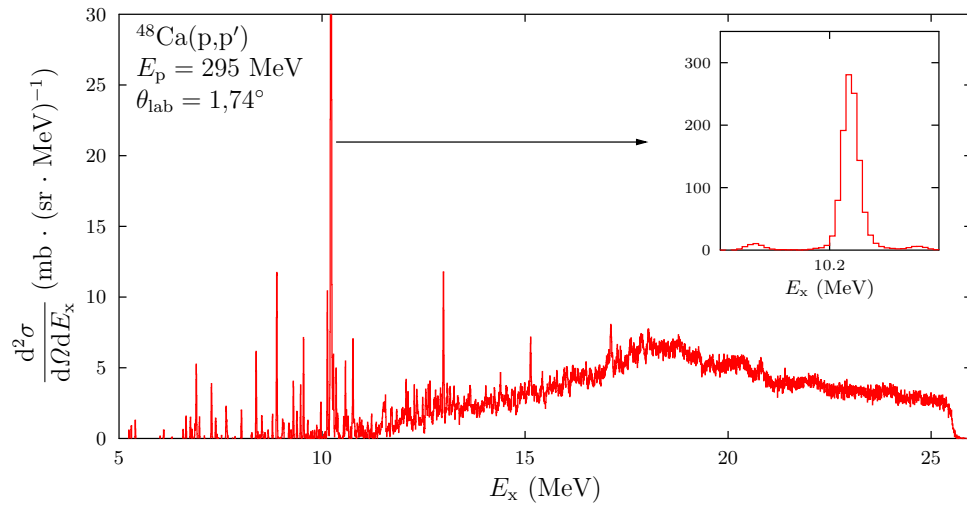
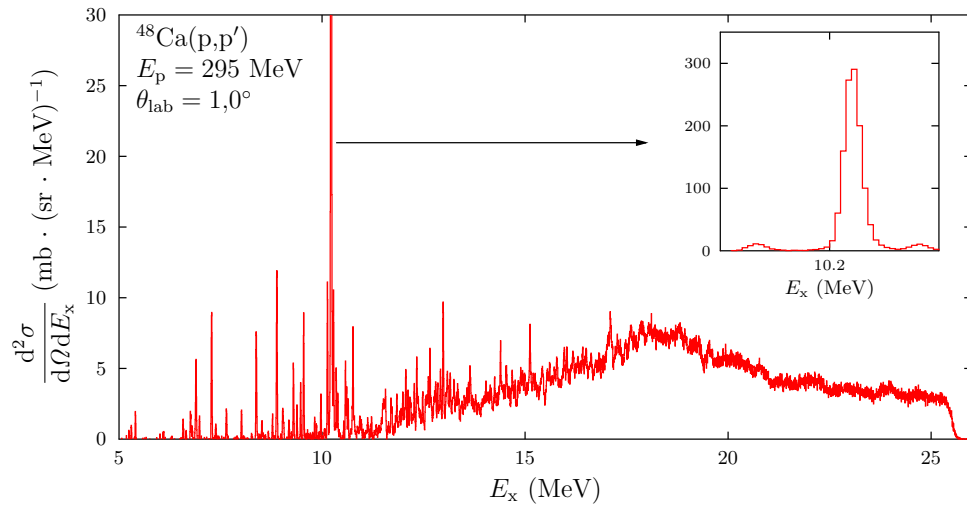
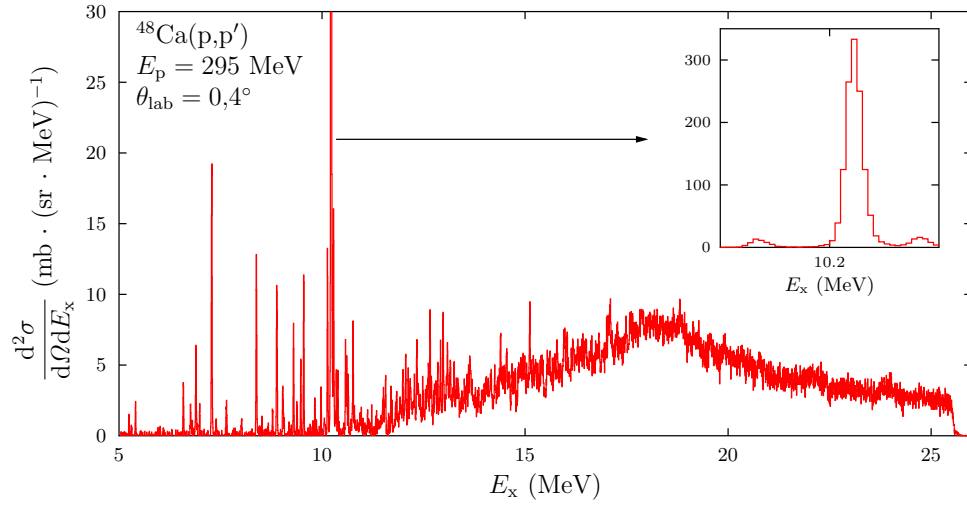


Abbildung 5.11: Aus den  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Streudaten extrahierte Spektren des doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitts für die verschiedenen Streuwinkel.



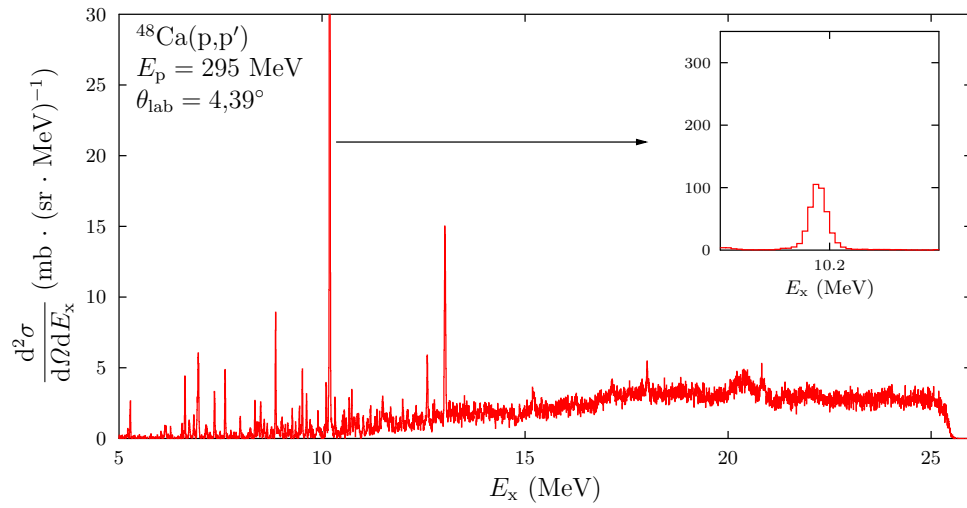
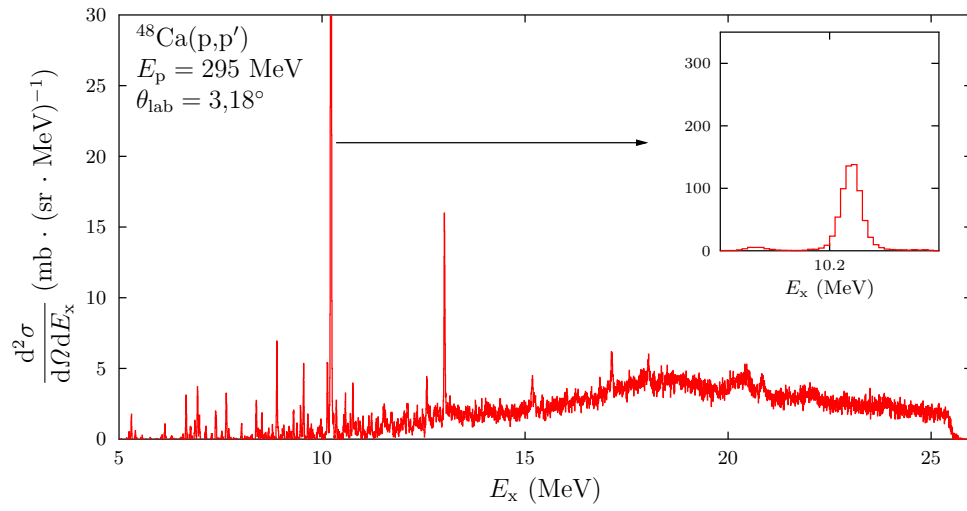
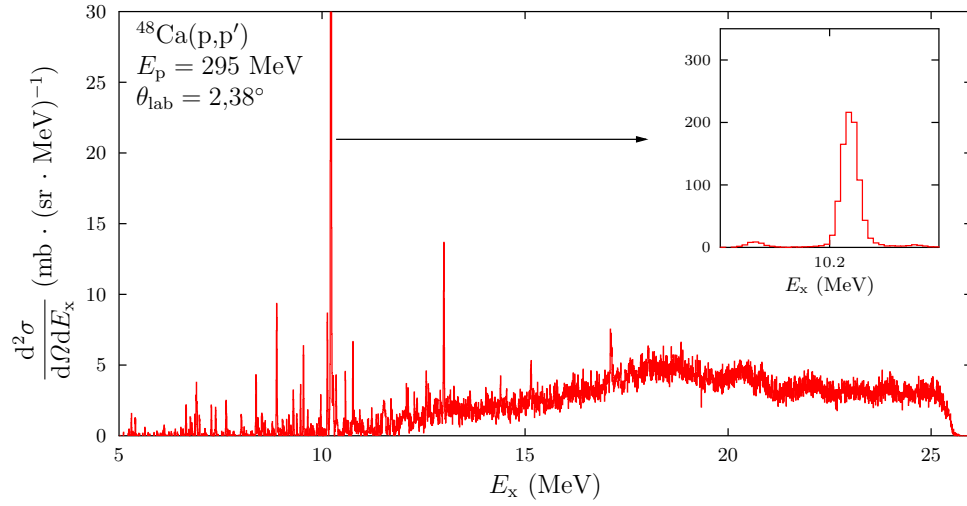


Abbildung 5.12: Aus den  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Streudaten extrahierte Spektren des doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitts für die verschiedenen Streuwinkel.

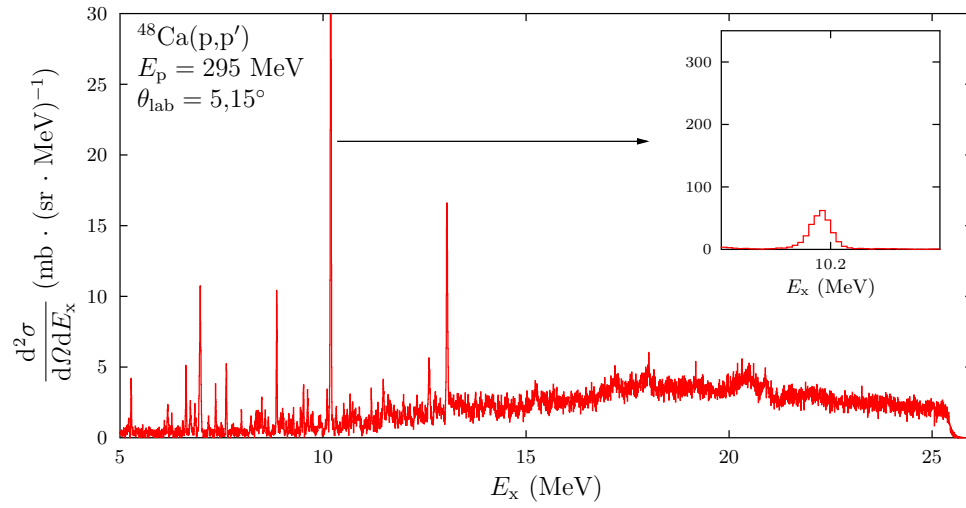


Abbildung 5.13: Aus den  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Streudaten extrahierte Spektren des doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitts für die verschiedenen Streuwinkel.

# Kapitel 6

## Aufbereitung der Spektren

Die Grundlage für die Untersuchungen dieser Arbeit bildeten die sieben  $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Spektren, die im vorigen Abschnitt vorgestellt worden sind. Mit den analogen Spektren der Nuklide  $^{16}\text{O}$  und  $^{12}\text{C}$  konnten die  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren von allen Störeinflüssen dieser Nuklide bereinigt werden. Dafür mussten die Spektren der Störnuklide auf den Rückstoß des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  korrigiert werden, da alle Strukturen der  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren im Rahmen der Voranalyse [Mats10] in der Kinematik des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  gerechnet worden waren, siehe Anhang A.6. Außerdem wurde abgeschätzt, welche Auswirkungen Abweichungen in der Energiekalibrierung auf die Ergebnisse dieser Arbeit haben können. Eine systematische Abweichung der kalibrierten Energien von  $\Delta E_{\text{x,kalib}} = 10 \text{ keV}$  würde zu einer relativen Änderung der elektrischen Dipol-Polarisierbarkeit von deutlich weniger als  $\Delta\alpha_{\text{D,rel}} = 1 \text{ \%}$  führen, siehe Anhang A.4. Dies wurde als vernachlässigbar eingestuft. Da die Kanalinhalte der  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren neu zusammengefasst werden mussten, um isoskalare E2-Beiträge zum doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt subtrahieren zu können, wurde auch untersucht, inwieweit diese neue Klasseneinteilung der Spektren (kurz *Klassierung*) zu einer Fehleinschätzung der Unsicherheiten der extrahierten differentiellen Wirkungsquerschnitte führte. Wurden Kanäle in den Spektren der doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitte  $d^2\sigma/(dE_{\text{x}}d\Omega)$  zusammengefasst und anschließend Winkelverteilungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte  $d\sigma/d\Omega$  für bestimmte Energiebereiche erzeugt, so verringerten sich die relativen Unsicherheiten der Daten. Damit wurde eine höhere Genauigkeit erreicht, die nicht experimentellen Ursprungs war. Dieser Aspekt wird im Anhang A.7 detailliert diskutiert. Da er aber nur für die Auswertung der Dipol-Riesenresonanz von Bedeutung war und da die Multipolentfaltung in diesem Bereich deutlich größere Unsicherheiten mit sich brachte, spielte die Reduktion der Unsicherheiten infolge der Neuklassierung praktisch keine Rolle. Ein Ausnahmefall wird an entsprechender Stelle diskutiert.

### 6.1 Der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt

Der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt ist die experimentell zugängliche Observable, die mit der Übergangswahrscheinlichkeit für einen angeregten Zustand verknüpft ist. Er ergibt sich aus der Anzahl der gemessenen Streuevents, die einem Kanal zugeordnet sind, und einem Strukturfaktor, der sowohl die experimentellen Bedingungen als auch die relevanten Eigenschaften des Streupräparats enthält [Mats10]. Gleichung 6.1 zeigt das Modell für die Auswertung des doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitts.

Die Werte der Parameter für die Umrechnung befinden sich in den Tabellen A.4 bis A.6 und A.24 im Anhang.

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_x} \cong \frac{e \cdot M_{48\text{Ca}}}{N_A \cdot \eta \cdot t} \cdot \frac{J}{(\bar{c}_{\text{FC}}(\Theta) \cdot \epsilon_{\text{FC}} \cdot Q_{\text{sum}}) \cdot \Delta E_x \cdot \Delta\Omega} \cdot \left( \frac{\bar{c}_{\text{Trg.}-\text{Sc}}}{\bar{L} \cdot \bar{\epsilon}} \cdot N \right) \quad (6.1)$$

$d^2\sigma/dE_x d\Omega$	Doppelt differentieller Wirkungsquerschnitt in $\text{mb} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{MeV}^{-1}$
$e$	Elementarladung in $\sqrt{(\text{MeV} \cdot \text{fm})}$
$M_{48\text{Ca}}$	Molare Masse von $^{48}\text{Ca}$ in $(\text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$
$N_A$	Avogadro-Konstante in $(\text{mol}^{-1})$
$\eta$	Nuklid-Anreicherung, Einheit 1
$t$	Massenbelegung in $(\text{g} \cdot \text{cm}^{-2})$
$J$	Jacobi-Determinante, Umrechnung $\text{lab} \mapsto \text{CM}$
$Q_{\text{sum}}$	Gesammelte Ladung
$\Theta$	Spektrometerwinkel $\Theta_{\text{spektr}}$ aus Tabelle 5.4
$\bar{c}_{\text{FC}}(\Theta)$	Mittlere Korrektur von $Q_{\text{sum}}$ wegen Ladungsverlusten
$\epsilon_{\text{FC}}$	Nachweiswahrscheinlichkeit für die gesammelte Ladung
$\Delta E_x$	Breite eines Kanals in Einheiten der Anregungsenergie
$\Delta\Omega$	Raumwinkelement in den Streudiagrammen der Rohdaten in sr
$N$	Anzahl gemessener Streueignisse in einem Kanal
$\bar{c}_{\text{Trg.}-\text{Sc.}}$	Mittlere Korrektur von $N$ wegen Verlusten am Szintillator
$\bar{L}$	Mittleres Laufzeitverhältnis des Messsystems ( <i>lifetime ratio</i> ), Einheit 1
$\bar{\epsilon}$	Mittlere Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektorsystems, Einheit 1

Die Umrechnung von gemessenen Zählimpulsen in einen doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt nach Gleichung 6.1 benutzt absichtlich das Ungefähr-Gleich-Zeichen, um hervorzuheben, dass die endlichen Messbereiche zum Beispiel des Raumwinkels oder der Breite eines Kanals in Einheiten der Anregungsenergie immer nur zu Näherungen der interessierenden, eigentlich infinitesimalen Ausgangsgröße führen. Im Anhang A.8 befindet sich eine Abschätzung der systematischen Abweichung vom wahren Wert einer Ausgangsgröße für einen allgemeinen Fall.

## 6.2 Unsicherheitsanalyse

Die Unsicherheit für den doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt wurde mit Hilfe der Gaußschen Fortpflanzung von Messunsicherheiten berechnet. Dabei ist der Wirkungsquerschnitt ein Produkt von Größen. Die Unsicherheit sei hier für den allgemeinen Fall einer Ausgangsgröße  $Y = X_0 \cdot X_1 \cdot \dots \cdot X_n$  mit den Eingangsgrößen  $X_0, X_1, \dots, X_n$  angegeben, die selbst normal verteilt seien. Sie berechnet sich aus dem Produkt zwischen der Ausgangsgröße  $Y$  und der Wurzel aus der Quadratsumme der relativen Unsicherheiten der Eingangsgrößen  $X_0, X_1, \dots, X_n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) ([Mic99], [BIPM00], [BIPM02]):

$$u(Y) = Y \cdot \sqrt{\sum_{i=0}^n u_{\text{rel}}^2(X_i)}. \quad (6.2)$$

Eine solche Ausgangsgröße ist nicht mehr gaußverteilt, sondern logarithmisch normalverteilt. Daher dürfte die Gaußsche Fortpflanzung von Messunsicherheiten hier nicht angewendet werden. Um zu überprüfen, ob eine Näherung der Unsicherheiten mit der Gaußschen Fortpflanzung von Messunsicherheiten für die doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitte in den Kanälen eines Spektrums hinreichend ist, wurden die Unsicherheiten für die Wirkungsquerschnitte in allen Kanälen eines Spektrums einmal mit einer Monte-Carlo-Simulation ([NR3], [NR89], [GSL14], [BIPM01]) und ein weiteres Mal mit Hilfe der Gaußschen Fortpflanzung von Messunsicherheiten berechnet. Dazu wurde die Gleichung 6.1 umgeschrieben, weil sie sich so numerisch leichter auswerten ließ, siehe Gleichung 6.3.

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_x} \cong \underbrace{\frac{e \cdot M_{48\text{Ca}}}{N_A \cdot \eta \cdot t} \cdot \frac{J}{\Delta E_x \cdot \Delta \Omega}}_{\equiv c_0} \cdot \underbrace{\frac{\bar{c}_{\text{Trg.-SC}}}{\bar{c}_{\text{FC}} \cdot \epsilon_{\text{FC}} \cdot Q_{\text{sum}} \cdot \bar{L} \cdot \bar{\epsilon}}}_{\equiv c_1} \cdot N \quad (6.3)$$

$c_0$  enthält die Faktoren, die für alle Messdurchläufe gleich waren.

$c_1$  enthält die Faktoren, die für jeden Messdurchlauf verschieden waren.

In den Monte-Carlo-Simulationen wurden für jede unsichere Eingangsgröße  $10^6$  Zufallswerte aus ihrer assoziierten Gauß-Verteilung generiert. Dabei wurde ein Zufallszahlengenerator mit hinreichend großer Periode benutzt [NR89]. Da eine logarithmisch normalverteilte Grundgesamtheit keine negativen Werte beinhalten sollte, wurden mehrere Kanäle mit sehr kleinen Wirkungsquerschnitten sowie der Kanal mit dem größten Wirkungsquerschnitt im ganzen Spektrum untersucht. In allen Fällen waren die Histogramme der Wahrscheinlichkeitsdichten aus den Monte-Carlo-Simulationen und die Gauß-Dichten mit den Parametern aus der Gaußschen Fortpflanzung von Messunsicherheiten verträglich. Deshalb wurde angenommen, dass die doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitte aller Kanäle gaußverteilt waren. Für einen der untersuchten Kanäle sind die beiden Wahrscheinlichkeitsdichten des Wirkungsquerschnitts in Abbildung 6.1 zu sehen.

### 6.3 Linienidentifikation

Die  $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Spektren dieser Arbeit sollen mit den Spektren aus der  $^{48}\text{Ca}(\gamma,\gamma')$ -Reaktion [Hart99] und  $^{48}\text{Ca}(\text{e},\text{e}')$ -Reaktion [Ste84] verglichen werden. In den genannten Arbeiten wurden die identifizierten Linien durch ihre Linienschwerpunkte angegeben. Diesem Beispiel folgend wurden die Linienschwerpunkte in den  $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Spektren bestimmt, indem Gaußfunktionen angepasst wurden. Dies gelang bis etwa  $E_x = 12,7$  MeV zufriedenstellend. Die so ermittelten Linienschwerpunkte wurden mit den Daten aus den genannten fremden Messungen auf Verträglichkeit geprüft. Dabei wurde die Verträglichkeitsprüfung nach Gleichung 6.4 verwendet [Wei99].

$$\delta = \frac{|E_x(\text{p},\text{p}') - E_x(\gamma,\gamma')|}{\sqrt{u^2(E_x(\text{p},\text{p}')) + u^2(E_x(\gamma,\gamma'))}} \leq \beta \quad (6.4)$$

Der Parameter  $\beta$  bestimmt die Empfindlichkeit der Prüfung und ist, vereinfacht dargestellt, mit der Irrtumswahrscheinlichkeit eines Hypothesentests vergleichbar, die üblicherweise zwischen 1 % und 20 % gewählt wird. Entsprechend kann der Empfindlichkeitsparameter  $\beta$  zwischen 1 und 3 gewählt werden. Wenn der Fall  $\delta > \beta$  auftritt, wird entschieden, dass die beiden verglichenen Messgrößen nicht mehr verträglich und damit signifikant verschieden sind. Hier wurde  $\beta = \sqrt{2} \approx 1,4$  gewählt, was bereits als ein sehr einschränkendes Kriterium zu werten ist.

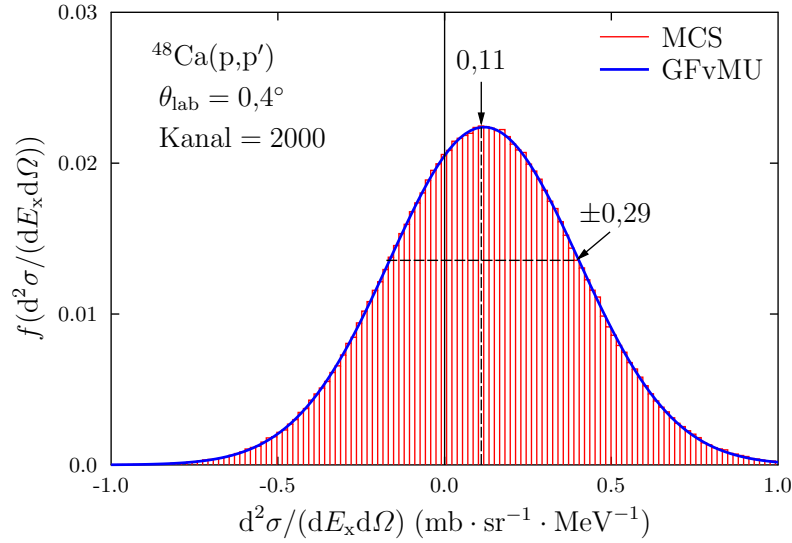


Abbildung 6.1: Wahrscheinlichkeitsdichte für den Wirkungsquerschnitt im Kanal 2000 des Spektrums bei  $\theta_{\text{lab}} = 0,4^\circ$ . Die Wahrscheinlichkeitsdichte  $f$  wurde einmal mit Gaußscher Fortpflanzung von Messunsicherheiten (GFvMU) und einmal mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation (MCS) berechnet.

Die Tabelle 6.1 zeigt den Vergleich der Linienschwerpunkte aus den  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Spektren mit den Daten aus [Hart99]. In der Tabelle stehen nur diejenigen Linien, bei denen auf Verträglichkeit geschlossen werden konnte. In den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren wurde eine weitere Linie bei etwa  $E_x = 6,6$  MeV beobachtet, deren Position jedoch signifikant von einer in unmittelbarer Nähe liegenden Linie aus dem  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \gamma')$ -Experiment abwich. Die Linie aus dem  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \gamma')$ -Experiment gehörte zu einem E1-Übergang. Die Winkelverteilung der Linie aus den  $(p,p')$ -Spektren zeigte aber insbesondere bei größeren Streuwinkeln einen Verlauf, der für eine reine E1-Anregung untypisch war. Daher war es nicht möglich zu entscheiden, ob die Linie bei  $E_x = 6,6$  MeV aus dem  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \gamma')$ -Experiment auch in den  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Spektren vorhanden war. Darüber hinaus konnte ein E2-Übergang zu einem Zustand bei  $E_x = 7,9$  MeV aus dem  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \gamma')$ -Experiment nicht in den  $(p,p')$ -Spektren beobachtet werden. In der Abbildung 6.2 sind die Linien aus der  $(\gamma, \gamma')$ -Messung in das  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Spektrum bei  $\theta_{\text{lab}} = 0,4^\circ$  eingezeichnet. In der Abbildung ist auch das um die Störnuklide bereinigte Spektrum in Blau eingezeichnet. Mit ihm wird deutlich, dass die Linie bei etwa  $E_x = 6,9$  MeV zum Sauerstoff gehört.

In der Tabelle 6.2 sind die Verträglichkeitsprüfungen mit den  $(e,e')$ -Daten zu sehen. Dabei sind nur diejenigen 43 Linien aufgeführt, an die Gaußfunktionen angepasst werden konnten. Für die Bewertung des Vergleichs der Linienschwerpunkte wurde im Falle des  $(e,e')$ -Experiments eine Typ-B-Unsicherheit von  $u(E_{x,\text{Zentroid}}) = 15$  keV abgeschätzt. Entsprechende graphische Darstellungen befinden sich in den Abbildungen 6.3 bis 6.5. Dort sind die Linienschwerpunkte der fremden Messung mit grünen Strich-Punkt-Linien gezeichnet. Jede Tafel zeigt untereinander die Spektren der Streuwinkel  $\theta_{\text{lab}} = 0,4^\circ, 2,5^\circ, 5,2^\circ$ . Da nicht an alle Strukturen im  $^{48}\text{Ca}$ -Spektrum Gaußfunktionen angepasst werden konnten, erfolgte die weitere Analyse durch den Vergleich der eingezeichneten Linien der Fremdmessung mit den Strukturen im Spektrum, die näherungsweise ein Gaußförmiges Profil zu haben schienen. Auf diese Weise konnten an 35 weiteren Stellen Linien erkannt werden, die auch in der  $(e,e')$ -Messung identifiziert worden waren. Diese sind in

der Tabelle 6.3 angegeben. Zwei in der Elektronenstreuung erkannte Linien bei  $E_x = 8,15$  MeV und  $E_x = 12,005$  MeV konnten in den  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Spektren nicht nachgewiesen werden.

Tabelle 6.1: Vergleich der Linienpositionen einiger charakteristischer Linien des  $^{48}\text{Ca}$  aus der  $(p,p')$ - und  $(\gamma,\gamma')$ -Messung [Hart99]. Die Anregungsenergien sind auf ganze keV gerundet.  $\delta$  wurde auf eine Nachkommastelle gerundet.  $\Delta E_x = E_x(p,p') - E_x(\gamma,\gamma')$ .

$^{48}\text{Ca}(p,p')$		$^{48}\text{Ca}(\gamma,\gamma')$					
$E_x$ (keV)	$u(E_x)$ (keV)	$E_x$ (keV)	$u(E_x)$ (keV)	$J^\pi$	$\delta$	$\Delta E_x$	
7285	10	7299		3	1	1,3	-14
7648	10	7656		4	1	0,7	-8
8018	10	8028		5	$2^+$	0,9	-10
8385	10	8386		6	$1^-$	0,1	-1
8520	10	8521		7	(1,2)	0,1	-1
8893	10	8884		8	$2^+$	0,7	9
9043	10	9034		9	$1^-$	0,7	9
9298	10	9295		10	$2^+$	0,2	3
9475	10	9473		11	$1^{(-)}$	0,2	2
9548	10	9546		12	$1^{(-)}$	0,2	2

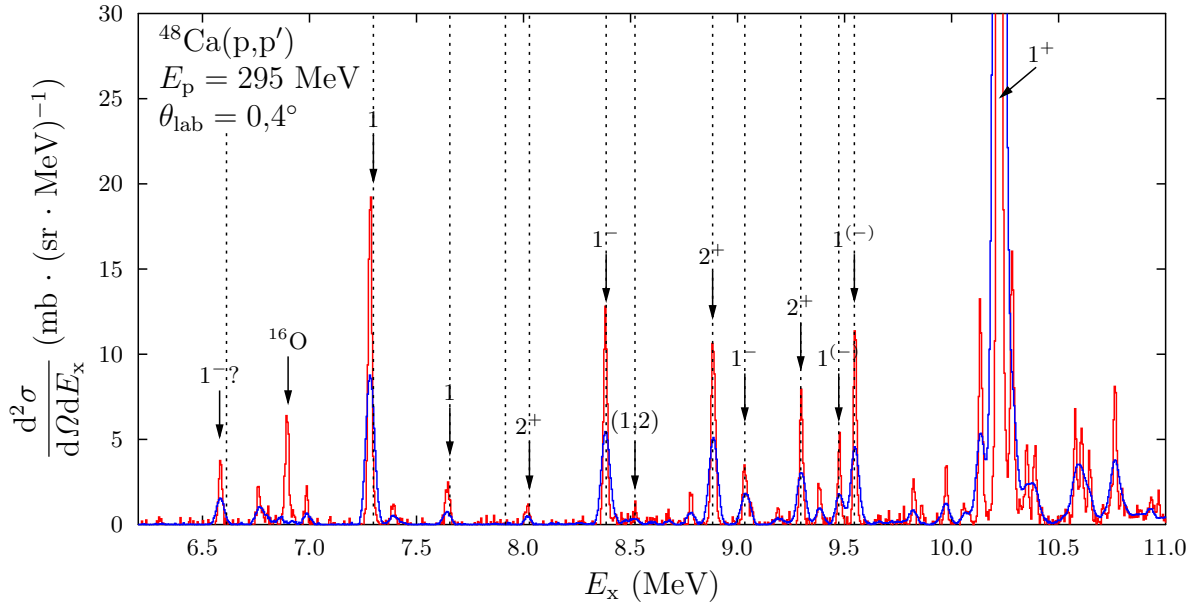


Abbildung 6.2:  $^{48}\text{Ca}$ -Spektrum (rot) mit gestrichelt eingezeichneten Linienschwerpunkten aus der  $(\gamma,\gamma')$ -Messung von [Hart99]. Zusätzlich ist das um den Sauerstoff-Anteil bereinigte  $^{48}\text{Ca}$ -Spektrum (blau) eingezeichnet. Hieraus wird ersichtlich, dass die Linie bei 6,9 MeV im Wesentlichen zum Sauerstoff gehört.

Tabelle 6.2: Vergleich der nachgewiesenen Linienschwerpunkte in den Experimenten  $^{48}\text{Ca}(\text{p,p}')$  und  $^{48}\text{Ca}(\text{e,e}')$  [Ste84]. (i.O. = verträglich)

Nr.	$^{48}\text{Ca}(\text{e},\text{e}')$		$^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$		$\delta$	$\Delta E_{\text{x}}$ (keV)	Wertung
	$E_{\text{x}}$ (MeV)	$J^{\pi}$	$E_{\text{x}}$ (MeV)				
1	7,665	$3^{-}$	7,648	0,972	17	i.O.	
2	8,034	$2^{+}$	8,018	0,915	16	i.O.	
3	8,396	$3^{-}$	8,385	0,629	11	i.O.	
4	8,530	$3^{-}$	8,520	0,572	10	i.O.	
5	8,898	$2^{+}$	8,893	0,286	5	i.O.	
6	9,064	$2^{+}$	9,043	1,200	21	i.O.	
7	9,186	$2^{-}$	9,190	0,229	4	i.O.	
8	9,303	$(0^{+},2^{+})$	9,298	0,286	5	i.O.	
9	9,390	$1^{+}$	9,383	0,400	7	i.O.	
10	9,479	$3^{-}$	9,475	0,229	4	i.O.	
11	9,553	$(3^{-},2^{+})$	9,548	0,286	5	i.O.	
12	9,656	$2^{-}$	9,653	0,171	3	i.O.	
13	9,823	$1^{+}$	9,823	0,000	0	i.O.	
14	9,960	$1^{+}$	9,973	0,743	13	i.O.	
15	10,140	$1^{+}$	10,138	0,114	2	i.O.	
16	10,227	$1^{+}$	10,220	0,400	7	i.O.	
17	10,290	$(2^{+},0^{+})$	10,288	0,114	2	i.O.	
18	10,333	$1^{+}$	10,350	0,972	17	i.O.	
19	10,356	$1^{+}$	10,350	0,343	6	i.O.	
20	10,388	$(2^{-},3^{-})$	10,390	0,114	2	i.O.	
21	10,540	$3^{-}$	10,538	0,114	2	i.O.	
22	10,577	$2^{-}$	10,578	0,057	1	i.O.	
23	10,619	$2^{+}$	10,610	0,514	9	i.O.	
24	10,751	$2^{+}$	10,763	0,686	12	i.O.	
25	10,775	$1^{+}$	10,763	0,686	12	i.O.	
26	10,935	$(1^{+},2^{-})$	10,933	0,114	2	i.O.	
27	11,220	$(1^{+},2^{+})$	11,225	0,286	5	i.O.	
28	11,380	$2^{-}$	11,383	0,171	3	i.O.	
29	11,520	$1^{+}$	11,513	0,400	7	i.O.	
30	11,575	$2^{+}$	11,563	0,686	12	i.O.	
31	11,700	$2^{+}$	11,695	0,286	5	i.O.	
32	11,725	$(2^{-},1^{+})$	11,725	0,000	0	i.O.	
33	11,845	$2^{+}$	11,843	0,114	2	i.O.	
34	12,138	$2^{-}$	12,120	1,029	18	i.O.	
35	12,263	$(1^{+},1^{-})$	12,275	0,686	12	i.O.	
36	12,318	$(2^{-},1^{+})$	12,338	1,143	20	i.O.	
37	12,356	$2^{+}$	12,338	1,029	18	i.O.	
38	12,468	$(2^{-},2^{+})$	12,480	0,686	12	i.O.	
39	12,498	$1^{-}$	12,480	1,029	18	i.O.	
40	12,630	$2^{+}$	12,623	0,400	7	i.O.	
41	12,670	$2^{+}$	12,660	0,572	10	i.O.	
42	12,670	$2^{+}$	12,693	1,315	23	i.O.	
43	12,705	$(2^{-},2^{+})$	12,693	0,686	12	i.O.	



Tabelle 6.3: Linien aus dem (e,e')-Experiment von [Ste84] mit analogen Strukturen in den  $^{48}\text{Ca}(\text{p,p}')$ -Spektren. In den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren wurden bei den angegebenen Linien aus dem Elektronenstreu-Experiment Linien-artige Strukturen identifiziert. Hierbei wurde nicht auf Verträglichkeit geprüft.

Nr.	$E_x$ (MeV)	Nr.	$E_x$ (MeV)
1	7,810	19	10,193
2	8,262	20	10,450
3	8,342	21	10,500
4	8,450	22	10,710
5	8,478	23	10,965
6	8,609	24	11,152
7	8,688	25	11,342
8	8,790	26	11,460
9	8,832	27	11,610
10	8,997	28	11,650
11	9,133	29	11,791
12	9,512	30	11,920
13	9,713	31	12,018
14	9,776	32	12,055
15	9,880	33	12,095
16	9,932	34	12,172
17	10,006	35	12,560
18	10,091		

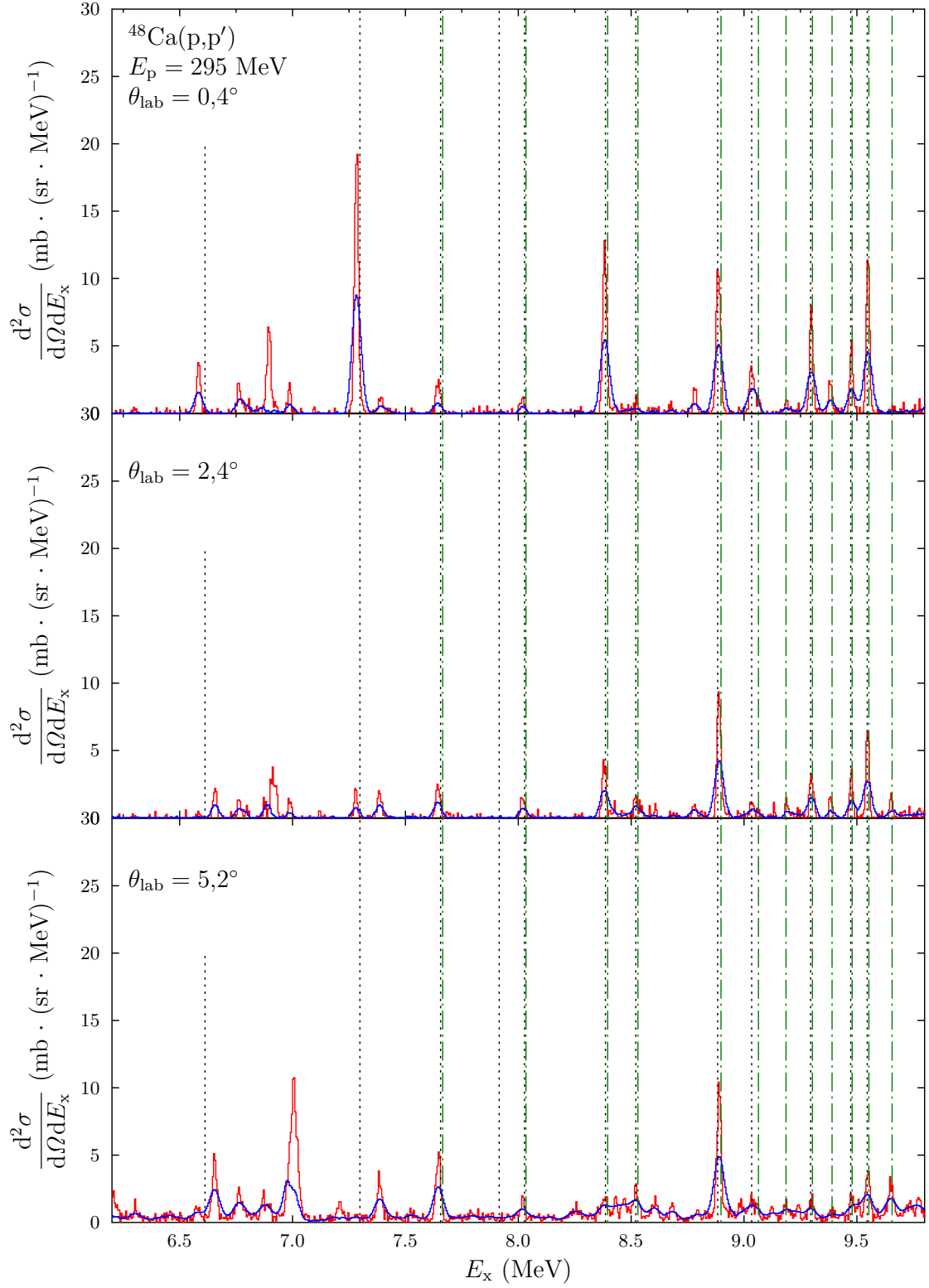


Abbildung 6.3:  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Spektren vor (rot) und nach (blau) dem Abzug des Sauerstoffanteils. Alle Linien aus der  $(e,e')$ -Messung von [Ste84] sind in Grün mit Strich-Punkt-Linien eingezeichnet. Zusätzlich sind auch die Linien aus dem  $(\gamma, \gamma')$ -Experiment [Hart99] (gestrichelt) zu sehen.

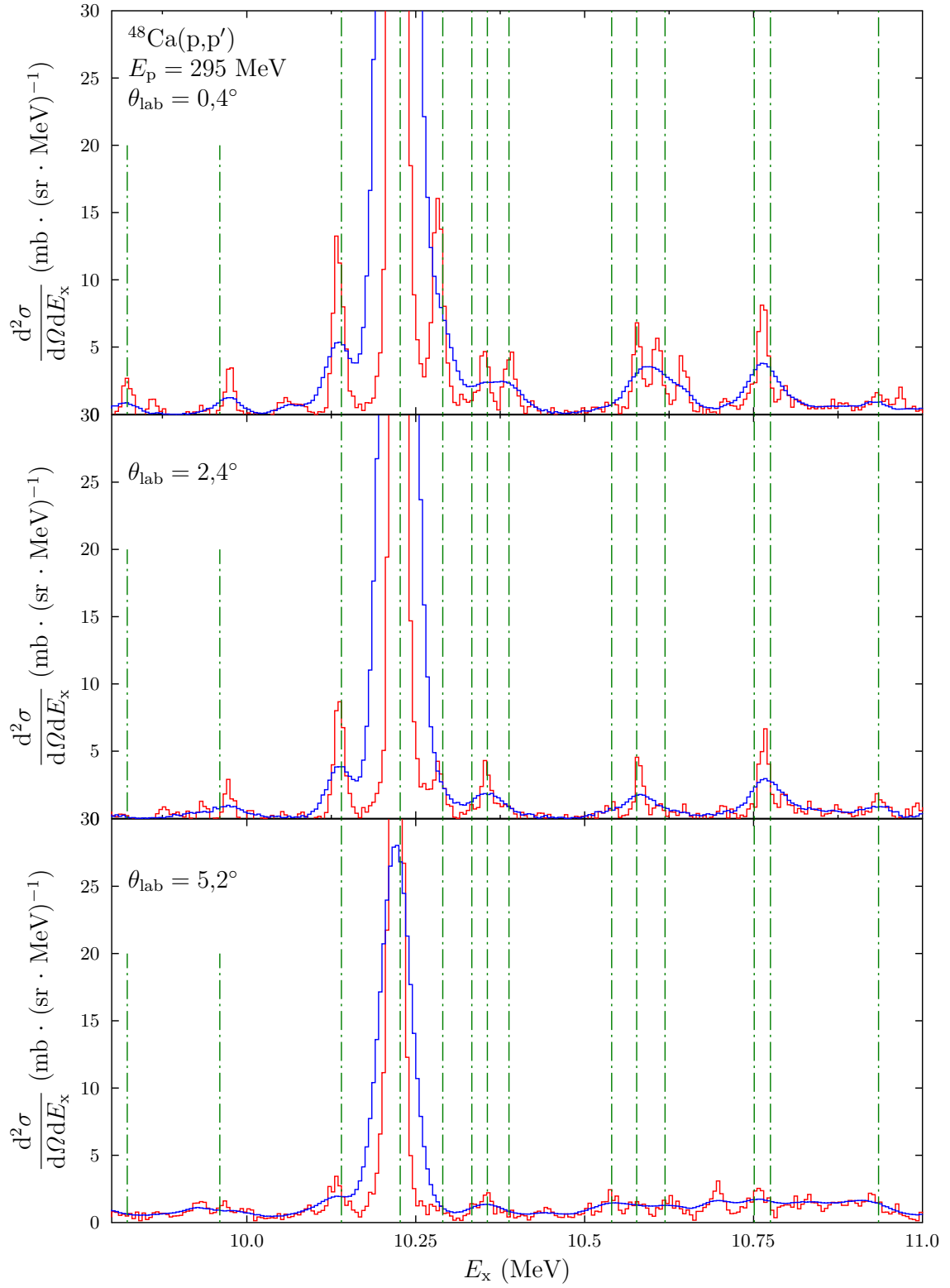


Abbildung 6.4:  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Spektren vor (rot) und nach (blau) dem Abzug des Sauerstoffanteils. Alle Linien aus der (e,e')-Messung von [Ste84] sind in Grün mit Strich-Punkt-Linien eingezeichnet.

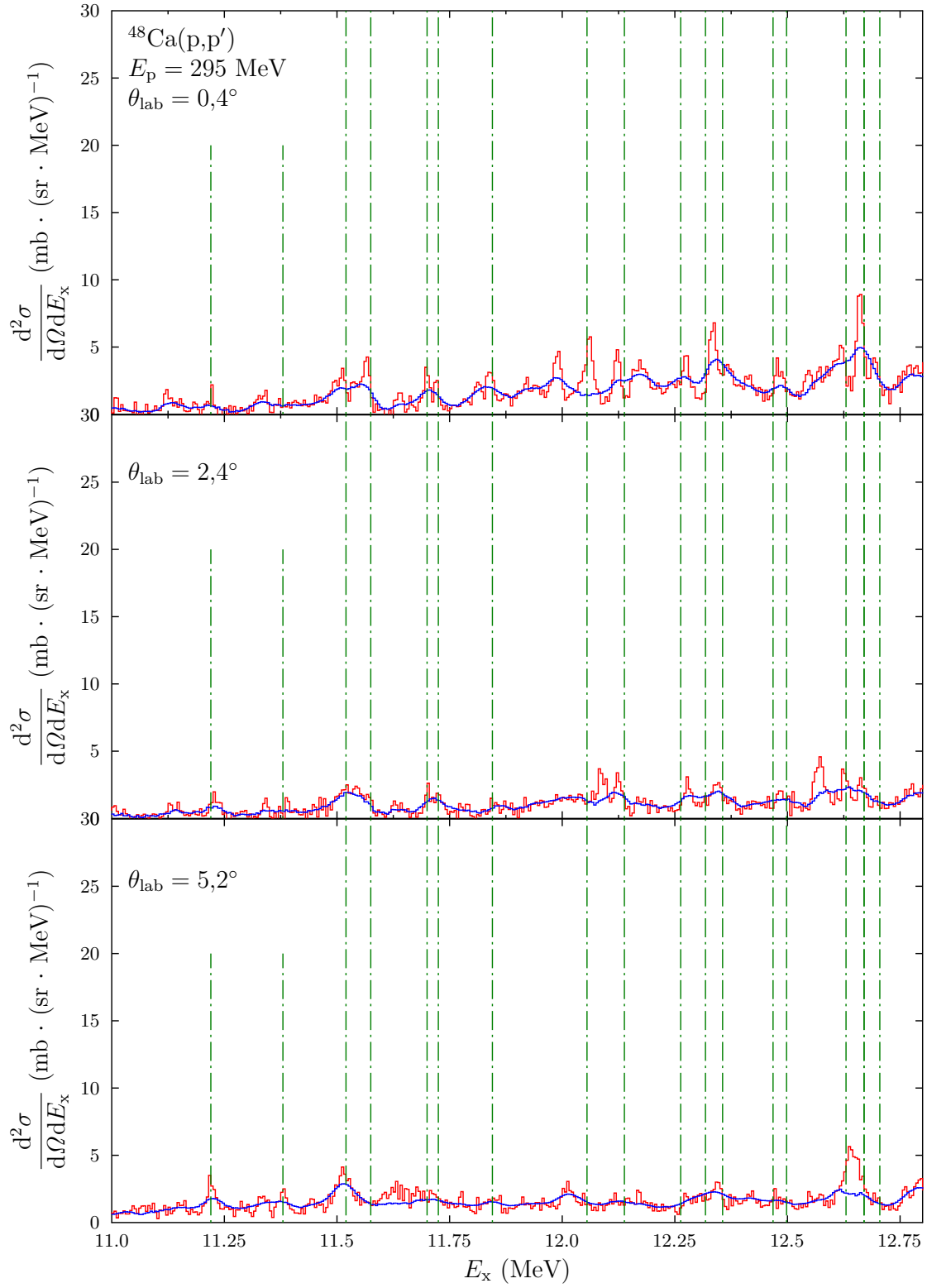


Abbildung 6.5:  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Spektren vor (rot) und nach (blau) dem Abzug des Sauerstoffanteils. Alle Linien aus der (e,e')-Messung von [Ste84] sind in Grün mit Strich-Punkt-Linien eingezeichnet.

# Kapitel 7

## Winkelverteilungen und Multipolentfaltungen

Die nachfolgenden Abschnitte beschreiben, wie die Winkelverteilungen der Wirkungsquerschnitte aus den Spektren extrahiert und daran die Multipolentfaltungen durchgeführt wurden. Sie behandeln damit all jene Teile der Auswertung, die beide Themenstellungen dieser Arbeit gemeinsam haben.

### 7.1 Einfach differentieller Wirkungsquerschnitt und Winkelverteilungen

Für die Analyse des Spin-M1-Übergangs bei  $E_x = 10,22$  MeV bestand der relevante Anregungsenergiebereich aus denjenigen Kanälen des Spektrums, die die Linie im Wesentlichen ausmachten. Der einfach differentielle Wirkungsquerschnitt ergab sich aus der Integration des doppelt differentiellen über den Anregungsenergiebereich:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{Struktur}}(E_x) \approx \sum_{E_{x,\text{links}}}^{E_{x,\text{rechts}}} \Delta E(E_x) \cdot \frac{d^2\sigma}{dE \cdot d\Omega}(E_x). \quad (7.1)$$

Dabei beginnt der Anregungsenergiebereich bei der Energie  $E_{x,\text{links}}$  und endet bei  $E_{x,\text{rechts}}$ .  $\Delta E$  ist die Breite eines Kanals gemessen in der Einheit der Anregungsenergie  $E_x$ .  $E_x$  bedeutet die Position des Zentroiden der Struktur. Bei dieser Art der Integration handelt es sich also um das denkbar einfachste Verfahren, bei dem die Inhalte von rechteckigen Streifen unter der fiktiven Kurve der doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitte addiert werden. Dieses einfache Verfahren wurde für den Zustand bei  $E_x = 10,22$  MeV angewendet. Eine Anpassung mit Gaußfunktionen führte nur dann zu Verträglichkeit zwischen Modell und Daten, wenn angenommen wurde, dass die Linie dieses Zustands mit zwei weiteren, deutlich kleineren Linien interferiert, die unmittelbar rechts und links von ihr liegen. Die Abbildung 7.1 zeigt eine solche Anpassung. Die linke Linie liegt bei  $E_x = (10,199 \pm 0,077)$  MeV, die rechte bei  $E_x = (10,238 \pm 0,077)$  MeV. Beide Linien ließen sich an diesen Stellen in allen Spektren anpassen. Die Winkelverteilungen der Wirkungsquerschnitte hatten jedoch keinen vernünftigen Verlauf und außerdem große Unsicherheiten.

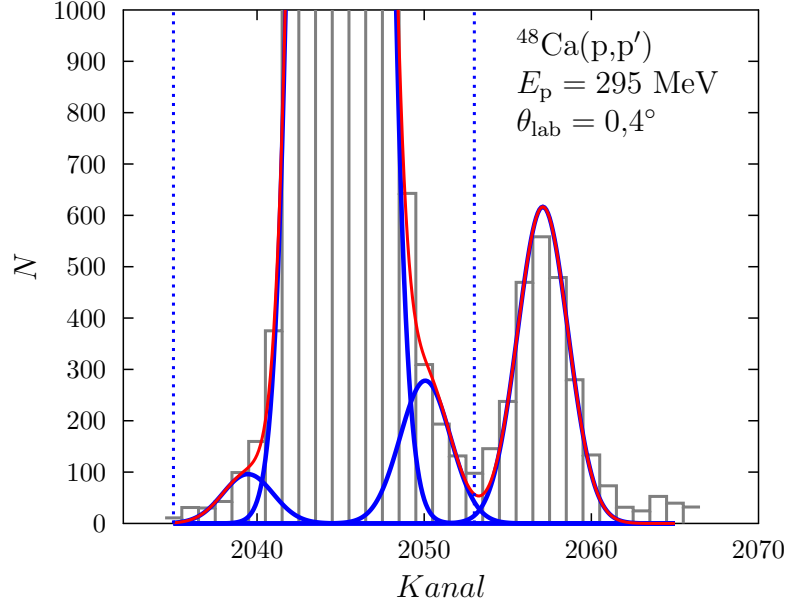


Abbildung 7.1: Ausschnitt aus dem Histogramm für das  $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Spektrum bei  $0,4^\circ$  im Bereich des Spin-M1-Übergangs bei  $E_x = 10,22$  MeV (Kanal 2045). In Blau sind Gaußfunktionen zu sehen, die an diesen Bereich des Spektrums angepasst wurden. Dabei wird deutlich, dass es unmittelbar neben diesem Zustand zwei weitere kleinere geben könnte, die jedoch in der weiteren Analyse nicht berücksichtigt wurden.

Die linke könnte mit der in [Ber82] im Rahmen eines niederenergetischen  $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Experiments identifizierten Linie bei 10,198 MeV übereinstimmen. In der Datenbank [NuDat] befindet sich für die rechte Linie ein nicht eindeutiger Eintrag, der ebenfalls auf ein Protonenstreuexperiment zurückgeht. Da die Anpassung dieser beiden zusätzlichen Linien mit großen Unsicherheiten behaftet ist, werden sie nicht von der Hauptlinie separiert. Angenommen es handelte sich dabei doch um reale Zustände, so wäre die Linienfläche des Zustands bei  $E_x = 10,22$  MeV um etwa 3,4 % zu groß bestimmt. Die Kanäle, deren Inhalte summiert wurden, liegen zwischen den in der Abbildung blau gepunkteten Linien.

Im Bereich der Riesenresonanz von  $E_x = 11$  MeV bis  $E_x = 26$  MeV wurden die Spektren neu klassiert, um isoskalare E2-Beiträge zum doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt eines Spektrums subtrahieren zu können. Das Verfahren ist in Abschnitt A.7 auf Seite 157 beschrieben. Nach Abzug der E2-Beiträge wurde für jede der neuen Klassen, die identisch über alle Spektren hinweg gelegt worden waren, Winkelverteilungen der einfach differentiellen Wirkungsquerschnitte erzeugt und später mit einer Multipolanalyse ausgewertet. Der einfach differentielle Wirkungsquerschnitt für eine Klasse ergab sich aus:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{Klasse}}(E_{x,i}) \approx \Delta E(E_{x,i}) \cdot \frac{d^2\sigma}{dE \cdot d\Omega}(E_{x,i}). \quad (7.2)$$

Hierbei ist  $E_{x,i}$  die Mitte der  $i$ -ten Klasse und  $\Delta E(E_{x,i})$  ihre Breite.

Für jede Anregungsstruktur oder jede Klasse, die in allen Spektren gleichermaßen festgelegt war, ergab sich die zugehörige Winkelverteilung der einfach differentiellen Wirkungsquerschnitte aus dem Flächeninhalt unter der Struktur oder in dem Streifen, der den Inhalt der Klasse beschreibt.

Dieser Flächeninhalt wurde dann über dem Streuwinkel im Schwerpunktsystem aufgetragen, unter dem das Spektrum der gerade ausgewerteten Struktur oder Klasse gemessen worden war. Dieses Vorgehen ist in Abbildung 7.2 illustriert. Dort wird am Beispiel des Spin-M1-Übergangs gezeigt, wie aus dem Flächeninhalt unter der Anregungsstruktur (von grünen Strich-Punkt-Linien eingerahmt) ein Datenpunkt in der Winkelverteilung der einfach differentiellen Wirkungsquerschnitte hervorgeht. Aus sieben Spektren entstanden so jeweils sieben Datenpunkte in den Winkelverteilungen der einzelnen Anregungsstrukturen oder Anregungsenergieklassen.

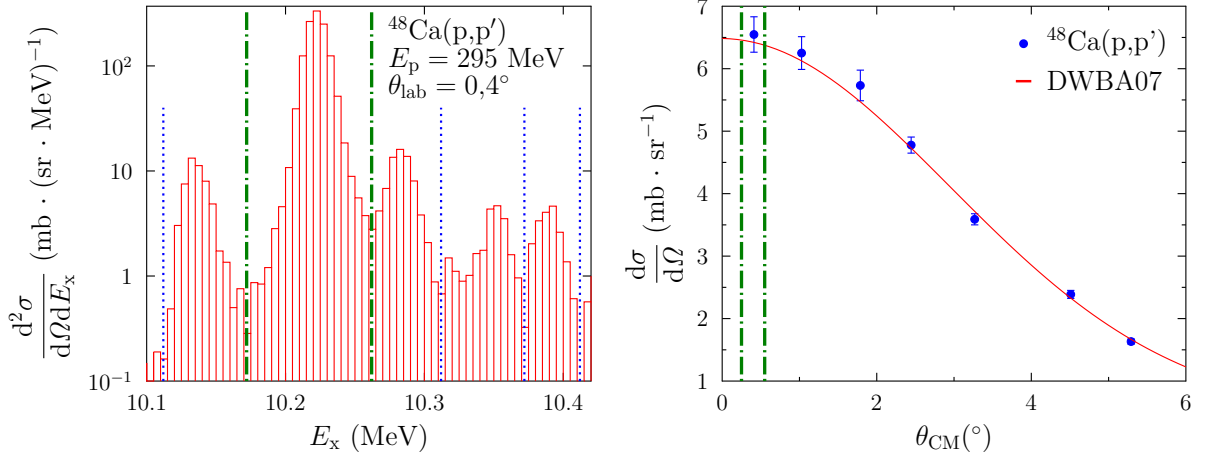


Abbildung 7.2: Erzeugung einer Winkelverteilung der differentiellen Wirkungsquerschnitte. Aus dem Flächeninhalt der Anregungsstruktur zwischen den grünen Strich-Punkt-Linien (links) ergibt sich ein Datenpunkt in der zugehörigen Winkelverteilung der einfach differentiellen Wirkungsquerschnitte (rechts). Dieser ist ebenfalls von grünen Strich-Punkt-Linien eingerahmt. Die blauen Linien markieren die Auswertebereiche für weitere Linien.

## 7.2 Allgemeines Verfahren der Multipolentfaltung

Im Allgemeinen ist davon auszugehen, dass sich eine gemessene Winkelverteilung der einfach differentiellen Wirkungsquerschnitte aus Beiträgen zusammensetzt, die auf Übergänge mit verschiedenen Multipolordnungen zurückgeht. Um diese Beiträge zu entfalten, bedarf es entsprechender Modellwinkelverteilungen. Dabei ist von entscheidender Bedeutung, dass die Formen der Modellwinkelverteilungen charakteristisch für die Multipolordnungen der Übergänge in die zugehörigen Eigenzustände eines bestimmten Kernmodells sind. Die Übergänge gehen hier vom Grundzustand aus. Die Modellwinkelverteilungen können im Rahmen der quantenmechanischen Streutheorie berechnet werden.

Das Programm DWBA07 [Ray07] lieferte die benötigten Modellwinkelverteilungen der einfach differentiellen Wirkungsquerschnitte  $d\sigma/d\Omega$ . Das optische Potential basierte dabei auf der  $t$ -Matrix-Parametrisierung von Love and Franey [LoFr81].

Für die Multipolentfaltungen wurden die Winkelverteilungen genau derjenigen Übergänge zu Eigenzuständen aus dem QPM benutzt, die die größten Modell-Übergangsstärken besaßen. Die Tabelle 7.1 zeigt eine Übersicht der Eigenzustände, für deren Übergänge die Modellwinkelverteilungen mit der DWBA07 berechnet wurden. Ein  $1^+$ -Zustand wird durch einen M1-Übergang erreicht, ein  $1^-$ -Zustand durch einen E1-Übergang und ein  $2^+$ -Zustand durch einen E2-Übergang.

Die einzig verwendete M1-Modellwinkelverteilung war die bei  $E_x = 10,22$  MeV. Alle weiteren waren keine reinen 1T1L-Anregungen und lagen bei wesentlich höheren Anregungsenergien. Beiträge aus möglichen E3-Übergängen wurden zu Vergleichszwecken im Bereich der Riesenresonanz ab  $E_x = 20$  MeV berücksichtigt. Die energetisch höher liegende Oktupolresonanz sollte bei etwa  $E_x = 30$  MeV mit einer Breite zwischen  $E_x = 7$  MeV und  $E_x = 9$  MeV liegen [Har01]. Daher ist es nicht völlig ausgeschlossen, geringe E3-Beiträge zum Wirkungsquerschnitt ab einer Anregungsenergie von  $E_x = 20$  MeV zu erhalten. Wenn Graphen zweier Modellwinkelverteilungen praktisch gleich waren, wurde nur eine Modellwinkelverteilung genutzt. Dies war bei den E2- und E3-Übergängen der Fall, weshalb hier jeweils nur zwei aufgelistet sind.

Tabelle 7.1: Eigenzustände für das  $^{48}\text{Ca}$  aus dem QPM. Aufgelistet sind die Eigenzustände, die für die DWBA-Rechnungen benutzt wurden, mit ihren Übergangsstärken.

Nr.	E1 $\rightarrow 1^-$		M1 $\rightarrow 1^+$		E2 $\rightarrow 2^+$		E3 $\rightarrow 3^-$	
	$E_x$ (MeV)	$B(\text{E1})$ ( $\text{e}^2\text{fm}^2$ )	$E_x$ (MeV)	$B(\text{M1})$ ( $\mu_N^2$ )	$E_x$ (MeV)	$B(\text{E2})$ ( $\text{e}^2\text{fm}^4$ )	$E_x$ (MeV)	$B(\text{E3})$ ( $\text{e}^2\text{fm}^6$ )
1	17,6	4,32	10,205	5,37	15,829	277,0	13,865	1760,0
2	18,837	3,97			3,107	95,0	10,243	49,2
3	14,956	0,385						
4	11,959	0,274						

Die Idee bei der Entfaltung ist, die verschiedenen Multipol-Kombinationen aus den Modellwinkelverteilungen an eine gegebene experimentelle Winkelverteilung anzupassen. Anschließend wird für jede Anpassung die interessierende Zielgröße, zum Beispiel der bis  $\theta_{\text{CM}} = 1^\circ$  integrierte E1-Wirkungsquerschnitt, berechnet und über alle Werte gemittelt. Die Multipolentfaltung besteht im Wesentlichen aus einer Minimierung der folgenden Quadratsumme [Har01]:

$$S^2 = \sum_{i=0}^6 w_i \cdot \left( \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_i)_{\text{Mess},i} - \left( \sum_{j=\lambda\pi} a_j \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_i)_{\text{DBWA},j} + a_U \cdot p(\theta_i) \right) \right)^2 \equiv \min. \quad (7.3)$$

Die entscheidenden Terme sind die multipolabhängigen Faktoren  $a_j$ , die in der Minimierung zusammen mit dem Untergrundterm  $a_U$  variiert werden, bis ihre Summe eine bestmögliche Anpassung an die experimentelle Winkelverteilung ergibt. Die Winkel  $\theta_i$  sind die Streuwinkel im Schwerpunktsystem, an denen die experimentellen Wirkungsquerschnitte gemessen wurden. Die Gewichtungsfaktoren  $w_i$  enthalten die inversen Quadrate der Unsicherheiten der experimentellen Wirkungsquerschnitte. Mit dem Untergrundterm wird der Beitrag aus der quasi-freien Streuung berücksichtigt. Dabei bildet  $p(\theta_i)$  die Winkelverteilung der Wirkungsquerschnitte dieses Untergrunds ab. Die Minimierung der Prüfsumme  $S^2$  erfolgte mit der Bibliothek NLOpt [NLo]. Die Bibliothek-Routine erlaubte eine Minimierung mit Nebenbedingungen. Das bedeutet, dass der erlaubte Variationsbereich der Parameter auf  $\mathbb{R}^{\geq 0}$  beschränkt wurde.

Da die Winkelauflösung des Spektrometers endlich ist, mussten die Modellwinkelverteilungen mit der experimentellen Winkelauflösung des Spektrometers gefaltet werden. In diesem Fall wurde die Winkelauflösung gleich  $\Delta\theta_{\text{CM}} = 0,4^\circ$  gesetzt. Die Standardabweichung der Gaußfunktionen, die für die Faltung benutzt wurden, betrug damit  $s = 0,4^\circ / \sqrt{2 \cdot \ln 2}$ .



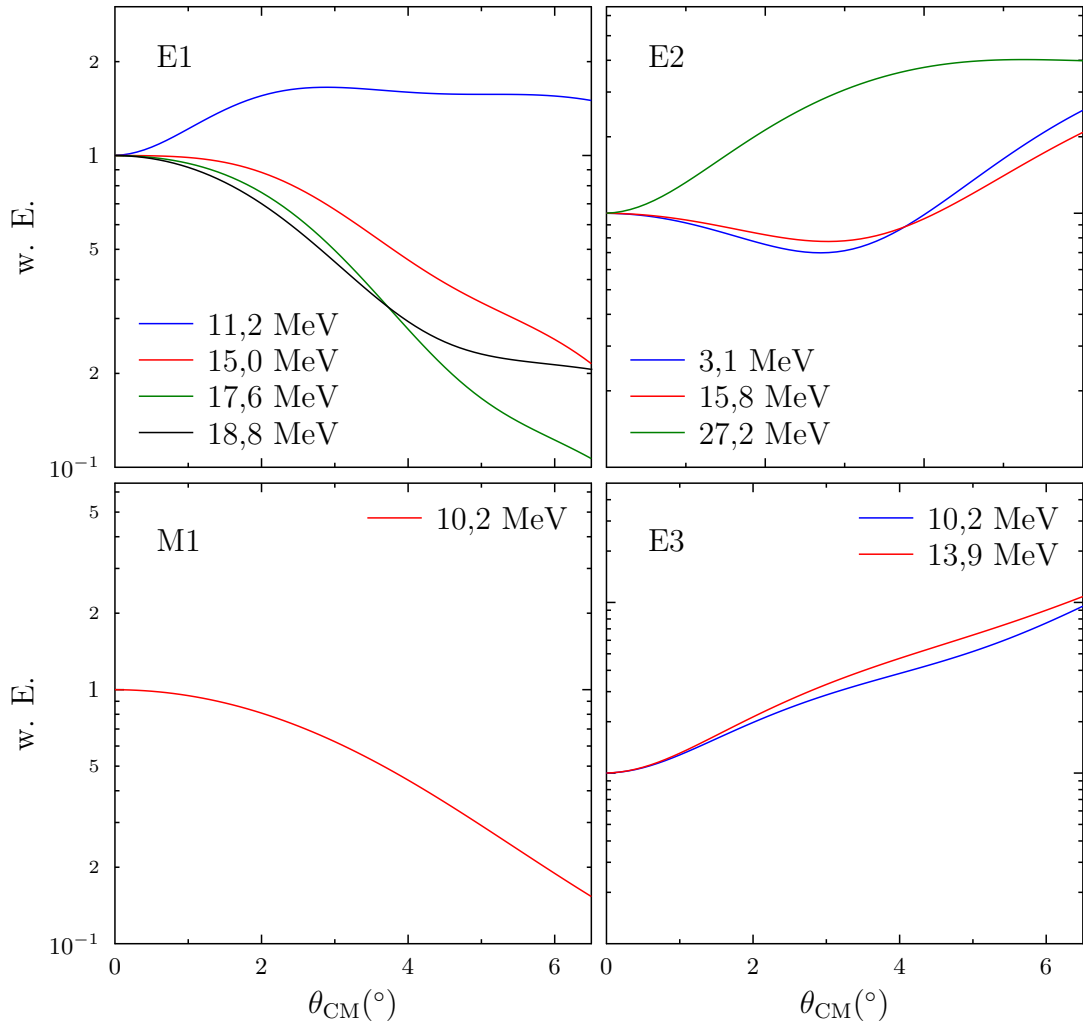


Abbildung 7.3: Modellwinkelverteilungen für die Multipolentfaltung. Die mit der Winkelauflösung des Spektrometers gefalteten Modellwinkelverteilungen sind hier bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  aufeinander normiert dargestellt.

Dieser Wert beruht auf den Erfahrungen aus anderen Messungen, wie zum Beispiel in [Pol11]. Die Abbildung 7.3 zeigt die gefalteten Modellwinkelverteilungen, die für die Multipolentfaltungen verwendet wurden.

In die zu minimierende Prüfsumme gehen die Modellwinkelverteilungen an den experimentell bestimmten Streuwinkeln ein, weshalb die Modellwerte an diesen Stellen berechnet werden mussten. Dies war durch eine lineare Interpolation zwischen jeweils zwei Streuwinkeln der Modellwinkelverteilung möglich, die den gemessenen Streuwinkel einschließen.

Wenn zwei Stützstellen  $\theta_i$  und  $\theta_{i+1}$  einer Modellverteilung mit den Wirkungsquerschnitten  $(d\sigma/d\Omega)_i$  und  $(d\sigma/d\Omega)_{i+1}$  gegeben sind, wobei die Stützstellen den Streuwinkel  $\theta_{\text{Mess}}$  einschließen, dann ergibt sich die Steigung  $m$  für die lineare Interpolation  $d\sigma/d\Omega = m \cdot \theta + b$  aus dem Steigungsdreieck zwischen den beiden Stützpunkten:

$$m = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{i+1} - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_i}{\theta_{i+1} - \theta_i}. \quad (7.4)$$

Der Absolutwert  $b$  wird auf  $(d\sigma/d\Omega)_i$  gesetzt. Damit gilt für den Modellwert an der Stelle des gemessenen Streuwinkels:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{DWBA07}}(\theta_{\text{Mess}}) = m \cdot \theta_{\text{Mess}} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_i. \quad (7.5)$$

Die Abbildung 7.4 verdeutlicht beispielhaft die Entfaltung einer experimentellen Winkelverteilung in Beiträge verschiedener Modellwinkelverteilungen. So ist im linken oberen Diagramm eine Entfaltung der Winkelverteilung bei  $E_x = 14,7$  MeV mit den Modellen (E1 - 17,6 MeV; E2 - 3,1 MeV) und im rechten mit (E1 - 17,6 MeV; E2 - 15,8 MeV) zu sehen. Der Einfachheit wegen ist hier eine Entfaltung ohne Untergrund gezeigt. Da die Modellwinkelverteilungen einer Multipolordnung unterschiedlich sind, ließen sich damit verschiedene Entfaltungen derselben experimentellen Winkelverteilung realisieren. Das bedeutet, dass die Entfaltung nicht eindeutig ist. Wenn hieraus der Wert einer einzelnen Größe berechnet werden soll, muss eine Mittlung basierend auf den unterschiedlichen Entfaltungen erfolgen.

Im Falle der Auswertung des Spin-M1-Zustands bei  $E_x = 10,22$  MeV war bei jeder Winkelverteilung nur der Wirkungsquerschnitt bei einem Impulsübertrag von  $q = 0$  von Bedeutung, wobei der Modellwirkungsquerschnitt bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  nach der Anpassung des Modells an die experimentelle Verteilung als Näherung benutzt wurde. Für die Berechnung der Polarisierbarkeit musste die E1-Übergangsstärke pro Klasse im Spektrum berechnet werden. Dazu wurde der Photoabsorptionsquerschnitt pro Klasse bestimmt, der wiederum von dem integralen E1-Wirkungsquerschnitt derselben Klasse abhängt. Die Zielgröße war also das Integral einer E1-Winkelverteilung über einen bestimmten Raumwinkel.

Da die Entfaltung der experimentellen Winkelverteilung einer Energieklasse im Allgemeinen mehrere Möglichkeiten umfasste, wurde für jede der  $N$  Entfaltungsmöglichkeiten der Wert  $y_i$  der Zielgröße  $Y$  berechnet. Anschließend wurde der Mittelwert  $\bar{y}$  der  $N$  Werte  $y_i$  bestimmt, indem die reduzierten Prüfsummen  $S_{\text{red},i}^2$  der Entfaltungsmöglichkeiten als Gewichtungsfaktoren verwendet wurden, siehe Gleichung 7.6. Dabei ist  $S_{\text{red},i}^2 = S_i^2/(n - p)$  mit der Anzahl  $n$  der Datenpunkte und der Anzahl  $p$  der geschätzten Parameter. Der Zielgröße wurde dann dieser Mittelwert als Ergebnis zugeordnet.

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad \text{mit } w_i = \frac{1}{S_{\text{red},i}^2} \quad (7.6)$$

Der Versuch, die Unsicherheit für das Ergebnis einer Zielgröße zu berechnen, indem konsequent die Fortpflanzung von Messunsicherheiten angewendet und letztendlich ein gewichtetes Mittel mit den Unsicherheiten der einzelnen Werte der Zielgröße gebildet wurde, führte zu einer unrealistisch kleinen Unsicherheit.

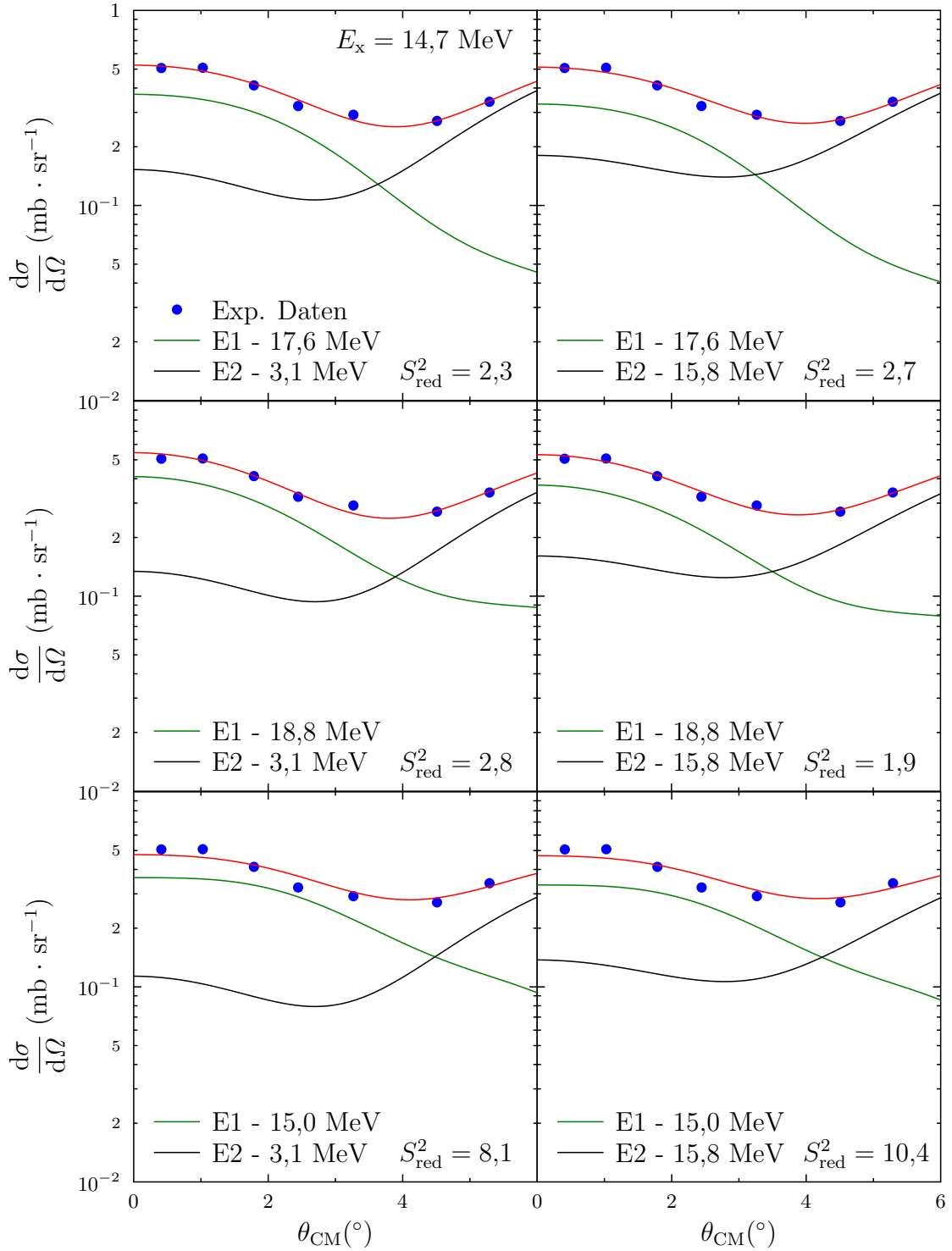


Abbildung 7.4: Beispiele für die Entfaltung einer experimentellen Winkelverteilung mit verschiedenen Kombinationen der Modellwinkelverteilungen. In Rot ist die Summe der entfalteten Anteile gezeichnet. Hier wurde die Modellwinkelverteilung (E2-3,1 MeV) gewählt, weil sie der Verteilung (E2-15,8 MeV) sehr ähnelt, siehe Abbildung 7.3.

Mit dieser Unsicherheit konnte die Streuung der Werte, wie sich aus der Entfaltung ergab, nicht angemessen wiedergegeben werden. Daher fiel die Entscheidung darauf, die Streuung der Werte durch eine Art Standardabweichung zu beschreiben, die als das gewichtete Mittel der Residuenquadrate  $(y_i - \bar{y})^2$  definiert wurde:

$$s_{\bar{y}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \cdot (y_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^N w_i}. \quad (7.7)$$

Die Abbildung 7.4 macht außerdem deutlich, dass die beschriebene Entfaltungs-Prozedur grundsätzlich hinreichend sensitiv ist, um die Beiträge verschiedener Multipolordnungen zu trennen. Hier wurde ein erwarteter isoskalarer E2-Beitrag zum Wirkungsquerschnitt abgetrennt, der mit dem Ergebnis aus einer anderen Berechnungsmethode als verträglich eingestuft werden kann, siehe Abbildung A.13 auf Seite 166. Darüber hinaus konnte in der Arbeit [Math14] gezeigt werden, dass die Entfaltung selbst bei energetisch niedriger liegenden Zuständen sinnvolle Ergebnisse liefert, obwohl die QPM-Vorhersagen mehr für den Bereich konzipiert ist, in dem sich die Protonen und Neutronen kollektiv bewegen. Als Prüfobjekte wurden dabei gerade jene Zustände verwendet, die aus  $(\gamma, \gamma')$ -Messungen [Hart99] bekannt waren.

## Kapitel 8

# Die elektrische Dipol-Polarisierbarkeit

Die statische elektrische Dipol-Polarisierbarkeit wurde aus den Protonenstreudaten des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  [RCNP12] im Bereich der IVGDR zwischen  $E_x = 11$  MeV und  $E_x = 26$  MeV in mehreren Analyseschritten extrahiert:

1. **Korrektur der experimentellen Wirkungsquerschnitte**  $d^2\sigma_{\text{exp}}/(dE_x d\Omega)$  **der  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren um isoskalare E2-Beiträge** [Lui11] im Bereich der IVGDR, siehe Abschnitt A.9
2. **Multipolentfaltung** der Winkelverteilung des differentiellen Wirkungsquerschnitts  $d\sigma_{\text{exp}}/d\Omega$  einer jeden Energieklasse mit E1-Modellwinkelverteilungen und einem konstanten Untergrund für die quasi-freie Streuung, siehe Abschnitt 7
3. **Berechnung der spektralen Verteilung der totalen E1-Wirkungsquerschnitte**  $d\sigma_{\text{E1}}/dE_x$  aus den entfalteten Winkelverteilungen durch Integration über den Raumwinkel aus der Methode virtueller Photonen
4. **Berechnung der spektralen Verteilung der Photoabsorptionsquerschnitte**  $\sigma_{\text{abs}}^{\text{E1}}$  aus der Verteilung der totalen E1-Wirkungsquerschnitte mit Hilfe der Methode virtueller Photonen aus Abschnitt 3.6
5. **Extraktion der Polarisierbarkeit**  $\alpha_D$  durch Integration über die Verteilung der Photoabsorptionsquerschnitte, siehe Gleichung 2.14.

Zusätzlich wurde die spektrale Verteilung der E1-Übergangsstärke für die IVGDR berechnet. Die Verteilung der E1-Übergangsstärke  $dB(\text{E1})/dE_x$  folgte für jede Energieklasse im Spektrum aus folgender Gleichung [Bee90]:

$$\frac{dB(\text{E1})}{dE_x} = \frac{100}{144} \cdot \frac{9\hbar c^2}{16\pi^3} \cdot \frac{\sigma_{\text{abs}}^{\text{E1}}(E_x)}{E_x} \cdot (\text{fm MeV})^{-1} \quad \text{in } e^2 \cdot \text{fm}^2 \text{ MeV}^{-1}. \quad (8.1)$$

Darüber hinaus wurde die Stärkeverteilung durch die streifenweise Integration einer Breit-Wigner-Funktion berechnet, die an eine Verteilung der Photoabsorptionsquerschnitte angepasst worden war. Für endlich breite Energieklassen folgte damit:

$$\frac{\Delta B(\text{E1})}{\Delta E_x} = \frac{100}{144} \cdot \frac{9\hbar c}{16\pi^3} \cdot \frac{1}{\Delta E_x} \cdot \int_{\Delta E_x} dE_x \cdot \frac{\sigma_{\text{abs}}^{\text{E1}}(E_x)}{E_x} \cdot (\text{fm MeV})^{-1}. \quad (8.2)$$

Die Auswertung wurde entscheidend von zwei Faktoren beeinflusst. Zum einen war dies das Modell des Untergrunds in der Multipolentfaltung der experimentellen Winkelverteilungen und zum anderen der maximale Streuwinkel  $\theta_{\text{lab,max}}$ , für den die hadronische Wechselwirkung gegenüber der Coulombwechselwirkung vernachlässigbar ist.

Die Entfaltung der experimentellen Wirkungsquerschnitte hing insbesondere auf der höherenergetischen Flanke der Resonanz von dem Untergrundmodell für die quasi-freie Streuung ab. In [Pol11] konnten mehrere Energieklassen am Ende der (p,p')-Spektren des Kerns  $^{208}\text{Pb}$  genutzt werden, um die Winkelverteilungen des Untergrundes zu untersuchen. An diese Winkelverteilungen ließen sich Polynome dritter Ordnung verträglich anpassen. Im vorliegenden Fall der  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren konnten nur die letzten beiden Energieklassen genutzt werden, um ein Untergrundmodell zu schätzen. Die beiden experimentellen Verteilungen legten einen konstanten Verlauf der Modellwinkelverteilung für den Untergrund nahe.

Der maximale Streuwinkel gab in der Analyse das Raumwinkelement vor, über das die entfaltenen differentiellen E1-Wirkungsquerschnitte integriert werden mussten, um die Verteilung der totalen E1-Wirkungsquerschnitte zu erhalten. Die Bestimmung dieses Winkels war nicht eindeutig, da die hadronische Wechselwirkung grundsätzlich mit der Coulombwechselwirkung interferiert. Daher wurde der Einfluss verschiedener maximaler Streuwinkel auf die Polarisierbarkeit untersucht.

## 8.1 Virtuelle Photonen und maximaler Streuwinkel

Die Umrechnung der doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitte in assoziierte Photoabsorptionsquerschnitte geschah mit Hilfe der Methode virtueller Photonen. Für die Berechnung der virtuellen Photonenzahlen wurde in dieser Arbeit das Programm `epa` [Ber14] verwendet, siehe Abschnitt 3.6. Das Programm berücksichtigt, dass grundsätzlich Beugungs- und Absorptionseffekte durch den gestoßenen Kern im Streuprozess auftreten, auch wenn eine Anregung nur durch die Coulombwechselwirkung stattfindet. Im Programm konnte nicht eindeutig festgelegt werden, bis zu welchem Streuwinkel die nukleare Wechselwirkung gegenüber der Coulombwechselwirkung vernachlässigbar ist. Daraus ging die Frage hervor, wie der maximale Streuwinkel festgelegt werden konnte. Für die reine Coulombstreuung lässt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt als das Quadrat der Streuamplitude  $f_{\text{C}}(\theta_{\text{CM}})$  schreiben, die direkt mit dem korrespondierenden Übergangsmatrixelement verknüpft ist ([Ber04], [Loh92]):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_{\text{C}}(\theta_{\text{CM}})|^2. \quad (8.3)$$

Wenn aber eine kurzreichweitige Wechselwirkung wie die Kernkraft hinzukommt, so summieren sich die Streuamplituden  $f_{\text{C}}(\theta_{\text{CM}})$  aus der Coulombwechselwirkung und  $f_{\text{N}}(\theta_{\text{CM}})$  aus der nuklearen Wechselwirkung kohärent, womit es nicht mehr möglich ist, die E1-Stärke infolge einer Coulombanregung des Kerns direkt zu bestimmen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_{\text{C}}(\theta_{\text{CM}}) + f_{\text{N}}(\theta_{\text{CM}})|^2. \quad (8.4)$$

Damit die Methode der virtuellen Photonen sinnvoll angewendet werden kann, muss also ein Winkel bestimmt werden, bis zu dem der nukleare Anteil am gesamten Wirkungsquerschnitt akzeptabel klein bleibt. Anhand der bereits in Abbildung 3.9 des Abschnitts 3.6 gezeigten Daten

wird es als gerade noch akzeptabel betrachtet, wenn das Verhältnis des nuklearen Wirkungsquerschnitts zum Coulombwirkungsquerschnitt 8 % beträgt. Das entspricht einem maximalen Streuwinkel im Laborsystem von etwa  $\theta_{\text{lab,max}} = 1,4^\circ$  ( $\theta_{\text{CM,max}} = 1,44^\circ$ ). Dabei wird unterstellt, dass sich die diskutierten Winkelverteilungen bei anderen Anregungsenergien ähnlich verhalten. Diese Annahme basiert auf der Tatsache, dass die nukleare Wechselwirkung unter  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  vorwiegend Übergänge mit  $\Delta L = 0$  anregt. Alternativ kann der maximale Streuwinkel aus der relativistischen Rutherford-Streuung gewonnen werden. Streuwinkel und Stoßparameter hängen dabei über folgende, bereits in Abschnitt 3.6 diskutierte Beziehung zusammen:

$$\theta_{\text{lab}} = \frac{2Z_1Z_2c^2e^2}{b\mu c^2(\gamma - 1/\gamma)} \quad \text{in rad.} \quad (8.5)$$

Der entscheidende Punkt ist hierbei, einen geeigneten effektiven Stoßparameter festzulegen, da die Massenverteilungen von Projektil und gestoßenem Kern keine scharfen Ränder haben. Eine sinnvolle Näherung für den Stoßparameter ist die Summe aus den mittleren Radien für Proton und  $^{48}\text{Ca}$ -Kern, basierend auf den Dichteverteilungen der Massen. Der Radius der Masseverteilung kann in erster Näherung aus folgender Gleichung [Bet06] geschätzt werden:

$$r_m = 1,2 \cdot A^{1/3} \cdot \text{fm.} \quad (8.6)$$

Für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  beträgt dieser  $r_m = 4,36$  fm. In [Alv75] wurde der mittlere massenbezogene Radius  $\sqrt{\langle r_m^2 \rangle}$  für den gleichen Kern aus Streudaten bestimmt, siehe Abbildung 8.1. Er beträgt  $\sqrt{\langle r_m^2 \rangle} = (3,578 \pm 0,015)$  fm. Außerdem wurde in [Str85] ein Radius  $r_{m,73}$  von  $r_{m,73} = 4,2$  fm für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  bestimmt, wobei dieser Wert von der Bindungsenergie in einem semiklassischen Tröpfchenmodell abgeleitet wurde. Der Radius  $r_{m,73}$  ist dadurch gekennzeichnet, dass die Dichteverteilung an dieser Stelle um 73 % abgenommen hat. In der vorliegenden Arbeit wurde diese Definition des Radius als hinreichend konservativ eingeschätzt, um mit ihm einen geeigneten minimalen Abstand im Streuprozess zu berechnen. Daher wurde er aus den experimentellen Daten in [Alv75] extrahiert. Er betrug  $r_{m,73} = 4,34$  fm und war damit nur um 0,4 % kleiner als die Schätzung aus der einfachen Beziehung in Gleichung 8.6. Der experimentellen Arbeit [Alv75] folgend, wurde für den Radius des Protons  $r_p$  ein Wert von  $r_p = 0,8$  fm angenommen. Daraus ergab sich der minimale Stoßparameter zu  $b = 5,14$  fm. Das entsprach einem maximalen Streuwinkel von  $\theta_{\text{lab,max}} = 1,26^\circ$  ( $\theta_{\text{CM,max}} = 1,29^\circ$ ). Eine untere Grenze für den maximalen Streuwinkel ließ sich angeben, wenn der Stoßparameter sinnvoll maximiert wurde. Ein solcher Maximalwert konnte mit dem vergrößerten Radius  $r_{m,90}$  und einem größeren Ladungsradius des Protons erzeugt werden. Dieser Radius zeichnete sich dadurch aus, dass die Dichteverteilung des Kerns um 90 % abgenommen hatte. Er wurde ebenfalls aus den experimentellen Daten in [Alv75] zu  $r_{m,90} = 5,0$  fm bestimmt. Gleichzeitig fiel die Wahl auf den Ladungsradius des Protons aus [CODATA]. Dieser beträgt  $r_p = (0,8775 \pm 0,0051)$  fm. Damit wurde ein Stoßparameter von  $b_{\text{max}} = 5,88$  fm mit einem maximalen Streuwinkel von  $\theta_{\text{lab,max}} = 1,11^\circ$  ( $\theta_{\text{CM,max}} = 1,14^\circ$ ) festgelegt. Mit diesen drei Winkeln war es möglich, einen plausiblen Wertebereich für die Polarisierbarkeit zu ermitteln. Zusätzlich wurden drei weitere Winkel benutzt und die Polarisierbarkeit berechnet, um die Stabilität der Ergebnisse zu testen. Der erste ging aus der Überlegung hervor, dass die Reichweite der Kernkraft etwa  $d = 2$  fm beträgt und im Bild harter Kugeln zur Summe der Radien von Proton und  $^{48}\text{Ca}$ -Kern addiert werden sollte. Das entspricht dem Vorgehen in [Jin14]. Dort wurde eine additive Korrektur für den minimalen Abstand der Stoßpartner von  $\Delta b = 2,61$  fm benutzt.

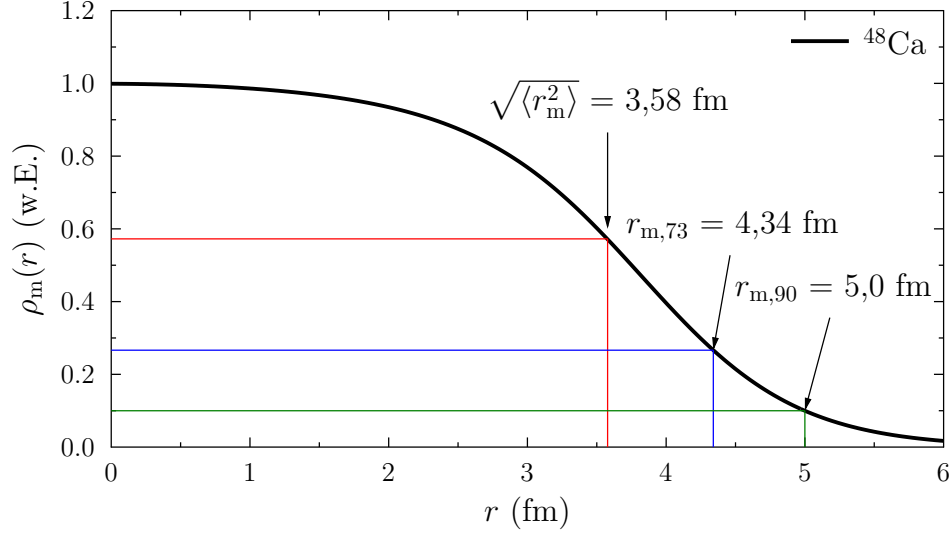


Abbildung 8.1: Dichteverteilung der Masse in  $^{48}\text{Ca}$ , nach [Alv75].

Diese Korrektur wurde auf den bisher kleinsten Wert des Stoßparameters von  $b = 5,14$  fm addiert, was zu einem Gesamtwert von  $b = 7,75$  fm mit einem maximalen Streuwinkel von  $\theta_{\text{lab,max}} = 0,84^\circ$  ( $\theta_{\text{CM,max}} = 0,85^\circ$ ) führte. Um eine mögliche Systematik in den Ergebnissen für die Polarisierbarkeit erkennen zu können, wurden außerdem die Winkel von  $\theta_{\text{lab,max}} = 2,5^\circ$  und  $\theta_{\text{lab,max}} = 5,0^\circ$  verwendet. Die Tabelle 8.1 fasst die Stoßparameter und Winkel zusammen. In jedem Analysedurchlauf mit je einem Winkel wurde dieser in allen Integrationen über das Raumwinkelement  $\Delta\Omega$  benutzt. Das Raumwinkelement hatte dabei die Form eines Kegels, dessen Symmetrieachse in Strahlrichtung zeigte. Im Vergleich mit der Vorgehensweise in [Pol11], bei der ein Integrationswinkel von  $\theta_{\text{lab,max}} \approx 1^\circ$  verwendet wurde, erscheinen die so bestimmten maximalen Streuwinkel sinnvoll.

## 8.2 Multipolentfaltung und Untergrund

Durch die Korrektur der  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren um die isoskalaren E2-Beiträge beschränkte sich die Entfaltung auf die Trennung der E1-Wirkungsquerschnitte von den Wirkungsquerschnitten des Untergrundes aus quasi-freier Streuung. Die Wahl des Untergrundes stellte sich als ein kritischer Punkt heraus. Wurde ein winkelabhängiges Polynom dritten Grades als Untergrund gewählt, wie er bereits in [Pol11] verwendet worden war, so ergaben sich zwar bessere Anpassungen, jedoch mit physikalisch nicht sinnvollen Verhältnissen zwischen E1- und Untergrund-Beiträgen. Teilweise ordnete die Entfaltung den gesamten Wirkungsquerschnitt dem Untergrund zu. Außerdem zeigte der so entfaltete und wieder in ein Spektrum zurückgerechnete Untergrundanteil eine resonanzartige Struktur. Da es sich bei dem Untergrund aber um Streuprozesse aus quasi-freier Streuung handelt, ist zu erwarten, dass sich hier beliebige Multipolordnungen mischen und die Emissionswahrscheinlichkeiten im Mittel gleichverteilt sind. Dies sollte dazu führen, dass der Untergrund von der Neutronenseparationsschwelle an stetig ansteigt [Jän93]. Ein solches Verhalten der Wirkungsquerschnitte konnte insbesondere in den letzten beiden untersuchten Anregungsenergieklassen bei  $E_x = 24,1$  MeV und  $E_x = 24,9$  MeV festgestellt werden.



Tabelle 8.1: Maximale Streuwinkel für die Festlegung der Raumwinkel in den Integrationen über differentielle Wirkungsquerschnitte.

Stoßparameter $b$ (fm)	Streuwinkel		Raumwinkel
	$\theta_{\text{lab,max}}$ (°)	$\theta_{\text{CM,max}}$ (°)	$\Delta\Omega_{\text{CM,max}}$ ( $10^{-3} \cdot \text{sr}$ )
7,75	0,84	0,85	0,692
5,88	1,11	1,14	1,244
5,14	1,26	1,29	1,593
<sup>(1)</sup> 4,62	1,40	1,44	1,984
<sup>(2)</sup>	2,43	2,50	5,980
<sup>(2)</sup>	4,87	5,00	23,910

<sup>(1)</sup>Stoßparameter aus dem Winkel von  $\theta_{\text{lab,max}} = 1,4^\circ$  berechnet

<sup>(2)</sup>Stoßparameter im Sinne harter Kugeln bedeutungslos

Zum Vergleich sind die Winkelverteilungen dieser Energien mit der Winkelverteilung bei einer Anregungsenergie von  $E_x = 18,6$  MeV in der Abbildung 8.2 dargestellt. Die Rekonstruktion der Untergrundspektren aus den Entfaltungen ist für die Streuwinkel  $\theta_{\text{lab}} = 0,4^\circ, 3,2^\circ, 5,2^\circ$  in den Abbildungen 8.2 und 8.3 zu sehen. Der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt des Untergrundes steigt zwischen  $E_x = 11$  MeV und  $E_x = 20$  MeV leicht an und geht am Ende in ein Plateau über. Das entspricht dem erwarteten Verhalten in [Jän93]. In den gezeigten drei Spektren fällt die Energieklasse bei  $E_x = 11,4$  MeV auf, da keine Unsicherheit angegeben ist. Der Grund für ihre verschwindende Unsicherheit liegt darin, dass keine der in der Entfaltung verwendeten E1-Modellwinkelverteilungen gemeinsam mit einem konstanten Untergrund an die Daten anpassbar waren. Die Parameter der E1-Modellwinkelverteilungen gingen in der verwendeten nichtlinearen Optimierung mit Nebenbedingungen [NLo] stets gegen Null. Dadurch wurde nur die Untergrundfunktion angepasst. Die Anpassung der verschiedenen Modellwinkelverteilungen an die Winkelverteilung der experimentellen Wirkungsquerschnitte einer jeden Energieklasse lieferte einen Wirkungsquerschnitt für den E1-Anteil und den Untergrundanteil. Da mehrere Modellkombinationen an die gleiche Winkelverteilung angepasst wurden, ergaben sich für die gleiche Energieklasse entsprechend viele E1-Anteile und Untergrundanteile. Dann wurde zum Beispiel aus allen E1-Anteilen der Erwartungswert nach Gleichung 7.6 berechnet, ebenso für die Untergrundanteile. Da die Streuung der jeweiligen Anteile als Unsicherheit verwendet wurde, musste die Unsicherheit für den mittleren Untergrundanteil im Fall der Energieklasse bei  $E_x = 11,4$  MeV verschwinden, denn für alle E1-Modellwinkelverteilungen wurde immer der gleiche Untergrund angepasst, siehe Abbildung 8.4. Die Entfaltung legte nahe, dass der gesamte Wirkungsquerschnitt dieser Energieklasse Untergrund sein sollte. Weil für den experimentellen Wert eine Unsicherheit bekannt war, wurde sie als diejenige für den Untergrund angenommen.

Eine weitere Besonderheit fällt in den Spektren für  $\theta_{\text{lab}} = 3,2^\circ$  und  $\theta_{\text{lab}} = 5,2^\circ$  auf. Einige wenige Kanäle insbesondere am Ende eines jeden Spektrums haben einen Untergrund-Wirkungsquerschnitt, der den gesamten Wirkungsquerschnitt übertrifft. Dieses Phänomen lässt sich mit Hilfe zweier Beispiele aus der Entfaltung erklären. In Abbildung 8.4 ist auf der linken Seite die Entfaltung für die Energieklasse bei  $E_x = 11,4$  MeV und rechts bei  $E_x = 18,6$  MeV zu sehen. Die Datenpunkte streuen um den konstanten Untergrund. Wenn ein doppelt differentiel-ler Wirkungsquerschnitt aus dem angepassten Untergrundmodell zum Beispiel an der Stelle des vierten Datenpunkts bei  $\theta_{\text{CM}} = 2,4^\circ$  berechnet wurde, so musste dieser Wirkungsquerschnitt

größer sein als der gemessene, weil der Modellwert bereits größer war. Dies demonstriert, dass die Unsicherheit der Wirkungsquerschnitte aus einer solchen Entfaltung nur dann durch die Streuung der modellabhängigen Ergebnisse sinnvoll geschätzt werden kann, wenn die Streuung größer als die Unsicherheit des gemessenen Wirkungsquerschnitts ist.

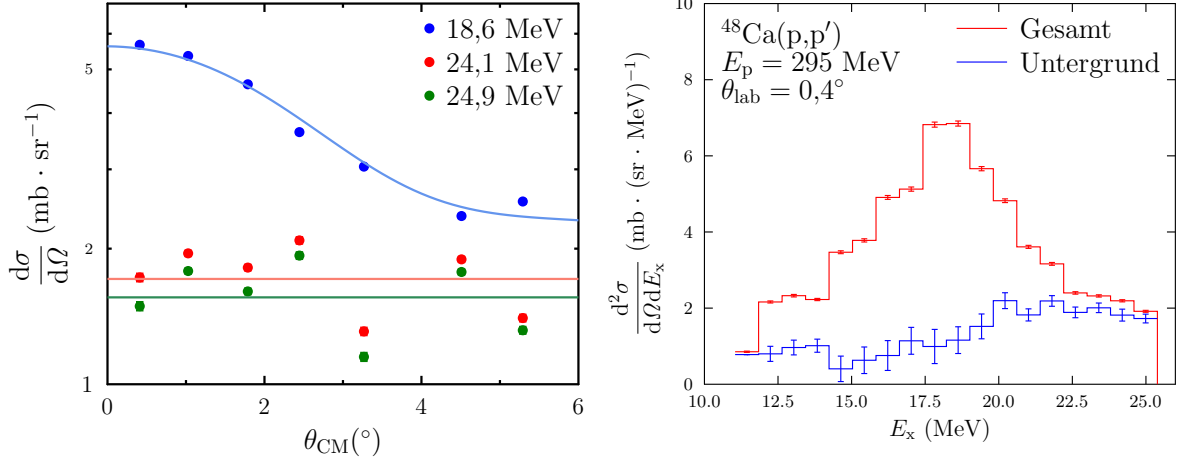


Abbildung 8.2: Bestimmung des physikalischen Untergrundes in den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren. Links: Bei höheren Energien werden die Winkelverteilungen zunehmend flacher und lassen sich durch eine konstante Verteilung beschreiben. Rechts: Ins Anregungsspektrum zurückgerechneter Untergrund-Wirkungsquerschnitt aus quasi-freier Streuung (blau).

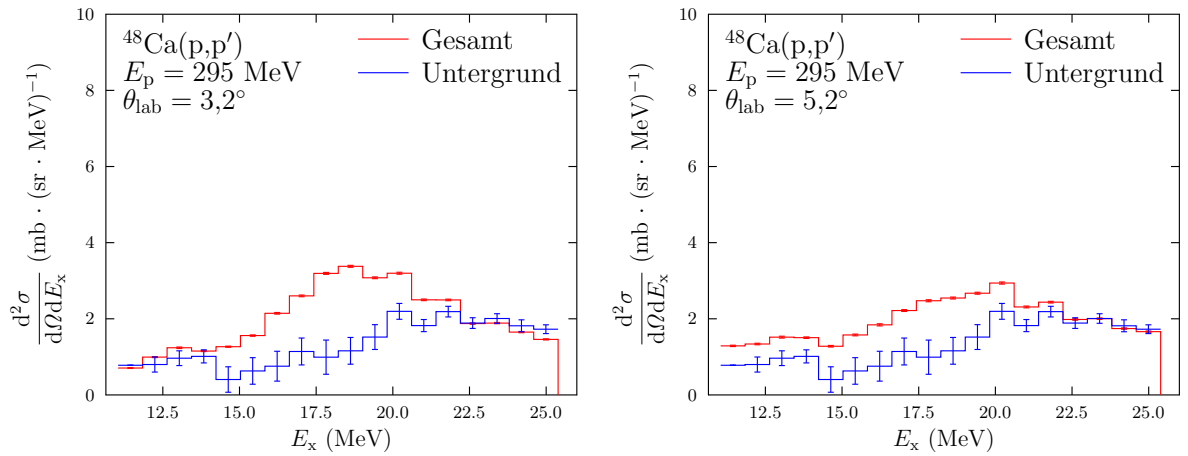


Abbildung 8.3: Ins Anregungsspektrum zurückgerechneter Wirkungsquerschnitt der quasi-freien Streuung als Untergrund (blau).

Da die quasi-freie Streuung in erster Näherung unabhängig von der Massenzahl des gestoßenen Kerns sein sollte, ist zu erwarten, dass die absoluten Wirkungsquerschnitte des entfalteten Untergrundes in der gleichen Größenordnung liegen wie bei der Analyse der  $^{208}\text{Pb}$ -Daten in [Pol11]. Der Vergleich der Untergrundspektren aus Abbildung 8.3 ( $^{48}\text{Ca}$ ) mit dem Spektrum aus Abbildung 8.5 ( $^{208}\text{Pb}$ ) bestätigt diese Erwartung. Die differentiellen Wirkungsquerschnitte liegen bei etwa  $d^2\sigma/(d\Omega dE_x) \approx 2 \text{ mb}/(\text{sr MeV})$ .

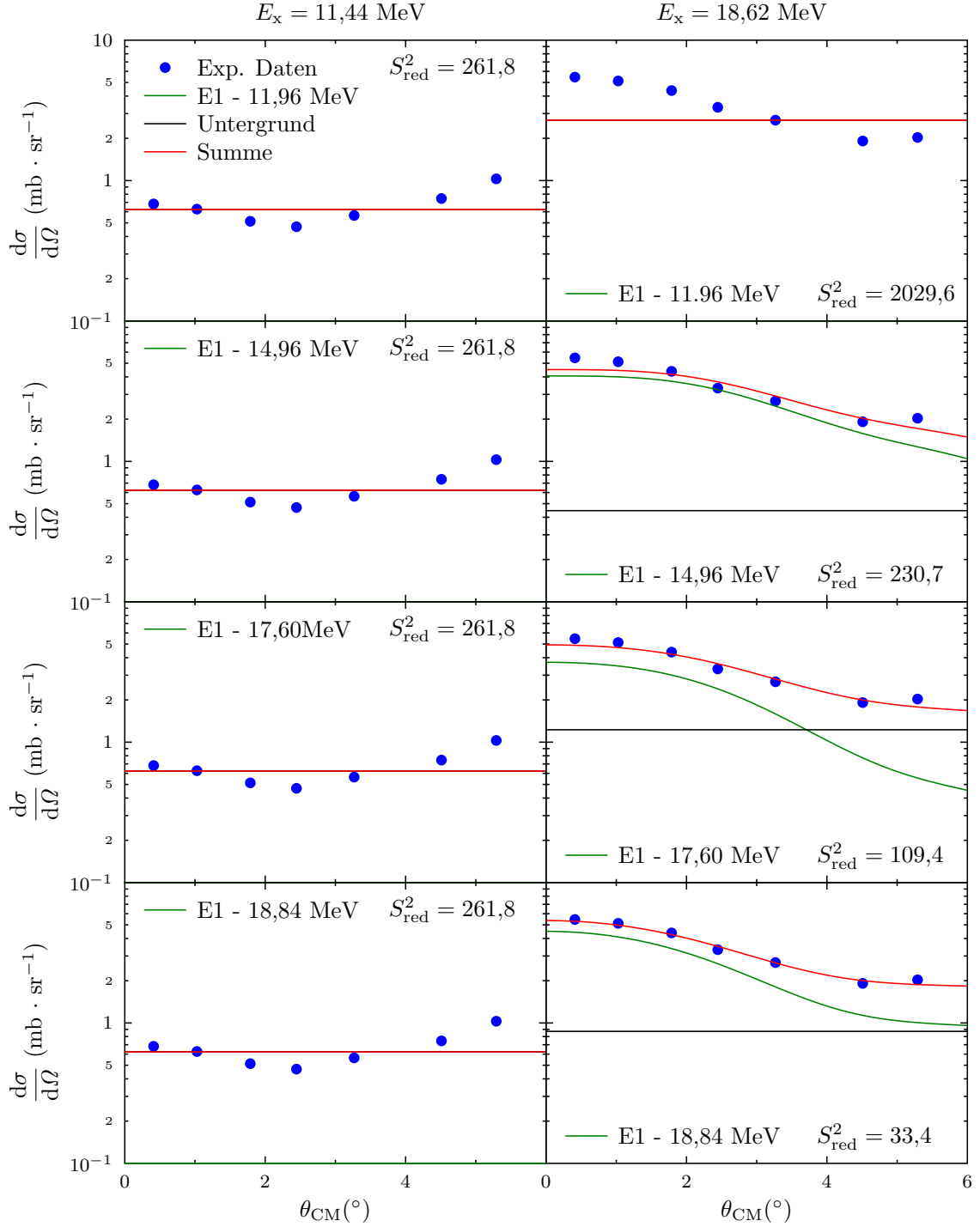


Abbildung 8.4: Entfaltete Winkelverteilungen differentieller Wirkungsquerschnitte bei den Anregungsenergien  $E_x = 11,4$  MeV und  $E_x = 18,6$  MeV.  $S_{\text{red}}^2 = S^2/(n - p)$  = reduzierte Prüfsumme der Minimierung mit der Anzahl an Freiheitsgraden  $n - p$  [Wol06]. Bei  $E_x = 11,4$  MeV gehen die Anpassungsparameter für die E1-Modelle (11,96; 14,96; 17,60; 18,81) MeV stets gegen 0. Daher wird der gesamte Wirkungsquerschnitt dem von 0 verschiedenen Untergrundmodell zugewiesen.

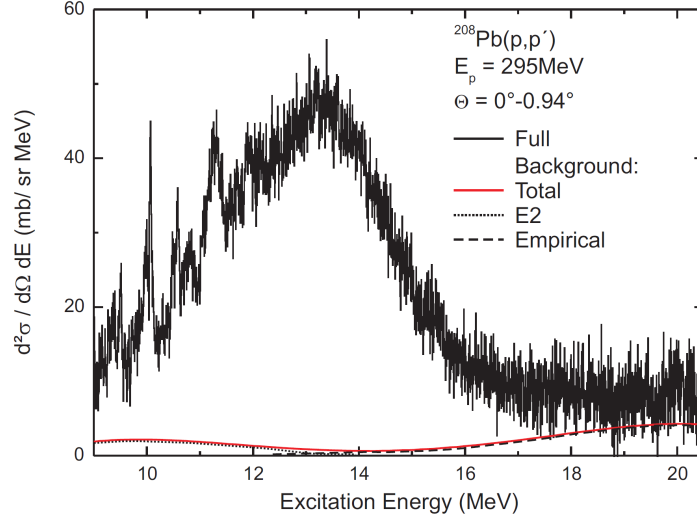


Abbildung 8.5: Übersichtspektrum von  $^{208}\text{Pb}$  aus [Pol11] mit eingezeichnetem Untergrund. Der Untergrund aus quasi-freier Streuung ist breit gestrichelt.

### 8.3 Extraktion der E1-Übergangsstärke und Polarisierbarkeit

In der Abbildung 8.6 ist links die spektrale Verteilung  $\Delta\sigma^{\text{E1}}/\Delta E_x$  der entfaltenen totalen E1-Wirkungsquerschnitte für den maximalen Streuwinkel  $\theta_{\text{CM,max}} = 0,85^\circ$  gezeichnet. Daneben befindet sich für den gleichen Winkel die spektrale Verteilung der energiegewichteten virtuellen Photonenzahlen  $\Delta N/E_x$ . Aus diesen Verteilungen wurden die korrespondierenden Verteilungen für die Photoabsorptionsquerschnitte berechnet. Dazu wurden die E1-Wirkungsquerschnitte  $\Delta\sigma^{\text{E1}}/\Delta E_x$  durch die energiegewichtete Photonenzahl  $\Delta N/E_x$  kanalweise dividiert. Dies ist insofern eine akzeptable Näherung, als die Verteilung der virtuellen Photonenzahlen verglichen mit der Verteilung der totalen E1-Wirkungsquerschnitte flach verläuft, siehe die rote Kurve im linken Diagramm von Abbildung 8.6. Die daraus berechnete Verteilung der Photoabsorptionsquerschnitte ist im linken Diagramm der Abbildung 8.7 zu sehen. An diese Verteilung wurde eine Breit-Wigner-Funktion angepasst. Die Anpassungsfunktion hatte folgende Form [Boh79]:

$$\sigma_{\text{abs}}(E_x) = \sigma_{\text{res}} \cdot \frac{E_x}{E_{\text{res}}} \cdot \frac{(\Gamma/2)^2}{(E_x - E_{\text{res}})^2 + (\Gamma/2)^2} \quad \text{in mb.} \quad (8.7)$$

$\sigma_{\text{abs}}(E_x)$	Photoabsorptionsquerschnitt
$\sigma_{\text{res}}$	Amplitude
$\Gamma$	Breite der Verteilung
$E_{\text{res}}$	Position des Maximums der Verteilung

Diese Auswerteschritte wurden für alle maximalen Streuwinkel durchgeführt, die in der Tabelle 8.1 aufgeführt sind. Die Tabelle 8.2 zeigt eine Übersicht über die angepassten Parameter. Nach Gleichung 3.6 sollte das Maximum der Resonanz bei  $E_x = 19,39$  MeV liegen. Die Anpassungen lieferten aber Zentroiden bei einer Anregungsenergie von etwa  $E_x = 18,6$  MeV. Im Rahmen der Unsicherheit weicht das Ergebnis von dem erwarteten Wert signifikant nach unten ab.

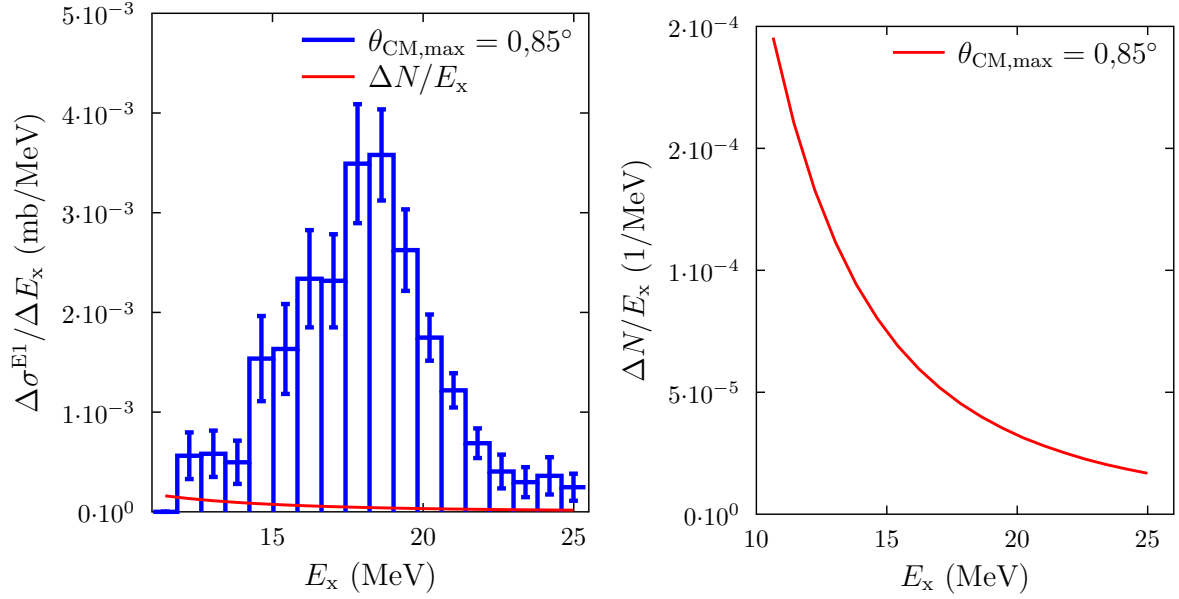


Abbildung 8.6: Links: Verteilungen der differentiellen E1-Wirkungsquerschnitte  $\Delta\sigma^{\text{E1}}/\Delta E_x$  (blau) und der energiegewichteten virtuellen Photonenzahlen  $\Delta N/E_x$  (rot). Rechts: Verteilung der energiegewichteten virtuellen Photonenzahlen in vergrößerter Darstellung.

Im hydrodynamischen Kernmodell rührt der erste Term  $A^{-1/3}$  in der Schätzformel von der gegenphasigen Dichteschwingung der Neutronenflüssigkeit gegen die Protonenflüssigkeit bei unveränderter Gesamtdichte des Kerns ([Ste50], [Mye77]). Der zweite Term  $A^{-1/6}$  entspricht einer gegenphasigen Schwingung der Neutronensphäre gegen die Protonensphäre, wobei sich beide Sphären durchdringen ([Gol48], [Mye77]). In der Schätzformel werden die beiden Effekte unterschiedlich gewichtet. Möglicherweise müssen für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  kleine Korrekturen an den Wichtungsfaktoren angebracht werden.

Tabelle 8.2: Parameter der angepassten Breit-Wigner-Funktionen ( $10 \text{ mb} = 1 \text{ fm}^2$ ).

$\theta_{\text{CM,max}}$ (°)	$\sigma_{\text{res}}$ ( $10 \cdot \text{mb}$ )	$\Gamma$ (MeV)	$E_{\text{res}}$ (MeV)
0,84	8,95(81)	3,79(34)	18,62(14)
1,14	9,02(80)	3,83(34)	18,59(14)
1,29	9,08(80)	3,85(34)	18,58(14)
1,44	9,15(81)	3,87(34)	18,56(14)

Die Verteilungen der E1-Übergangsstärke  $dB(\text{E1})/dE_x$  wurden aus den Verteilungen der Photoabsorptionsquerschnitte nach Gleichung 8.2 berechnet. Die Stärke wurde für jede Energieklasse im Spektrum einmal als Integral über die energiegewichtete angepasste Breit-Wigner-Funktion und ein weiteres Mal diskret, das heißt direkt aus dem ursprünglichen Histogramm berechnet. Von diesen Verteilungen ausgehend wurde die Polarisierbarkeit bestimmt. Die Ergebnisse fasst die Tabelle 8.3 zusammen.

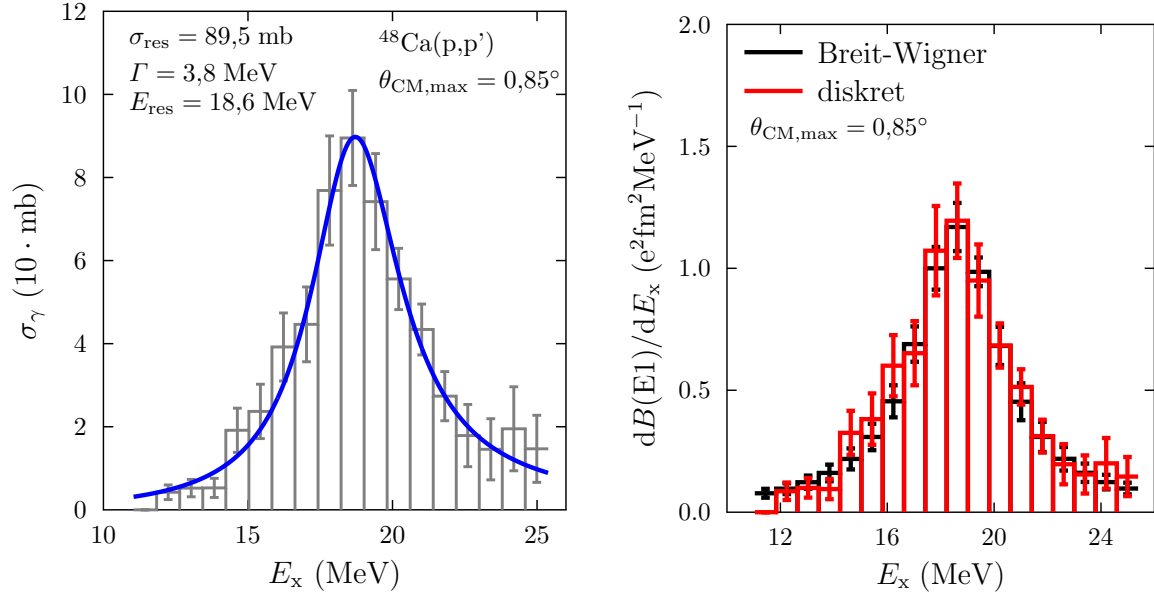


Abbildung 8.7: Verteilungen des Photoabsorptionsquerschnitts und der E1-Übergangsstärke des Kerns  $^{48}\text{Ca}$ . Die Stärken wurden als Integrale über die energiegewichteten angepassten Breit-Wigner-Funktionen (schwarz) und diskret (rot) für jede Energieklasse berechnet.

Die Datenpunkte sind in der Abbildung 8.8 graphisch dargestellt. Für die schwarzen Datenpunkte (Breit-Wigner-Int., Korr.-Matrix) wurde die jeweilige angepasste Breit-Wigner-Funktion integriert und anschließend mit dem zugehörigen Skalierungsfaktor multipliziert. Die Unsicherheiten folgten aus der Korrelationsmatrix der Anpassung. Ein blauer Datenpunkt (Breit-Wigner-Int., MC-Simulation) bedeutet, dass die Breit-Wigner-Funktion mit ihren drei Parametern  $10^6$ -Mal an das entsprechende Histogramm angepasst wurde. Daraus gingen ebenso viele Parametersätze hervor, mit denen die Integrationen ihrer energiegewichteten Breit-Wigner-Funktion durchgeführt und anschließend die Werte für die Polarisierbarkeit statistisch ausgewertet wurden. Jeder rote Datenpunkt (diskret) entspricht der diskreten Summe der skalierten Streifenflächen aus dem jeweiligen Histogramm der Abbildung 8.8. Dabei wurden die Unsicherheiten für jede Energieklasse durch eine MC-Simulation geschätzt.

Tabelle 8.3: Ergebniswerte für die Polarisierbarkeit in Abhängigkeit von der Auswertemethode. Korr.-Mat. = Unsicherheiten aus Korrelationsmatrizen, MC = Unsicherheiten aus Monte-Carlo-Simulationen, diskret = Werte direkt aus den Energieklasseninhalten des ursprünglichen Spektrums berechnet, Unsicherheit aus MC-Simulation für jede Klasse.

$\theta_{\text{CM,max}}$ (°)	$\alpha_D$ (Korr.-Mat.) (fm <sup>3</sup> )	$\alpha_D$ (MC) (fm <sup>3</sup> )	$\alpha_D$ (diskret) (fm <sup>3</sup> )
0,84	1,29(10)	1,38(9)	1,34(8)
1,14	1,32(10)	1,40(9)	1,37(8)
1,29	1,34(10)	1,41(9)	1,38(8)
1,44	1,39(10)	1,43(9)	1,40(8)
2,50	1,50(12)	1,56(10)	1,54(9)
5,00	1,60(17)	1,68(13)	1,67(11)

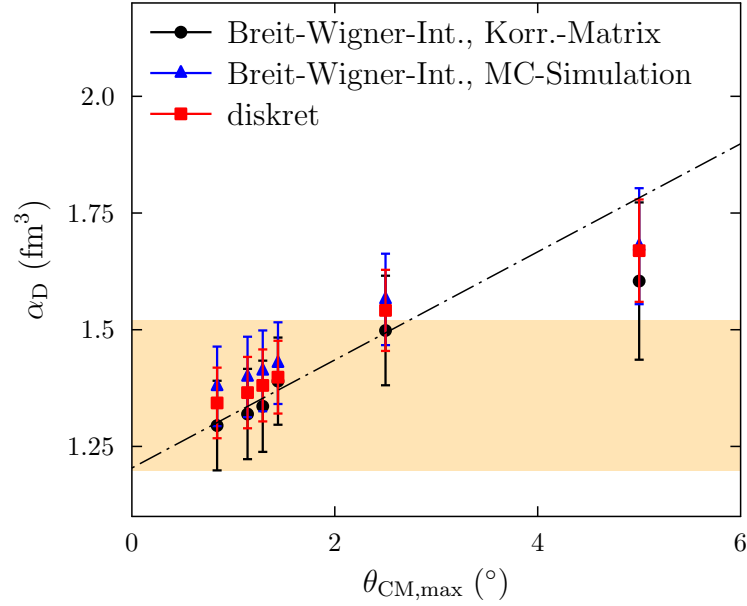


Abbildung 8.8: Ergebniswerte der Polarisierbarkeit in Abhängigkeit von der Auswertemethode. Die jeweils ersten 5 Datenpunkte lassen sich durch eine Gerade approximieren, die für den Datensatz (Breit-Wigner-Int., Korr.-Matrix) schematisch eingezeichnet ist. Der plausible Wertebereich für die Polarisierbarkeit wird durch den beigen Bereich aufgespannt.

Grundsätzlich besteht ein streng monoton steigender Zusammenhang zwischen dem maximalen Streuwinkel und der Polarisierbarkeit. Die Werte der ersten 5 Winkel lassen sich jeweils durch eine Gerade mit einem relativ hohen Bestimmtheitsmaß ( $r^2 > 70\%$ ) approximieren. Eine solche Geradenanpassung ist für den Datensatz (Breit-Wigner-Int., Korr.-Matrix) in Abbildung 8.8 gezeigt.

Je nach Auswertemethode fielen die Ergebnisse unterschiedlich aus. Um einen Wertebereich zu bestimmen, dessen Werte als Schätzwerte für die Polarisierbarkeit vernünftigerweise zugeordnet werden konnten [DIN3], wurden die beiden Ergebnisse  $\alpha_D = (1,29 \pm 0,10) \text{ fm}^3$  und  $\alpha_D = (1,43 \pm 0,09) \text{ fm}^3$  ausgewählt, um mit Hilfe ihrer Unsicherheiten eine Trapez-Verteilung als Näherung für die Wahrscheinlichkeitsdichte  $f(\alpha_D)$  aufzuspannen, siehe Abbildung 8.9. Aus Gründen der Einfachheit wurde für beide Werte eine Unsicherheit von  $u(\alpha_D) = 0,09 \text{ fm}^3$  angesetzt und mit dem Faktor  $c = 3,0$  erweitert. Aus der Trapez-Verteilung ergab sich ein bester Schätzwert für die Polarisierbarkeit von  $\alpha_D = (1,36 \pm 0,06) \text{ fm}^3$ . Mit diesem Vorgehen wurden nicht nur die experimentellen Unsicherheiten im Wesentlichen berücksichtigt, sondern auch die Unsicherheit aufgrund der Auswertemethode und der Variation der Ergebnisse infolge der verschiedenen maximalen Streuwinkel. Dabei wurden nur die ersten 4 maximalen Streuwinkel berücksichtigt.

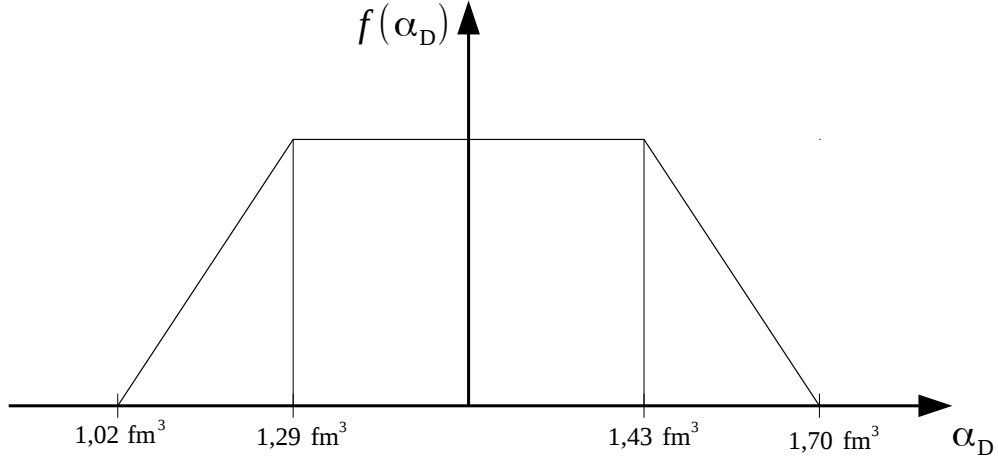


Abbildung 8.9: Angenommene Trapez-Verteilung der Schätzwerte für die Polarisierbarkeit. Die Flanken wurden aus den um den Faktor  $c = 3,0$  erweiterten Unsicherheiten bestimmt. Die Skizze ist nicht maßstabsgerecht!

## 8.4 Das Ergebnis im physikalischen Kontext

Die Resultate des vergangenen Abschnitts sollen mit älteren Daten in Verbindung gebracht und vor deren Hintergrund diskutiert werden. Dafür kommen vier Datensätze in Frage. Es sind dies die Daten aus folgenden Experimenten:

1.  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$  mit  $E_x \in [10; 26]$  MeV: O'Keefe et al. [Kee87]
2.  $^{40}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$  mit  $E_x \in [10; 160]$  MeV: Ahrens et al. [Ahr72], [Ahr75]
3.  $^{48}\text{Ca}(e, e'n)$  mit  $E_x \in [11; 26]$  MeV: Strauch [Str98]
4.  $^{48}\text{Ca}(\vec{p}, \vec{p}')$  mit  $E_x \in [7; 40]$  MeV: Baker et al. [Bak91]

Dabei bedeutet  $E_x$  die Anregungsenergie. Wenn im Folgenden Daten aus diesen vier Quellen benutzt wurden, dann aus Gründen der Vergleichbarkeit zunächst nur bis maximal  $E_x = 26$  MeV. Die Daten befinden sich im Anhang A.15. Wie im weiteren Verlauf der Diskussion deutlich wird, ist der  $(e, e'n)$ -Datensatz besonders geeignet, um den Wert der Polarisierbarkeit bestmöglich zu schätzen. Die  $(\gamma, p)$ -Daten aus [Kee87] wurden in dieser Analyse benutzt, um die  $(e, e'n)$ -Spektren um die fehlenden Beiträge durch Protonenemissionen zu ergänzen.

In der Arbeit [Kee87] wurde der Photoabsorptionsquerschnitt für die Reaktion  $^{48}\text{Ca}(\gamma, n + p)$  in einem Aktivierungs-Experiment mit Bremsstrahlung bestimmt. Ein zweites Experiment lieferte den gesamten und partialen Wirkungsquerschnitt für die  $^{48}\text{Ca}(\gamma, p)^{47}\text{K}$ -Reaktion. Hierfür wurde die elektromagnetische Anregung durch Elektronen mit einer Einschussenergie von  $E_p = 300$  MeV benutzt. Die Umrechnung auf eine analoge  $(\gamma, p)$ -Reaktion geschah mit Hilfe der Methode virtueller Photonen. Aus der Kombination beider Datensätze konnte der Wirkungsquerschnitt für die  $^{48}\text{Ca}(\gamma, n)$ -Reaktion berechnet werden. Aus einem statistischen Zerfallsmodell folgte der Wirkungsquerschnitt für die  $^{48}\text{Ca}(\gamma, 2n)$ -Reaktion. Damit stehen die Wirkungsquerschnitte für folgende Reaktionen zur Verfügung:  $^{48}\text{Ca}(\gamma, n)$ ,  $^{48}\text{Ca}(\gamma, 2n)$  und  $^{48}\text{Ca}(\gamma, p)$ . Dies sind die Reaktionen mit den höchsten Emissionswahrscheinlichkeiten.



Der totale Photoabsorptionsquerschnitt ergibt sich aus den Wirkungsquerschnitten aller Photoabsorptionsreaktionen [Har01]. Dieser wurde für den Datensatz aus [Kee87] abgeschätzt mit:

$$\sigma_{\gamma} = \sigma_{\gamma}^{\text{elast.}} + \sigma_{\gamma}(\text{n}) + \sigma_{\gamma}(\text{2n}) + \sigma_{\gamma}(\text{p}) + \dots \approx \sigma_{\gamma}(\text{n}) + \sigma_{\gamma}(\text{2n}) + \sigma_{\gamma}(\text{p}). \quad (8.8)$$

Die Methode der Auswertung bedingt verhältnismäßig große Unsicherheiten. Die Abbildung 8.10 zeigt in der oberen Graphik den auf diese Weise abgeschätzten totalen Photoabsorptionsquerschnitt einschließlich seiner einzelnen Beiträge aus den genannten Reaktionen. Wie die Graphik verdeutlicht wird der totale Photoabsorptionsquerschnitt von der  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{n})$ -Reaktion dominiert. Die  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{2n})$ -Reaktion beginnt ab einer Anregungsenergie von etwa  $E_x = 18$  MeV und trägt signifikant auf der hochenergetischen Flanke der Resonanz zum Photoabsorptionsquerschnitt bei. Die Photoprotonen tragen ebenfalls nur auf der höherenergetischen Seite der Resonanz bei, jedoch mit deutlich kleineren Wirkungsquerschnitten.

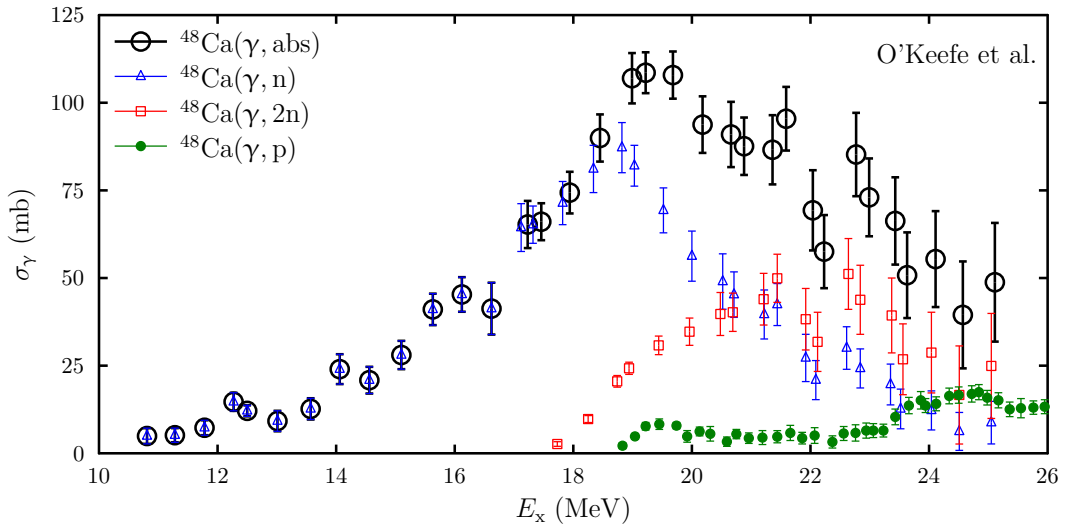


Abbildung 8.10: Photoabsorptionsquerschnitte für die Reaktionen  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$ ,  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{n})$ ,  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{2n})$  und  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{p})$  aus [Kee87].

In der Arbeit von Ahrens et al. [Ahr75] wurde der totale Photoabsorptionsquerschnitt für  $^{40}\text{Ca}$  aus einem Photoabsorptionsexperiment mit Bremsstrahlung bestimmt. Die Endpunktenergie des Bremsstrahlungsspektrums lag bei  $E_{\gamma} = 275$  MeV. Die direkte Messung des totalen Photoabsorptionsquerschnitts führte, verglichen mit der Methode in [Kee87], zu Daten mit deutlich kleineren Unsicherheiten.

Der Vergleich der totalen Photoabsorptionsquerschnitte ist in Abbildung 8.11 gezeigt. Die Photoabsorptionsquerschnitte des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  sind etwas kleiner als im Fall des Kerns  $^{48}\text{Ca}$ . Die stärkste Abweichung tritt auf der niederenergetischen Flanke der Resonanz auf. Um die Positionen der Zentroiden der Verteilungen vergleichen zu können, wurden Breit-Wigner-Funktionen an die Verteilungen angepasst. Dies ist in Abbildung 8.12 gezeigt. Wie die Graphen der angepassten Breit-Wigner-Funktionen verdeutlichen, führen die kleineren Unsicherheiten auf den linken Flanken der Resonanzen zu einer geringfügigen Verschiebung der angepassten Zentroiden zu höheren Energien hin. Die Parameter der Anpassungen sind in der Tabelle 8.4 zusammengefasst. Außerdem sind dort auch die Soll-Positionen auf der Basis von Gleichung 3.6 aufgeführt.

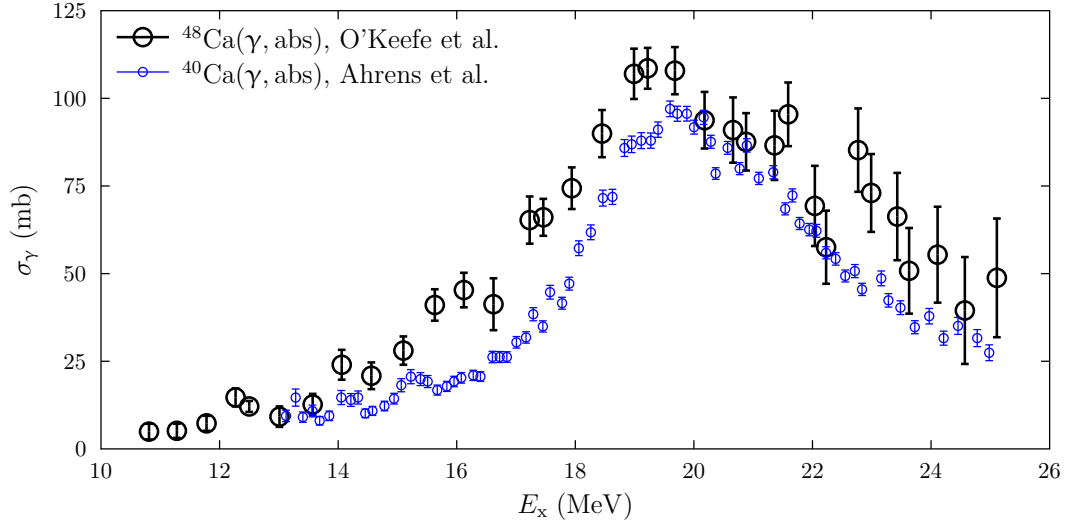


Abbildung 8.11: Vergleich der absoluten Photoabsorptionsquerschnitte von  $^{40}\text{Ca}$  und  $^{48}\text{Ca}$  aus [Ahr75] und [Kee87].

Tabelle 8.4: Parameter der angepassten Breit-Wigner-Funktionen an die  $(\gamma, \text{abs})$ -Daten von [Kee87] und [Ahr75]. Werte gerundet auf eine Nachkommastelle.

Datenquelle	Nuklid	$\sigma_{\text{res}}$ (mb)	$\Gamma$ (MeV)	$E_{\text{res}}$ (MeV)	$E_{\text{res,Soll}}$ (MeV)	rel. Abw. (%)
RCNP ( $\theta_{\text{CM,max}} = 0,85^\circ$ )	$^{48}\text{Ca}$	89,5(81)	3,79(34)	18,62(14)	19,39	4,0
O'Keefe et al.	$^{48}\text{Ca}$	105,1(30)	6,47(26)	19,55(10)	19,39	-1,0
Ahrens et al.	$^{40}\text{Ca}$	92,5(6)	5,06(5)	19,93(2)	20,26	2,0

Der Vergleich der Daten macht deutlich, dass hier große Diskrepanzen hinsichtlich der Zentroidenpositionen und der Breiten der Verteilungen vorliegen. Die Zentroiden für den Kern  $^{40}\text{Ca}$  [Ahr75] und den Kern  $^{48}\text{Ca}$  [Kee87] liegen mit einer Energiedifferenz von  $\Delta E_x = (0,38 \pm 0,10)$  MeV deutlich dichter zusammen, als es anhand der Abschätzung nach Gleichung 3.6 zu erwarten ist. Die Energiedifferenz der Zentroiden sollte  $\Delta E_x = 0,87$  MeV betragen. Dem steht ein Energieunterschied der Zentroiden für die Kerne  $^{40}\text{Ca}$  [Ahr75] und  $^{48}\text{Ca}$  [RCNP12] von  $\Delta E_x = (1,31 \pm 0,14)$  MeV gegenüber. Beide Abweichungen vom Sollwert sind signifikant. Dies kann zum einen als Indiz dafür gesehen werden, dass die höherenergetische Flanke der Verteilung aus [Kee87] überhöht ist, wodurch der Zentroid zu höheren Energien wandert, und zum anderen, dass ebenfalls die höherenergetische Flanke der Verteilung aus den Protonenstreudaten unterdrückt ist. Hierzu werden weiter unten Argumente diskutiert. Diese grundsätzlich mögliche Unterdrückung der höherenergetischen Flanke korreliert mit der signifikant kleineren Breite der  $^{48}\text{Ca}(\text{p,p}')$ -Verteilung gegenüber der Verteilung aus den  $^{40}\text{Ca}$ -Daten, siehe Tabelle 8.4.

Im Fall der  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$ -Daten aus [Kee87] könnte sich die festgestellte Überhöhung der höherenergetischen Flanke der Resonanz darauf zurückführen lassen, dass die  $(\gamma, 2n)$ -Wirkungsquerschnitte in dieser Messung überschätzt wurden. Die  $(\gamma, 2n)$ -Wirkungsquerschnitte wurden aus dem statistischen Zerfall modelliert. Problematisch ist hierbei in der Regel die Parametrisierung der Niveaudichten, sodass sich die Ergebnisse je nach Parametrisierung unterschei-

den können. Da die  $(\gamma, p)$ -Messung in [Kee87] direkt erfolgte und deutlich kleinere Unsicherheiten aufweist, wird sie hier nicht in Frage gestellt, siehe Abbildung 8.10. Die beiden Verteilungen der  $^{48}\text{Ca}(\gamma, n)$ -Reaktion aus [Kee87] und der  $^{48}\text{Ca}(p, p')$ -Reaktion [RCNP12] sind im Rahmen ihrer Unsicherheiten an den meisten miteinander vergleichbaren Messpunkten  $E_x > 14$  MeV verträglich, siehe Abbildung 8.13.

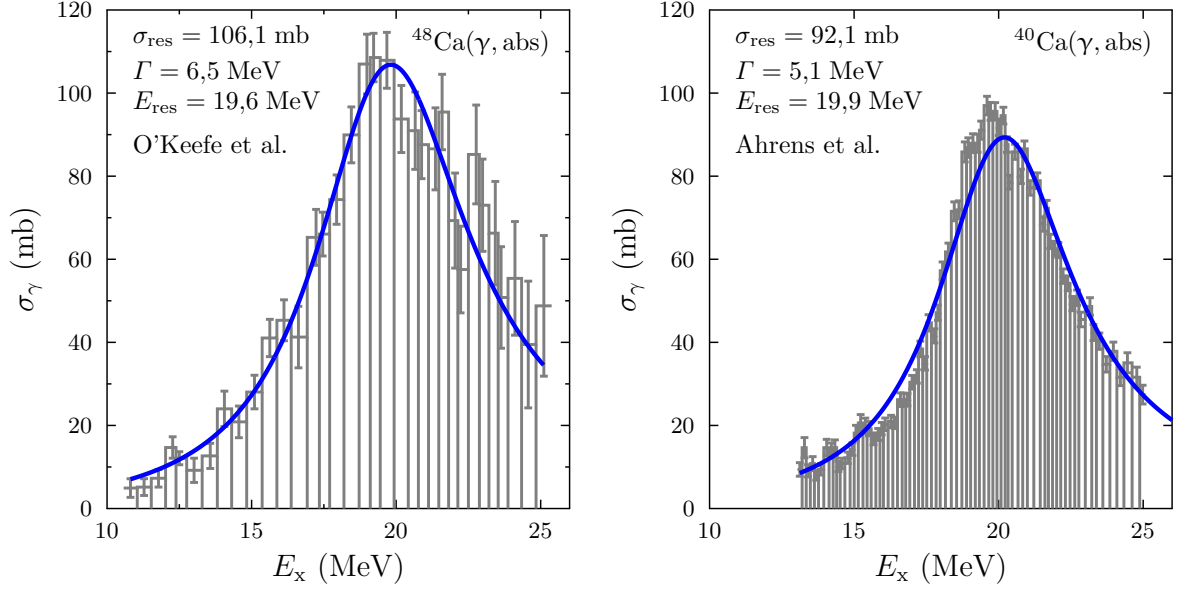


Abbildung 8.12: Anpassungen von Breit-Wigner-Funktionen an die Verteilungen der Photoabsorptionsquerschnitte aus [Kee87] und [Ahr75].

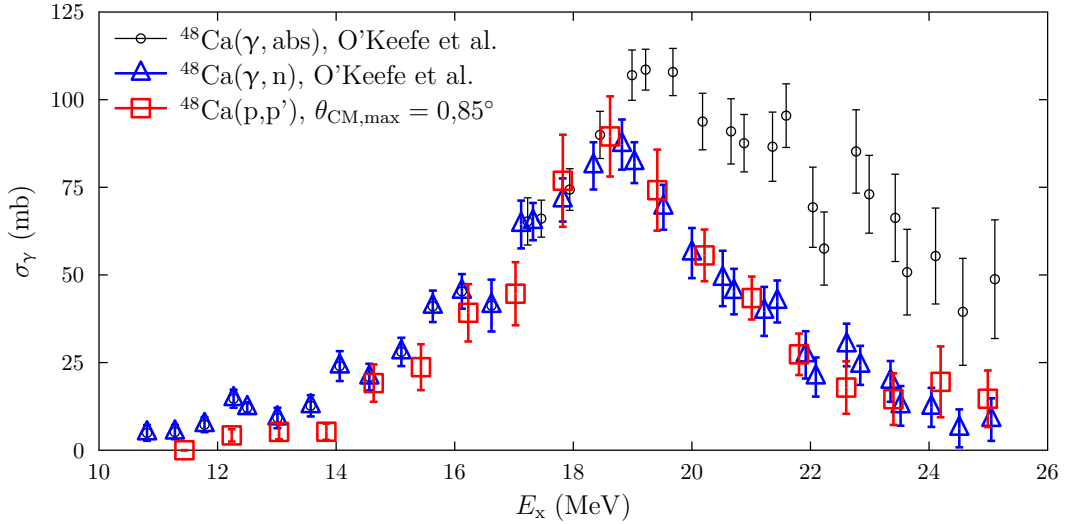


Abbildung 8.13: Absoluter Photoabsorptionsquerschnitt und Photoneutronquerschnitt aus [Kee87] verglichen mit dem Photoabsorptionsquerschnitt aus der  $(p, p')$ -Streuung für  $\theta_{\text{CM}, \text{max}} = 0,85^\circ$ .

Da in der Protonenstreuung unter  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  alle Protonen gemessen werden sollten, die diese drei Reaktionskanäle über virtuelle Photonen öffnen, erhärtet dies den Verdacht, dass die Neutronspektren aus [Kee87] auf der höherenergetischen Seite der Resonanz systematisch überhöht sind. Allerdings ist nicht ausgeschlossen, dass die Photoabsorptionsquerschnitte aus der (p,p')-Messung im gleichen Bereich unterschätzt werden, wie im Folgenden näher diskutiert wird.

Eine weitere Vergleichsmöglichkeit bieten die differentiellen E1-Stärkeverteilungen, die aus den Datensätzen von [Kee87] und [Ahr75] berechnet werden konnten, sowie die bereits in [Str98] bestimmte Verteilung. Der Vergleich der Verteilungen ist in der oberen Graphik von Abbildung 8.14 zu sehen.

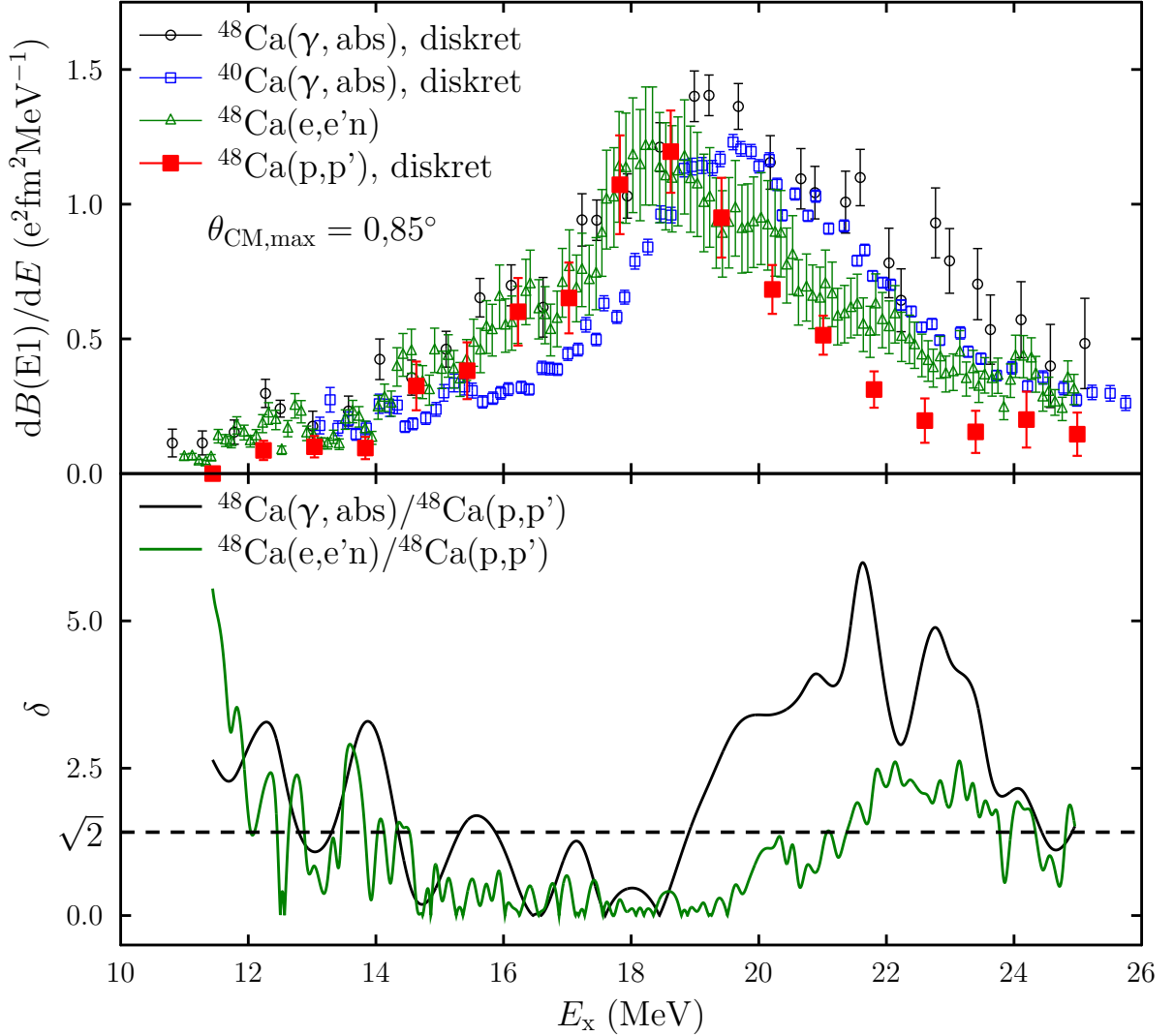


Abbildung 8.14: **Oben:** Vergleich der differentiellen E1-Übergangsstärken für die Messungen aus [RCNP12], [Kee87], [Ahr75] und [Str98]. Die Stärken wurden für jede Energieklasse diskret berechnet. Die Daten aus [Str98] enthalten nicht die Beiträge aus Protonenemissionen. **Unten:** Verträglichkeitsprüfung der Datensätze aus [Kee87] und [Str98] mit den  $^{48}\text{Ca}(p, p')$ -Daten dieser Arbeit [RCNP12] nach Gleichung 6.4. Der Empfindlichkeitsparameter  $\beta = \sqrt{2}$  ist gestrichelt eingezeichnet.

Die Stärkeverteilung aus dem (e,e'n)-Experiment beinhaltet auch die Beiträge aus der (e,e'2n)-Reaktion. Diese Beiträge wurden aus dem statistischen Zerfall abgeleitet [Str98]. Die Verteilung enthält jedoch nicht die Beiträge aus der (e,e'p)-Reaktion, deren Analogon aber in den (p,p')-Daten auftritt. Die untere Graphik in Abbildung 8.14 zeigt die Ergebnisse der Verträglichkeitsprüfungen der beiden differentiellen Stärkeverteilungen aus [Kee87] und [Str98] mit der entsprechenden Verteilung aus dem  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiment der vorliegenden Arbeit. Die Verträglichkeitsprüfung wurde nach Gleichung 6.4 durchgeführt. Die normierten Abweichungen  $\delta$  sollten kleiner als der vorgewählte Empfindlichkeitsparameter  $\beta = \sqrt{2}$  sein, damit von Verträglichkeit der verglichenen differentiellen Stärken ausgegangen werden kann. Die dargestellten Graphen entstanden aus Anpassungen von kubischen Splines an die diskreten Datensätze. Dadurch war es möglich,  $\delta$  an beliebigen Stellen auszuwerten.

Zunächst fällt auf, dass sich die Datensätze in den Anregungsenergiebereichen  $E_x = (10 - 14)$  MeV und  $E_x = (18 - 25)$  MeV signifikant unterscheiden. Der  $^{40}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$ -Datensatz sei hier ausgenommen. Die differentiellen Stärken aus der  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$ -Reaktion fallen tendenziell größer aus als die Werte der anderen Datensätze. Auf der höherenergetischen Flanke tritt für den  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$ -Datensatz das bereits bei den Photoabsorptionsquerschnitten diskutierte Problem von überhöhten Werten relativ zu den anderen Datensätzen erneut zutage. Ab etwa  $E_x = 20$  MeV weichen die differentiellen Stärken aus dem  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiment signifikant von den Werten aus dem  $^{48}\text{Ca}(e,e'n)$ -Experiment ab. Beiden Experimenten liegt aber der gleiche Anregungsmechanismus zugrunde, weshalb ihre Verteilungen bis auf den (e,e'p)-Anteil verträglich sein sollten. Eine mögliche Erklärung für diese Abweichung liegt in der Art, wie der physikalische Untergrund in der Multipolentfaltung der  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Wirkungsquerschnitte modelliert wurde. Der Vergleich der Abbildungen 8.2 und 8.3 mit der Abbildung 8.14 unterstützt diese Erklärung. Ab einer Anregungsenergie von etwa  $E_x = 20$  MeV steigt der Untergrund an und erreicht ein Plateau. Dadurch verringert sich der verbleibende E1-Wirkungsquerschnitt. Daher scheint es sich zumindest für das  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiment so zu verhalten, dass die Verteilung des quasi-freien Untergrunds aus [Jän93] wesentlich weniger stark zu höheren Energien hin ansteigt. Ein alternative Erklärung bestünde darin, dass es E3-Beiträge zu den experimentellen Wirkungsquerschnitten gibt. Deshalb wurde eine weitere Entfaltung durchgeführt, die ab einer Anregungsenergie von  $E_x = 20$  MeV zusätzlich die beiden E3-Modellwinkelverteilungen berücksichtigte. Das Ergebnis ist in der oberen Graphik von Abbildung 8.15 dargestellt. Dort wird deutlich, dass die höherenergetische Flanke der Resonanz nun größere Werte aufweist, die im Wesentlichen mit den Daten aus dem (e,e'n)-Experiment verträglich sind. Dennoch scheinen die Datenpunkte systematisch nach oben verschoben zu sein. Damit wird klar, dass die Entfaltung der Wirkungsquerschnitte auf der höherenergetischen Flanke der Resonanz sensitiv auf das Modell des Untergrundes reagiert. Das Problem könnte durch zusätzliche Messungen bei höheren Anregungsenergien und bei größeren Streuwinkeln verringert werden. So ließe sich der Untergrund hinter der IVGDR besser beurteilen und es könnte besser zwischen den Multipolen in der Entfaltung unterschieden werden, da die Steigungen der Modellkurven bei größeren Streuwinkeln sichtlich unterschiedlich sind.

Offen bleibt die Frage nach dem Grund für die signifikant verschiedenen Werte im Anregungsenergiebereich  $E_x < 14$  MeV. Die Analyse der  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten der vorliegenden Arbeit ist in diesem Bereich insofern kritikwürdig, als in [Math14] Indizien gefunden wurden, dass hier noch M1-Stärke zu finden sein könnte. Wenn dem so wäre, was durch ein Experiment mit polarisierten Protonen leichter entschieden werden könnte, würde dies die Diskrepanz zu den anderen Datensätzen noch erhöhen.

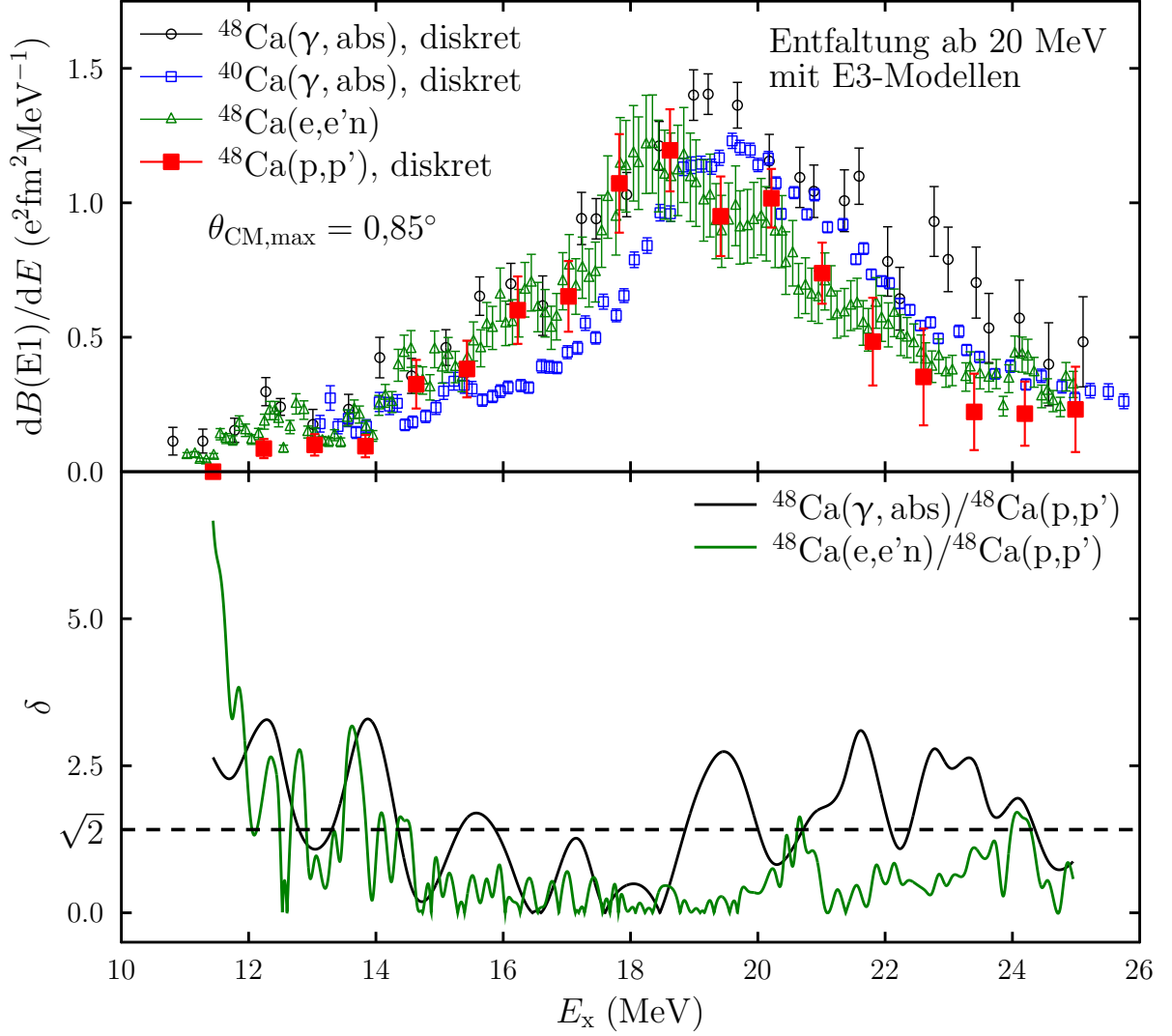


Abbildung 8.15: **Oben:** Vergleich der differentiellen E1-Übergangsstärken für die Messungen aus [RCNP12], [Kee87], [Ahr75] und [Str98]. Die Stärken wurden für jede Energieklasse diskret berechnet. Die Daten aus [Str98] enthalten nicht die Beiträge aus Protonenemissionen. **Unten:** Verträglichkeitsprüfung der Datensätze aus [Kee87] und [Str98] mit den  $^{48}\text{Ca}(p, p')$ -Daten dieser Arbeit [RCNP12] nach Gleichung 6.4. Der Empfindlichkeitsparameter  $\beta = \sqrt{2}$  ist gestrichelt eingezeichnet.

Die Unterschiede zwischen den E1-Stärkeverteilungen ließen sich quantifizieren, indem die Anteile an der Thomas-Reiche-Kuhn-Summenregel ausgewertet wurden. Dazu wurde über die Verteilung der Photoabsorptionsquerschnitte integriert und durch die zu erwartende totale Summe dividiert [Gre95]:

$$\frac{S_{\text{res}}^{\text{IV}}(E1)}{S^{\text{IV}}(E1)} = \frac{A}{6NZ} \cdot \int_{\text{res}} dE_x \cdot \sigma_{\text{abs}}(E_x) \cdot (\text{fm}^2 \text{MeV})^{-1}. \quad (8.9)$$

Die Tabelle 8.5 fasst die berechneten Werte für die Summenregel zusammen und enthält auch das entsprechende Ergebnis aus [Str98], das um den Protonenanteil aus [Kee87] erweitert wurde.

Alle Datensätze wurden dabei im Anregungsenergiebereich von  $E_x = 11$  MeV bis  $E_x = 26$  MeV ausgewertet. Der Vergleich der Daten spiegelt die Erkenntnisse aus der Diskussion der Stärkeverteilungen wider. Das Ergebnis aus dem  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$ -Experiment übertrifft die Summenregel um etwa 10 %, während das erweiterte Ergebnis aus dem  $^{48}\text{Ca}(e, e'n)$ -Experiment die Summenregel mit  $S_{\text{res}}^{\text{IV}}(E1)/S^{\text{IV}}(E1) = (92 \pm 3) \%$  fast voll ausschöpft. Dies entspricht der Feststellung, dass die differentiellen Stärken aus der  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$ -Reaktion grundsätzlich und insbesondere auf der höherenergetischen Flanke der IVGDR größer sind als die Werte aus den anderen Experimenten. Der Anteil an der Summenregel aus der  $^{48}\text{Ca}(p, p')$ -Reaktion ist um 19 % kleiner als das nicht um die Protonenbeiträge erweiterte Datum aus dem  $^{48}\text{Ca}(e, e'n)$ -Experiment. Werden E3-Beiträge zu den Winkelverteilungen bei der Auswertung der  $(p, p')$ -Daten berücksichtigt, so unterscheidet sich der Anteil an der Summenregel von dem entsprechenden Wert aus den erweiterten  $(e, e'n)$ -Daten um 17 %. Damit bleibt weiterhin unklar, ob der Unterschied zwischen dem Ergebnis aus den  $(p, p')$ -Daten und dem aus den erweiterten  $(e, e'n)$ -Daten allein auf die Modellabhängigkeit der Multipolentfaltung zurückgeht oder ob zu wenig E1-Stärke im  $(p, p')$ -Experiment gemessen wurde. Eine systematische Unterschätzung der Unsicherheiten in ([Str98], [Kee87]) ist ebenfalls denkbar.

Tabelle 8.5: Auswertung der energiegewichteten IV-E1-Summenregel für die Daten aus [RCNP12], [Str98] und [Kee87]. Die Integrationen wurden über die Energiebereiche der zuvor gezeigten Verteilungen der Photoabsorptionsquerschnitte bis etwa 26 MeV durchgeführt.

Datenquelle	Reaktion	Auswertemethode	$S_{\text{res}}^{\text{IV}}/S^{\text{IV}}$ (%)	
RCNP ( $\theta_{\text{CM}, \text{max}} = 0,85^\circ$ )	$^{48}\text{Ca}(p, p')$	diskret	66(4)	76(5) <sup>(1)</sup>
Strauch	$^{48}\text{Ca}(e, e'n)$	diskret	81(2)	81(12) <sup>(2)</sup>
Strauch	$^{48}\text{Ca}(e, e'n)$	diskret	92(3)	<sup>(3)</sup>
O'Keefe et al.	$^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$	diskret	110(3)	

<sup>(1)</sup>mit E3-Modellen in der Entfaltung

<sup>(2)</sup>aus [Str98] mit Korrektur auf die  $(e, e'2n)$ -Reaktion aus dem statistischen Zerfall.

<sup>(3)</sup>aus [Str98] mit Erweiterung um die Protonenemissionen aus [Kee87]

Dass die Unsicherheit des zitierten Werts für die  $(e, e'n)$ -Messung deutlich größer ist als die Unsicherheit, die in der Analyse der vorliegenden Arbeit berechnet wurde, liegt darin begründet, dass in [Str98] eine modellabhängige Streuung der Ergebnisse als systematische Abweichung zu den primären Unsicherheiten addiert wurde.

Eine weitere Vergleichsmöglichkeit bietet die Verteilung der relativen Anteile an der totalen EWSR aus [Bak91]. In der Arbeit [Bak91] wurde über ein  $^{48}\text{Ca}(\vec{p}, \vec{p}')$ -Experiment berichtet, das bei einer Einschussenergie von  $E_p = 318$  MeV durchgeführt worden war. Die maximale Anregungsenergie betrug  $E_{x, \text{max}} = 40$  MeV, wobei der doppelt differentielle Wirkungsquerschnitt bei vier Streuwinkeln zwischen  $\theta_{\text{lab}} = 3^\circ$  und  $\theta_{\text{lab}} = 9^\circ$  gemessen wurde. Die Wirkungsquerschnitte wurden nach Multipolen entfaltet, indem Modellwinkelverteilungen für die möglichen Übergänge benutzt wurden. Daraus ergab sich eine Verteilung der relativen Anteile an der totalen EWSR für die IVGDR. Diese ist in Abbildung 8.16 in Rot zu sehen. Auffällig sind die teils sehr großen Unsicherheiten, die vermutlich auf die Entfaltung mit nur wenigen Datenpunkten bei Streuwinkeln  $\theta_{\text{CM}} > 3^\circ$  zurückgeht. Der Vergleich mit den entsprechenden Ergebnissen aus den  $^{48}\text{Ca}$ -Protonenstreudaten des RCNP [RCNP12] macht deutlich, dass die Ergebnisse aus [Bak91]

im Mittel um einen Faktor 2,5 größer ausfallen. In der Arbeit von [Bak91] wurde festgestellt, dass die IVGDR  $S_{\text{res}}^{\text{IV}}(E1)/S^{\text{IV}}(E1) = (157 \pm 14) \%$  der totalen EWSR ausmacht. Dies ist auffällig vor dem Hintergrund, dass im  $^{44}\text{Ca}$  nur  $S_{\text{res}}^{\text{IV}}(E1)/S^{\text{IV}}(E1) = (96 \pm 12) \%$  der Summenregel gemessen wurden. Eine mögliche Ursache könnten höhere Multipolordnungen sein, die in die differentiellen Wirkungsquerschnitte mischen und durch die Entfaltung nicht hinreichend genau getrennt werden konnten.

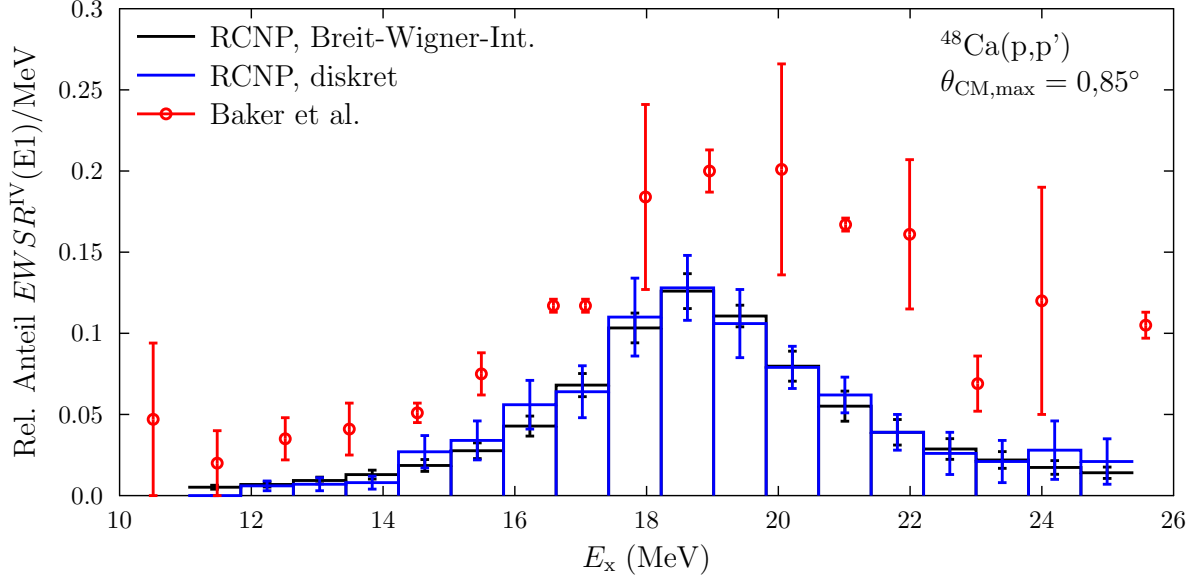


Abbildung 8.16: Vergleich der relativen Anteile an der totalen EWSR zwischen den Ergebnissen dieser Arbeit und den Daten aus [Bak91]. Schwarzes Histogramm: Streifenweise Integration über die angepasste Breit-Wigner-Funktion, siehe Abbildung 8.7. Blaues Histogramm: Direkte Verwendung der Streifenflächen aus dem ursprünglichen Histogramm.

Die Verhältnisse, wie sie für die experimentell ermittelten EWSR diskutiert worden sind, spiegeln sich auch in den Werten der Polarisierbarkeit wider. Die Polarisierbarkeit aus den  $(p,p')$ -Daten [RCNP12] wurde zu  $\alpha_D = (1,36 \pm 0,14) \text{ fm}^3$  bestimmt, während das Ergebnis der erweiterten  $(e,e'n)$ -Daten bei  $\alpha_D = (1,69 \pm 0,03) \text{ fm}^3$  liegt, siehe Tabelle 8.6. Die aus den  $(p,p')$ -Daten extrahierte Polarisierbarkeit näherte sich dem Wert aus den erweiterten  $(e,e'n)$ -Daten an, als E3-Modellverteilungen in die Entfaltung der experimentellen Wirkungsquerschnitte ab einer Anregungsenergie von  $E_x = 20 \text{ MeV}$  berücksichtigt wurden. Dadurch ergab sich eine Polarisierbarkeit von  $\alpha_D = (1,50 \pm 0,09) \text{ fm}^3$ . Dennoch blieben die Werte im Sinne der Verträglichkeitsprüfung aus Gleichung 6.4 signifikant verschieden. Dies entspricht der Situation, wie sie bereits bei den EWSR diskutiert worden ist. Aus den  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$ -Daten [Kee87] konnte eine Polarisierbarkeit extrahiert werden, die um 21 % und damit signifikant größer ist, als die erweiterte Polarisierbarkeit aus dem  $^{48}\text{Ca}(e,e'n)$ -Experiment. Dies spricht erneut dafür, dass die Photoabsorptionsquerschnitte auf der höherenergetischen Flanke der Resonanz in dem  $^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$ -Experiment gegenüber den wahren Werten überhöht sind.

Im Rahmen der Energiedichte-Funktional-Theorie mit nicht-relativistischen und relativistischen Potentialen wurde in [Pie12] für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  eine Polarisierbarkeit von  $\alpha_D = (2,31 \pm 0,09) \text{ fm}^3$  vorhergesagt. Dieser Wert stellt einen Mittelwert aus den verschiedenen Funktionalansätzen dar.



Darüber hinaus basiert er auf der Kenntnis der vollständigen Stärkeverteilung. Daher können die bisherigen Ergebnisse, die nur für den Bereich der IVGDR ermittelt wurden, nicht ohne Weiteres mit der Vorhersage verglichen werden. Das Ergebnis aus den erweiterten (e,e'n)-Daten könnte im Prinzip bedeuten, dass die Vorhersage zu groß ist. Dabei würde vorausgesetzt, dass die Polarisierbarkeit um signifikant weniger als 37 % des erweiterten (e,e'n)-Ergebnisses wächst, wenn die Summenregel um weitere 8 % ausgeschöpft wird. Allerdings ist bekannt ([Boh79], [Har01]), dass die klassische Summenregel um bis zu 20 % übertroffen werden kann.

Tabelle 8.6: Polarisierbarkeit für die Datensätze aus [RCNP12], [Kee87], [Str98], [Ahr72] und [Ahr75], sowie einer theoretischen Vorhersage aus [Pie12]. Dabei wurde das auszuwertende Integral aus der Summe der Streifenflächen im Histogramm der Verteilung gebildet (diskret).

Datenquelle	Nuklid	Auswertemethode	$\alpha_D$ (fm <sup>3</sup> )	Energie (MeV)
RCNP	<sup>48</sup> Ca(p,p')	bester Schätzwert	1,36(14) <sup>(4)</sup>	11-26
Strauch	<sup>48</sup> Ca(e,e'n)	diskret	1,55(2)	11-26
Strauch	<sup>48</sup> Ca(e,e'n)	diskret	1,69(3)	11-26
O'Keefe et al.	<sup>48</sup> Ca( $\gamma$ ,abs)	diskret	2,15(6)	11-26
Piekarewicz et al.	<sup>48</sup> Ca	Mittelwert aus Modellen	2,31(9)	0 – $\infty$
Ahrens et al.	<sup>40</sup> Ca( $\gamma$ ,abs)	diskret	1,56(2)	11-26
Ahrens et al.	<sup>40</sup> Ca( $\gamma$ ,abs)	diskret	1,98(2)	10,35-60

<sup>(1)</sup> mit E3-Modellen in der Entfaltung ab  $E_x = 20$  MeV für  $\theta_{CM,max} = 0,85^\circ$ , kein Mittelwert.

<sup>(2)</sup> Ergebnis aus dem um Protonenemissionen erweiterten (e,e'n)-Datensatz.

<sup>(3)</sup> Schätzung für den Kern <sup>48</sup>Ca aus dem Kern <sup>40</sup>Ca.

<sup>(4)</sup> Für die Unsicherheitsanalyse siehe Abschnitte A.1, 6.2, A.4, A.7 und A.10.

Sowohl bei dem <sup>48</sup>Ca( $\vec{p}, \vec{p}'$ )- als auch bei dem <sup>40</sup>Ca( $\gamma$ ,abs)-Experiment wurde weitere E1-Stärke bei höheren Energien gefunden. Hierbei tritt insbesondere die Messung am Kern <sup>40</sup>Ca hervor, in der bis zu einer Anregungsenergie von  $E_x = 160$  MeV gemessen wurde, siehe Abbildung 8.17. Da der Zentroid der IVGDR mit zunehmender Massenzahl zu kleineren Energien wandert, ist zu erwarten, dass die Polarisierbarkeit des Kerns <sup>48</sup>Ca größer ist als die des Kerns <sup>40</sup>Ca. Wenn die Breiten der Resonanzen beider Kerne verträglich wären, könnte anhand der <sup>40</sup>Ca-Daten eine obere Grenze für die Polarisierbarkeit des Kerns <sup>48</sup>Ca geschätzt werden. Deshalb wurde in der Analyse der Daten zunächst überprüft, ob die entsprechenden Verteilungen der Photoabsorptionsquerschnitte im Bereich der IVGDR des Kerns <sup>48</sup>Ca verträglich sind. Im Fall des Kerns <sup>48</sup>Ca wurde diejenige Verteilung der Photoabsorptionsquerschnitte aus dem (p,p')-Experiment verwendet, die aus der Multipolentfaltung mit E3-Modellwinkelverteilungen ab einer Anregungsenergie von  $E_x = 20$  MeV hervorgegangen war. Damit sollte eine mögliche Unterschätzung der Wirkungsquerschnitte auf der höherenergetischen Flanke der Resonanz verringert werden. An diese Verteilung wurde eine Breit-Wigner-Funktion angepasst, siehe Gleichung 8.7. Für die Parameter ergaben sich aus der Anpassung folgende Werte:  $\sigma_{res} = (9,33 \pm 0,75)$  fm<sup>2</sup>,  $\Gamma = (4,29 \pm 0,40)$  MeV,  $E_{res} = (19,08 \pm 0,16)$  MeV. Der Zentroid aus dieser Anpassung unterschied sich um  $\Delta E_x = 0,85$  MeV von dem Zentroiden für die entsprechende Anpassung an die Verteilung des Kerns <sup>40</sup>Ca, siehe Tabelle 8.4.

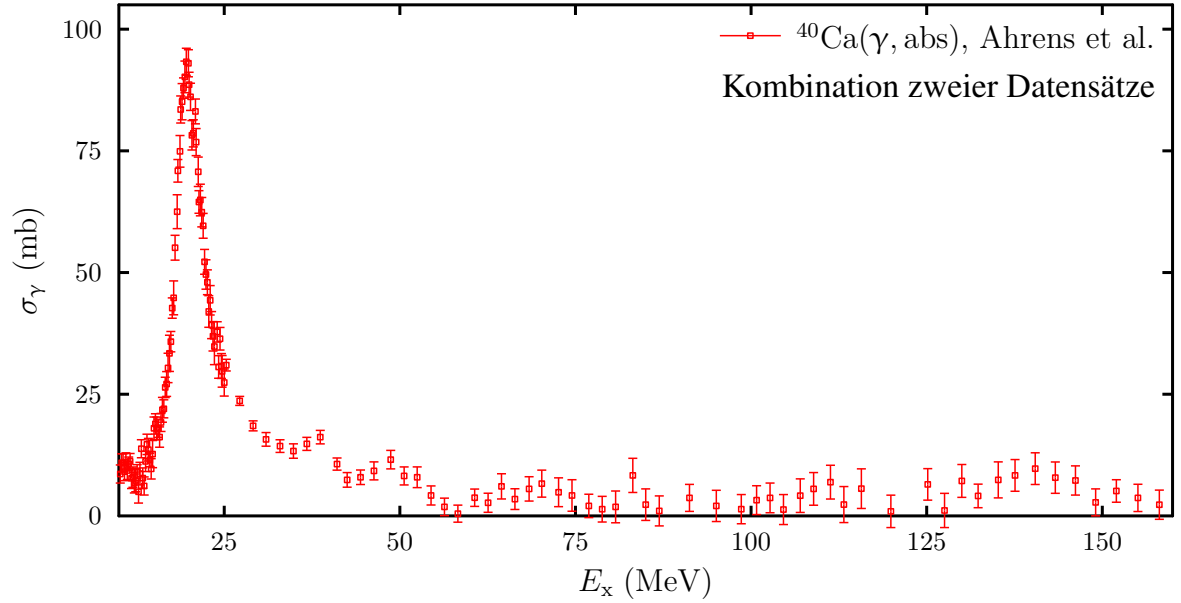


Abbildung 8.17: Photoabsorptionsquerschnitte des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  bis etwa  $E_x = 160$  MeV aus [Ahr72] (bis  $E_x = 25$  MeV) und aus [Ahr75] (ab  $E_x = 25$  MeV). Mit dem kombinierten Datensatz wurde die Polarisierbarkeit berechnet.

Um diesen Betrag wurde die Verteilung der Photoabsorptionsquerschnitte des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  zu kleineren Energien hin verschoben, siehe Abbildung 8.18. Die beiden Verteilungen sind nach der Versatzkorrektur im Rahmen der Unsicherheiten an vielen Stellen verträglich. Von einer globalen Verträglichkeit ausgehend konnte für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  im Bereich  $E_x = (11 - 26)$  MeV ein alternativer Wert der Polarisierbarkeit extrahiert werden, der um (9-20) % größer ist als die Werte aus den Protonenstreudaten, siehe Tabelle 8.6. Dies beruht zum Teil auf dem Umstand, dass die Verteilung der Photoabsorptionsquerschnitte aus den Protonenstreudaten des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  an den Rändern des Anregungsenergieintervalls geringfügig von der Verteilung für den Kern  $^{40}\text{Ca}$  zu kleineren Werten hin abweicht. Dass die Polarisierbarkeiten der Kerne  $^{40}\text{Ca}$  und  $^{48}\text{Ca}$  im Anregungsenergiebereich  $E_x = (11 - 26)$  MeV fast gleich sind, weist auf fehlende E1-Stärke im Fall des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  hin.

Dies kann als Zeichen dafür gedeutet werden, dass auf der höherenergetischen Flanke der IVGDR des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  noch zu viel Wirkungsquerschnitt dem Untergrund zugeordnet wurde. Diese Schlussfolgerung korreliert mit dem entsprechenden Ergebnis aus dem Vergleich der (p,p')- und der erweiterten (e,e'n)-Daten. Darüber hinaus wäre es grundsätzlich möglich, dass zu wenig E1-Stärke im (p,p')-Experiment gemessen wurde. Aufgrund des Umstands, dass auf das Ergebnis aus dem (e,e'n)-Experiment eine zusätzliche Unsicherheit von 10 % wegen einer Mittelung über verschiedene Zerfallsmodelle aufgeschlagen werden muss [Str98] und dass sich die Schätzung für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  aus den Daten des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  nur unwesentlich von den Resultaten aus den Protonenstreudaten unterscheidet, ist es nicht möglich, zweifelsfrei zu entscheiden, ob E1-Stärke fehlt. Die starke Abhängigkeit der Ergebnisse von der Wahl des Untergrundes verhindert eine Aussage darüber, ob das mögliche Fehlen von E1-Stärke messtechnisch begründet sein könnte.

Wie die Verteilung der Photoabsorptionsquerschnitte des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  in Abbildung 8.17 deutlich macht, scheint es Beiträge zur E1-Stärke infolge von Kernanregungen mit resonanzartigem Charakter nur bis etwa  $E_x = 59$  MeV zu geben. Bei größeren Anregungsenergien tragen die Photoabsorptionsquerschnitte nicht mehr signifikant zur Polarisierbarkeit bei, wie die laufende Summe der Polarisierbarkeit im linken Diagramm von Abbildung 8.19 zeigt. Der Sprung in den y-Werten des Diagramms bei einer Anregungsenergie von  $E_x = 25$  MeV beruht auf den unterschiedlich breiten Energieklassen des Verteilungshistogramms infolge verschiedener Datensätze.

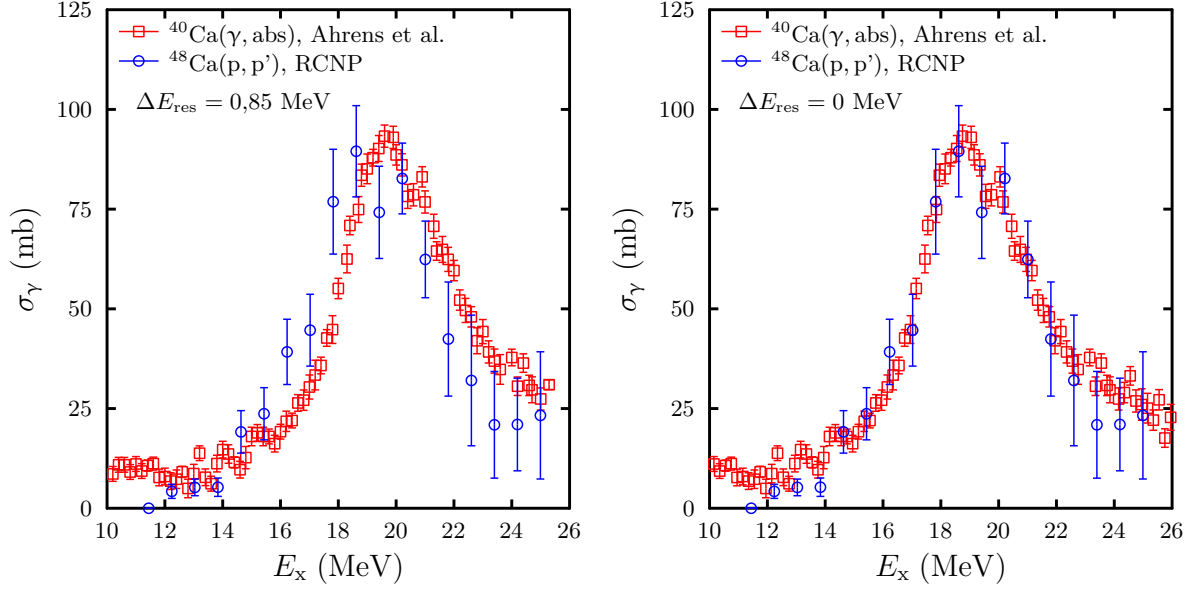


Abbildung 8.18: Links: Vergleich der Photoabsorptionsquerschnitte im Bereich der IVGDR für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  und  $^{40}\text{Ca}$  [Ahr75]. Rechts: Die Verteilung der Photoabsorptionsquerschnitte des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  wurde um  $\Delta E_{\text{res}} = 0,85$  MeV nach links verschoben.

In der Tabelle 8.6 sind auch die beiden in Abbildung 8.19 gestrichelt eingezeichneten Grenzwerte eingetragen. Demnach ist es möglich, dass die Polarisierbarkeit des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  einen Wert von  $\alpha_D = (2,09 \pm 0,02) \text{ fm}^3$  annimmt, wenn bis zu einer Anregungsenergie von  $E_x = 60$  MeV gemessen würde. Negative Werte der Photoabsorptionsquerschnitte aus ([Ahr72], [Ahr75]) wurden in der Auswertung samt ihren Unsicherheiten auf den Wert 0 gesetzt.

Das rechte Diagramm in Abbildung 8.19 zeigt neben der laufenden Summe der für das  $^{48}\text{Ca}$  geschätzten Polarisierbarkeit auch die laufenden Summen, die sich aus den  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten der vorliegenden Arbeit ergaben. In Grün sind die Werte aus den Multipolentfaltungen ohne E3-Beiträge zu sehen, in Blau mit E3-Beiträgen. Der Vergleich der Graphen macht auch hier deutlich, dass es signifikante Abweichungen am Anfang und am Ende des in der vorliegenden Arbeit analysierten Energiebereichs von  $E_x = (11 - 26)$  MeV gibt. Die Abweichungen am Anfang werden bis etwa  $E_x = 20$  MeV von den  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten im Rahmen der Unsicherheiten kompensiert. Nur die Abweichungen am oberen Ende des betrachteten Energiebereichs weisen relativ zu den verschobenen  $^{40}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$ -Daten auf eine zu klein bestimmte Polarisierbarkeit beim  $^{48}\text{Ca}$  hin.

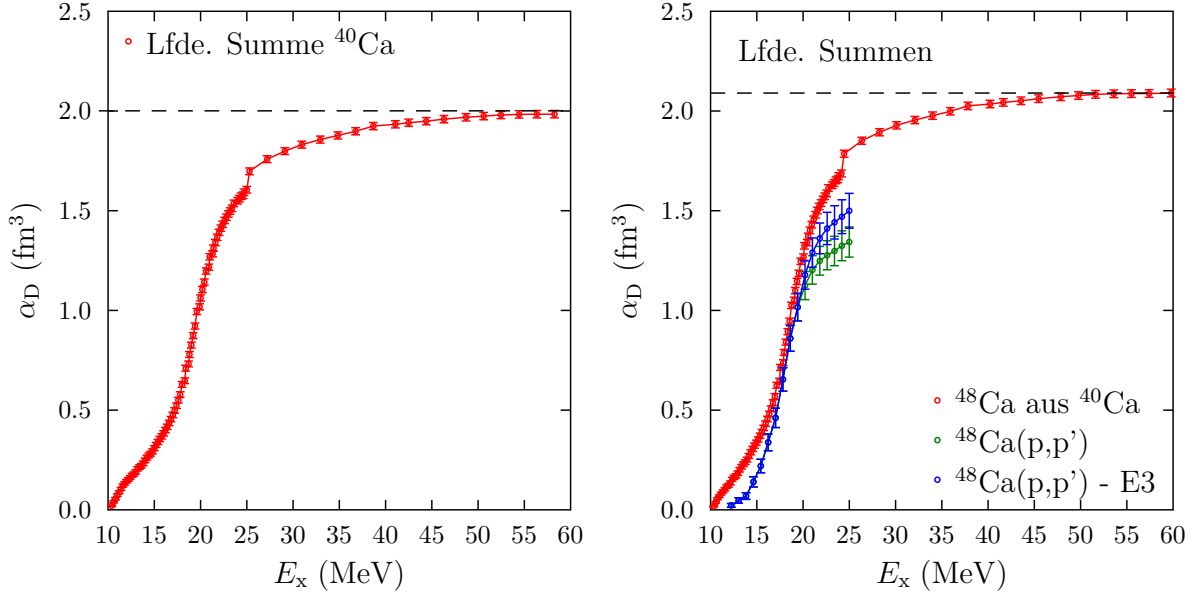


Abbildung 8.19: Laufende Summen für die Polarisierbarkeiten des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  als Schätzung für den Kern  $^{48}\text{Ca}$ . Links: Laufende Summe der Polarisierbarkeit des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  auf der Basis der unverschobenen Verteilung. Rechts: Laufende Summe der Polarisierbarkeit des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  auf der Basis der verschobenen Verteilung als Schätzung für den Kern  $^{48}\text{Ca}$ .

Die Polarisierbarkeit  $\alpha_D = (1,36 \pm 0,14) \text{ fm}^3$  des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  aus Tabelle 8.6 stellt eine untere Grenze für die totale Polarisierbarkeit im Energiebereich  $E_x = (11 - 26) \text{ MeV}$  dar. Die um den Protonenanteil erweiterte Polarisierbarkeit aus dem  $^{48}\text{Ca}(e,e'n)$ -Experiment und die aus den verschobenen Daten des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  extrahierte Polarisierbarkeit sind mögliche obere Grenzen der Polarisierbarkeit des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  im gleichen Anregungsenergiebereich. Entweder muss ein neues (p,p')-Experiment durchgeführt werden, das einen wesentlich größeren Anregungsenergiebereich abdeckt, oder die theoretische Vorhersage muss an den messbaren Anregungsenergiebereich angepasst werden. Erst dann ist ein direkter Vergleich möglich. Ideal wäre eine Messung bis  $E_x = 140 \text{ MeV}$ . Hierbei könnte sowohl das Untergrundverhalten studiert als auch die E1-Stärke praktisch vollständig bestimmt werden.

Anhand der Verteilung der Photoabsorptionsquerschnitte des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  aus [Ahr75] kann in der Zukunft getestet werden, ob die Methode der virtuellen Photonen konsistente Ergebnisse liefert, wenn die gleiche Analyse wie in der vorliegenden Arbeit an Protonenstreudaten des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  durchgeführt wird, die bereits verfügbar sind. Sie wurden in der gleichen Messkampagne wie die Daten des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  gemessen.

Ein Kritikpunkt an der Vorgehensweise in der vorliegenden Arbeit ist die Behandlung möglicher fragmentierter M1-Stärke am Anfang der niederenergetischen Flanke der IVGDR. Zwar konzentriert sich im Kern  $^{48}\text{Ca}$  nahezu die gesamte M1-Stärke in dem Übergang zum  $1^+$ -Zustand bei  $E_x = 10,22 \text{ MeV}$ , aber in [Ste84], [Neum97] und [Math14] wurde M1-Stärke im Anfangsbereich der IVGDR gefunden. Allerdings stellt die Entfaltung solcher M1-Beiträge zum differentiellen Wirkungsquerschnitt ein Problem dar, weil die E1- und M1-Modellwinkelverteilungen bei kleinen Winkeln sehr ähnlich verlaufen. Entfaltungen der IVGDR, die zusätzlich mit M1-Modellkurven durchgeführt wurden, lieferten oft fragwürdige Ergebnisse, weshalb sie letztlich von der Multipol-

entfaltung ausgeschlossen wurden. Hier würden weitere Datenpunkte bei Winkeln bis  $\theta_{\text{lab}} = 12^\circ$  helfen, weil sich die E1- und M1-Modellwinkelverteilungen dort klarer unterscheiden. Eine Alternative stellen Streuexperimente mit polarisierten Protonen dar ([Ohl02], [Wol56]). Sie erlauben eine Trennung von E1- und Spin-M1-Stärke, ohne auf eine modellabhängige Multipolentfaltung zurückgreifen zu müssen. Die größere Anzahl an Datenpunkten würde auch helfen, den Untergrund genauer zu charakterisieren.



## Kapitel 9

# Spin-M1-Stärke des Übergangs $\nu 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$ im Kern $^{48}\text{Ca}$

In dieser Arbeit wurde der etablierte Formalismus zur Extraktion der Übergangsstärke von Gamow-Teller-Anregungen benutzt ([YFuj11], [Har01]), um die Spin-M1-Stärke für den Übergang  $\nu 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$  im Kern  $^{48}\text{Ca}$  zu bestimmen. Die Methode beruht auf der Proportionalität zwischen der Übergangsstärke  $B$  und dem gemessenen Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega$  bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ , der isovektoriellen Charakter hat und die Folge der NNW ist. Der Proportionalitätsfaktor ist der sogenannte Einheitsquerschnitt  $\hat{\sigma}$ . Der allgemeine Zusammenhang lautet:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \hat{\sigma} \cdot F \cdot B, \quad (9.1)$$

mit einem Formfaktor  $F$ , der vom Impulsübertrag und der Anregungsenergie abhängt und den Verlauf des Wirkungsquerschnitts wiedergibt. Eine analoge Gleichung kann für den isovektoriellen Anteil an einem Spin-M1-Übergang im Rahmen einer (p,p')-Reaktion aufgestellt werden. Unter der Annahme von Isospinsymmetrie der Kernzustände in der (p,p')- und der (p,n)-Reaktion können die Einheitsquerschnitte dann einen Zusammenhang gebracht werden. Isospinsymmetrie bedeutet hierbei, dass analoge Zustände in isobaren Nachbarkernen gleich große Matrixelemente haben. Dabei werden diese Zustände aus dem Grundzustand des Ausgangskerns durch die (p,p')- und (p,n)-Reaktion angeregt. Im Grundzustand hat ein  $^{48}\text{Ca}$ -Kern den Isospin  $T_i = T_0 = 4$ . Dies entspricht gleichzeitig der  $z$ -Komponente  $T_z$  des Isospins. Der Kern kann durch eine (p,p')-Reaktion in den  $1^+$ -Zustand mit dem Endisospin  $T_f = T_0$  angeregt werden. Dies ist in Abbildung 9.1 durch den roten Pfeil angedeutet. Durch eine (p,n)-Reaktion lassen sich zwei analoge  $1^+$ -Zustände im Kern  $^{48}\text{Sc}$  mit den Endisospins  $T_f = T_0$  und  $T_f = T_0 - 1$  anregen, siehe der grüne und blaue Pfeil in der gleichen Abbildung. Die Matrixelemente  $M_{\text{pp}'}(\vec{\sigma}\vec{\tau})$  und  $M_{\text{pn}}(\vec{\sigma}\vec{\tau})$  dieser Übergänge sind gleich, insofern als die  $z$ -Komponenten der Isospinoperatoren in den Definitionen der M1-Übergangsstärken aus den Gleichungen 4.3 und 4.5 herausfallen, nachdem das Wigner-Eckhart-Theorem angewendet worden ist. Dadurch reduziert sich die Abhängigkeit des Matrixelementes von der  $z$ -Komponente des Isospins auf einen Clebsch-Gordan-Koeffizienten. Das Matrixelement selbst hängt dann nur noch vom Gesamtdrehimpuls des angeregten Kerns ab [Boh79]. Da der Gesamtdrehimpuls für alle drei betrachteten Zustände gleich ist, sind es auch die Matrixelemente im Falle einer idealen Isospinsymmetrie. Allerdings ist bekannt, dass dies insbesondere in leichten Kernen nicht der Fall ist [YFuj11].

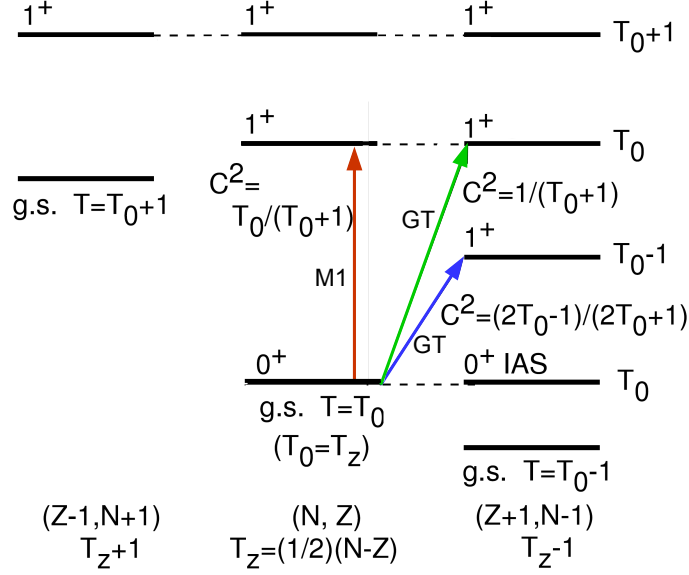


Abbildung 9.1: Isospin-Schema für einen Kern mit  $T = T_i = T_z$  und  $T_z = (N - Z)/2$  ( $N > Z$ ). Gestrichelte Linien verbinden Analogzustände, nach [YFuj11]. In der  $(p, p')$ -Reaktion wird der Grundzustand mit  $T_i = T_0$  in den  $1^+$ -Zustand mit  $T_f = T_0$  gekoppelt (roter Pfeil). Die Anregung des Analogzustands mit gleichem Endisospin im Nachbarkern ist mit einem grünen Pfeil gekennzeichnet.

Der Grund für den Unterschied in leichten Kernen liegt darin, dass sich der vektorielle Mesonen-Austauschstrom der  $(p, p')$ -Reaktion von dem axial-vektoriellen Mesonen-Austauschstrom der  $(p, n)$ -Reaktion unterscheiden [Tow87]. Ein mittlerer Wert für das Verhältnis  $R_{\text{MAS}}$  dieser Mesonenaustauschströme in der sd-Schale ist [YFuj11]:

$$R_{\text{MAS}} = \frac{|M_{\text{pp}}(\vec{\sigma}\vec{\tau})|^2}{|M_{\text{pn}}(\vec{\sigma}\vec{\tau})|^2} \approx 1,25. \quad (9.2)$$

Für die fp-Schale wurde in [Neu98] und [MaPi96] gezeigt, dass es keinen signifikanten Unterschied in den Matrixelementen gibt. Daher wurde in dieser Arbeit  $R_{\text{MAS}} = 1$  gesetzt. Damit war es möglich, die Einheitsquerschnitte zu Endzuständen mit verschiedenem Isospin zu korrelieren und die Stärke eines Spin-M1-Übergangs aus der Übergangsstärke eines seiner Analogzustände zu bestimmen.

Das Argument der Isospinsymmetrie wurde im Weiteren benutzt, um den Einheitsquerschnitt für die Bestimmung der hadronischen Spin-M1-Stärke im Rahmen einer  $(p, p')$ -Reaktion festzulegen. Allgemein ist der Einheitsquerschnitt proportional zu dem Quadrat des Volumenintegrals über die Transfer-Komponente  $t_{\sigma\tau}$  der NNW bei verschwindendem Impulsübertrag. Die Transfer-Komponente ist dabei im Rahmen der Impuls-Approximation für die  $(p, p')$ - und  $(p, n)$ -Reaktion gleich [LoFr81]. Deshalb wurde für diese Arbeit angenommen, dass auch die entsprechenden Einheitsquerschnitte gleich sind.

Diese Analogie zwischen der  $(p, p')$ - und  $(p, n)$ -Reaktion erlaubt allgemein die Extraktion der hadronischen Spin-M1-Übergangsstärke  $B^{\text{IV}}(M1_{\sigma\tau})$  aus  $(p, p')$ -Daten. Diese Übergangsstärke muss anschließend in die elektromagnetische isovektorielle M1-Stärke  $B^{\text{IV}}(M1)$  und zuletzt in die totale elektromagnetische M1-Stärke  $B(M1)$  umgerechnet werden, siehe Abschnitt 4.



Wenn der Wirkungsquerschnitt eines Spin-M1-Übergangs nicht rein isovektoriell angeregt wird, so muss die Winkelverteilung seiner Wirkungsquerschnitte in einen isoskalaren und isovektoriellen Anteil entfaltet werden, weil nur der isovektorielle Anteil des Wirkungsquerschnitts bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  für die weitere Analyse benötigt wird. Dafür wurden in der vorliegenden Arbeit im Fall des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  entsprechende Modellwinkelverteilungen an die experimentelle Winkelverteilung inkohärent angepasst. Daraus ging der Korrekturfaktor  $\tilde{\alpha}_{\text{NN}}$  hervor, der den gesamten experimentellen Spin-M1-Wirkungsquerschnitt bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  auf den isovektoriellen Anteil reduziert. Die Abbildung 9.2 fasst die Zwischenschritte der Methode zusammen.

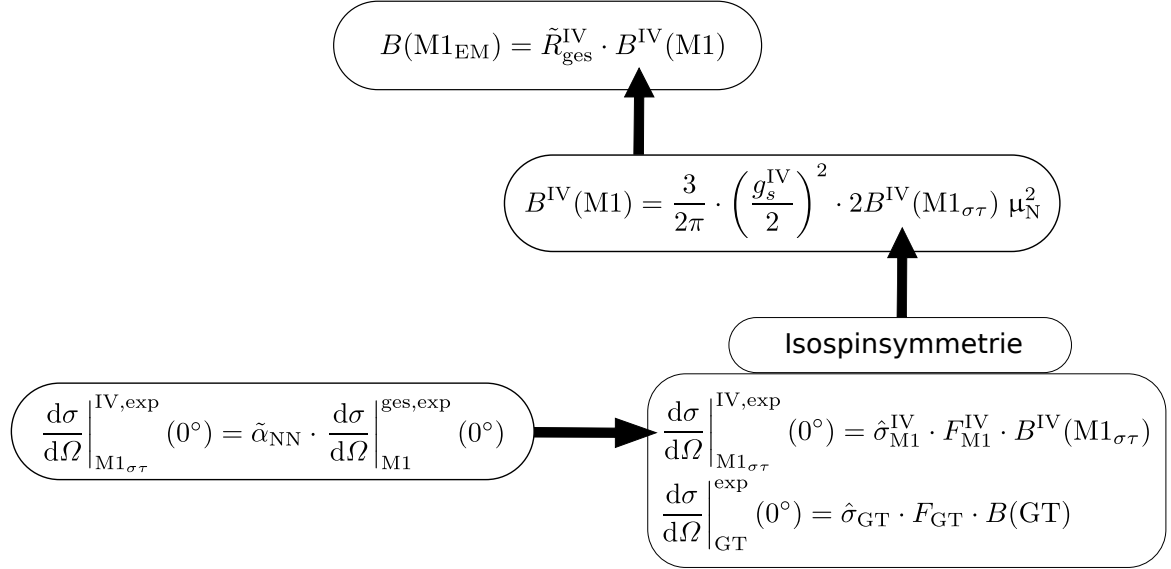


Abbildung 9.2: Methode zur Bestimmung der totalen M1-Übergangsstärke aus (p,p')-Daten. Die Methode basiert auf der Analogie zwischen der (p,p')- und (p,n)-Reaktion. Zur Notation siehe Abschnitt 4 und aktuellen Text.

Um die Methode zur Bestimmung der totalen M1-Stärke aus (p,p')-Daten einem Falsifikations-test zu unterziehen, wurde sie zuerst auf entsprechende Daten des Kerns  $^{208}\text{Pb}$  angewendet. Die isovektorielle Spin-M1-Stärke liegt in diesem Kern energetisch hinreichend weit von der isoskalaren entfernt, um die zugehörigen Wirkungsquerschnitte separat analysieren zu können [Pol11]. Gleichzeitig war die isovektorielle Stärkeverteilung bereits in [Las88] und [Koe87] untersucht worden. Dadurch konnte ein direkter Vergleich mit dem Ergebnis aus der Analyse der  $^{208}\text{Pb}(p,p')$ -Daten mit der hier vorgestellten Methode erfolgen. Darüber hinaus wurden in der vorliegenden Arbeit  $^{48}\text{Ca}(p,n)$ -Spektren aus [Yak09] sowie die Winkelverteilung des  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiments aus [Craw83] verwendet, um Vergleichswerte für das Ergebnis der Analyse der primären  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten zu bestimmen. In einer weiteren Arbeit [And80] wurde eine Winkelverteilung für den (p,n)-Übergang im Kern  $^{48}\text{Ca}$  zum analogen  $1^+$ - Zustand im Kern  $^{48}\text{Sc}$  veröffentlicht. Diese Daten wurden nicht in der Analyse berücksichtigt, da nicht geklärt werden konnte, inwieweit die *knock-on*-Reaktion [Har01] bei dem Gamow-Teller-Übergang berücksichtigt wurde. Obwohl die Wirkungsquerschnitte der *knock-on*-Reaktion zwar Teil des physikalischen Untergrundes sind, tragen sie dennoch zur Gamow-Teller-Stärke bei, weil sie ebenfalls die Analogzustände anregen.

## 9.1 Einheitsquerschnitt und Gamow-Teller-Stärke

Die Proportionalität zwischen der Übergangsstärke und dem experimentellen differentiellen Wirkungsquerschnitt ist für Gamow-Teller-Übergänge durch die Kombination von  $\beta$ -Zerfallsdaten mit den Daten aus (p,n)-Reaktionen untersucht worden [Tad87]. Die Proportionalität kann aus der allgemein gültigen Darstellung des differentiellen Wirkungsquerschnitt in nicht-relativistischer Näherung abgeleitet werden.

Für eine Streureaktion zwischen zwei Zuständen eines Kerns ist der differentielle Wirkungsquerschnitt dann gegeben durch [Har01]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_i \mu_f}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \frac{1}{(2J_p + 1)(2J_i + 1)} \sum_{M_f, m_n, M_i, m_p} |T_{if}|^2. \quad (9.3)$$

- $\mu_i, \mu_f$  = Reduzierte Massen im Eingangskanal (i) und Ausgangskanal (f)
- $k_i, k_f$  = Relativimpulse der Teilchen im Eingangskanal (i) und Ausgangskanal (f)
- $J_p, J_i$  = Drehimpulse des Protons und des gestoßenen Kerns
- $M_i, M_f$  = Drehimpulskomponenten vom gestoßenem Kern vor und nach dem Stoß
- $m_p, m_n$  = Drehimpulskomponenten von Proton und Neutron

Die Amplituden  $T_{if}$  lassen sich im Rahmen einer Impuls-Approximation mit gestörten Wellen näherungsweise berechnen. Sie hängen über eine Integralgleichung von der Fouriertransformierten der t-Matrix  $t(\vec{q})$ , der Übergangsdichte  $\rho_{if}(\vec{q})$  und einer Funktion  $D(\chi)$  ab, die direkt aus den gestörten Wellen  $\chi$  berechnet wird. Der Bezeichner  $\chi$  hat hierbei nur symbolischen Charakter:

$$T_{if}^{DW} = \int d^3D(\chi) t(\vec{q}) \rho_{if}(\vec{q}). \quad (9.4)$$

Für  $q \rightarrow 0$  lässt sich die t-Matrix in eine Reihe nach  $qr$  entwickeln:

$$t(q) = J_0 \left( 1 - \frac{1}{6} q^2 \langle r^2 \rangle_t + \dots \right) \approx J_0 \cdot e^{-(1/6)q^2 \langle r^2 \rangle_t}. \quad (9.5)$$

Dabei ist der mittlere Übergangsradius der effektiven Wechselwirkung durch  $\sqrt{\langle r^2 \rangle_t}$  gegeben, und es ist  $J_0 = J_0^D + J_0^{EX}$ . Die Bezeichner D und EX stehen für die direkte Reaktion und die Austauschreaktion. Mit der Funktion  $J$  werden allgemein die Fourierintegrale über das Wechselwirkungspotential  $V(r)$  und die Besselfunktion  $j_0$  bezeichnet. Der Term erster Ordnung,  $J_0$ , entspricht Gamow-Teller-Übergängen und der Anregung von isobaren Analogzuständen. Die Funktion  $D(\chi)$  hängt im Wesentlichen von der Massenzahl des gestoßenen Kerns ab. Dies ergibt sich im Rahmen einer Eikonal-Näherung [Tad87]:

$$D(\chi) \propto e^{(1/2)(-xA^{1/3} + p(E_x))}. \quad (9.6)$$

- $x$   $\propto$  Realteil des optischen Potentials der Eikonal-Näherung
- $p(E_x)$  = kleine Korrektur infolge des Energieverlusts durch die Anregung des Kerns

Dies spiegelt die Abnahme des Teilchenflusses im Kern durch den Imaginärteil des optischen Potentials wider. Die Abnahme des Teilchenflusses sollte proportional zur mittleren freien Weglänge

im Kern sein und daher von dessen Radius abhängen.

Die Übergangsdichte  $\rho_{if}(\vec{q})$  ist für (p,n)-Reaktionen unter  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  proportional zur reduzierten Übergangsstärke:

$$\rho_{\text{GT}}(q) \propto I_0(q) \cdot B(\text{GT}), \quad (9.7)$$

wobei  $I_0(q)$  mit  $q \rightarrow 0$  in eine Reihe nach  $qr$  entwickelt werden kann:

$$I_0(q) = (1 - \frac{1}{6}q^2\langle r^2 \rangle_\rho + \dots) \approx e^{-(1/6)q^2\langle r^2 \rangle_\rho}. \quad (9.8)$$

Dabei ist der mittlere Übergangsradius durch  $\sqrt{\langle r^2 \rangle_\rho}$  gegeben. Werden die Übergangsamplituden durch diese Ausdrücke genähert und in die Gleichung 9.3 eingesetzt, so ergibt sich für den differentiellen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = K(E_p, E_x) |J_{\text{GT}}|^2 e^{-(1/3)q^2\langle r^2 \rangle} e^{-xA^{1/3}+p(E_x)} B(\text{GT}) \quad (9.9)$$

mit dem kinematischen Faktor

$$K(E_p, E_x) = \frac{\mu_i \mu_f}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_f}{k_i} \quad (9.10)$$

und  $\langle r^2 \rangle = \langle r^2 \rangle_t + \langle r^2 \rangle_\rho$ . Dabei ist das Volumenintegral über die jeweils relevante Transferkomponente  $t_{\sigma\tau}^Z$  oder  $t_\sigma^Z$  der Nukleon-Kern-Wechselwirkung [LoFr81] durch  $|J_{\text{GT}}|^2$  gegeben. Für den Grenzfall  $q = 0$  und  $E_x = 0$  ergibt sich damit [Tad87]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ) = K(E_p, 0) |J_{\text{GT}}|^2 e^{-xA^{1/3}+a_0} B(\text{GT}) \quad (9.11)$$

mit einer Konstanten  $a_0$ . Hieraus werden der Einheitsquerschnitt  $\hat{\sigma}_{\text{GT}}(E_p, A)$  und ein Formfaktor  $F_{\text{GT}}(q, E_x)$  definiert:

$$\hat{\sigma}_{\text{GT}}(E_p, A) \equiv K(E_p, 0) |J_{\text{GT}}|^2 e^{-xA^{1/3}+a_0}, \quad (9.12)$$

$$F_{\text{GT}}(q, E_x) \equiv \frac{K(E_p, E_x)}{K(E_p, 0)} e^{-(1/3)q^2\langle r^2 \rangle} e^{p(E_x)-a_0}. \quad (9.13)$$

Der Einheitsquerschnitt hängt also nur von der Relativbewegung der Reaktionspartner und der Massenzahl des gestoßenen Kerns ab. Die Eigenschaften der Wellenfunktion des gestoßenen Kerns gehen in den Formfaktor  $F_{\text{GT}}$  ein. Er legt den Verlauf der Winkelverteilung der Wirkungsquerschnitte fest. Damit kann der differentielle Wirkungsquerschnitt kompakt geschrieben werden als:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \hat{\sigma}_{\text{GT}}(E_p, A) F_{\text{GT}}(q, E_x) B(\text{GT}). \quad (9.14)$$

Die Übergangsstärke skaliert den Formfaktor so, dass er bestmöglich an die Daten angepasst ist. Die Abbildung 9.3 verdeutlicht diesen Zusammenhang nochmals.

Für  $q = 0$  und  $E_x = 0$  geht die Gleichung 9.14 in eine echte Proportionalität zwischen Wirkungsquerschnitt und Übergangsstärke über:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ) = \hat{\sigma}_{\text{GT}}(E_p, A) B(\text{GT}). \quad (9.15)$$

Die Proportionalität zwischen dem Wirkungsquerschnitt bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  und der Übergangsstärke wurde in der Arbeit von [Tad87] für verschiedene Nuklide und Einschussenergien im Rahmen von (p,n)-Reaktionen untersucht.

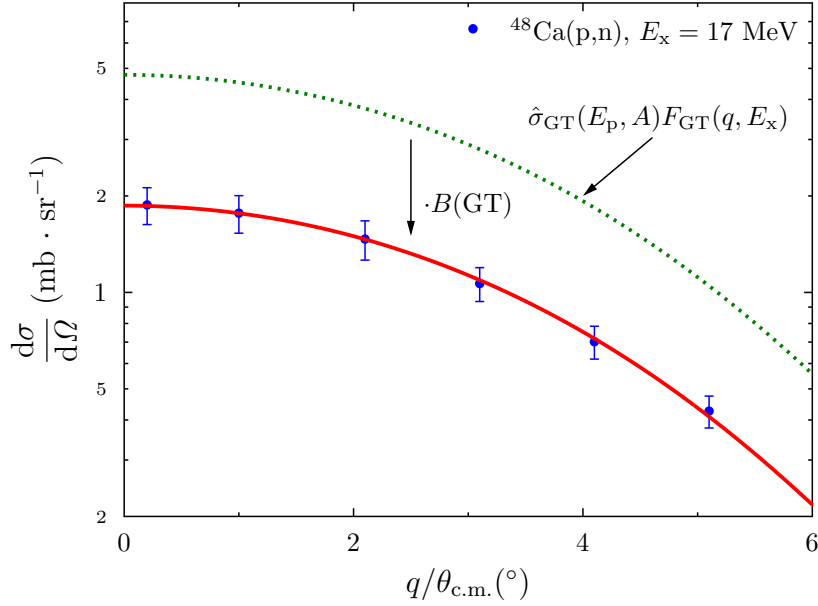


Abbildung 9.3: Proportionalität zwischen GT-Stärke und experimentellem Wirkungsquerschnitt. Am Beispiel der  $^{48}\text{Ca}(p,n)$ -Reaktion ( $E_p = 295$  MeV,  $E_x = 17$  MeV) wird gezeigt, wie die Übergangsstärke  $B(\text{GT})$  die Modellwinkelverteilung  $\hat{\sigma}_{\text{GT}}(E_p, A)F_{\text{GT}}(q, E_x)$  (gestrichelt grün) an die Daten anpasst. Die Modellwinkelverteilung geht aus einer modellabhängigen DWBA-Rechnung hervor, die bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  auf 1,0 normiert und anschließend mit dem Einheitsquerschnitt  $\hat{\sigma}_{\text{GT}}$  skaliert wird.

Die Übergangsstärken wurden dabei aus den  $ft$ -Werten der korrespondierenden  $\beta$ -Zerfälle bestimmt. Für Gamow-Teller-Übergänge wird das Modell:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{GT}}(0^\circ) = \hat{\sigma}_{\text{GT}} F_{\text{GT}}(0^\circ, E_x) B(\text{GT}) \quad (9.16)$$

als bestätigt betrachtet. Der kinematische Faktor  $F_{\text{GT}}(0^\circ, E_x)$  korrigiert den bei einer endlichen Anregungsenergie gemessenen Wirkungsquerschnitt auf einen Wert für eine verschwindende Anregungsenergie. Die Bedingung  $q = 0$  wird durch die Wahl  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  approximiert. Der kinematische Faktor ergibt sich dann aus DWBA-Rechnungen auf folgende Weise:

$$F(0^\circ, E_x) = \frac{(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{DWBA}}(0^\circ, E_x)}{(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{DWBA}}(0^\circ, 0)}. \quad (9.17)$$

Die Übergangsstärke kann somit aus einem gemessenen Wirkungsquerschnitt bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  berechnet werden, wenn der Einheitsquerschnitt bekannt ist. Dafür wird eine Kalibrierfunktion benötigt, die den Einheitsquerschnitt in Abhängigkeit von der Massenzahl  $A$  beschreibt. Eine solche Kalibrierfunktion wurde in den Arbeiten ([Sas09], [Tad87]) bestimmt. Sie gilt für mittelschwere Kerne um  $A = 90$  und hat folgende Form:

$$\hat{\sigma}_{\text{GT}}(A) = N_{90} \exp\left(-x(A^{1/3} - 90^{1/3})\right), \quad (9.18)$$

mit  $N_{90} = (3,4 \pm 0,2)$  mb/sr und  $x = (0,40 \pm 0,05)$  bei  $E_p = 297$  MeV. Die Kalibrierfunktion ist in Abbildung 9.4 zu sehen. Eingezeichnet ist auch ein Datenpunkt für den Kern  $^{12}\text{C}$ , der jedoch nicht in die Anpassung der Kalibrierfunktion einging.

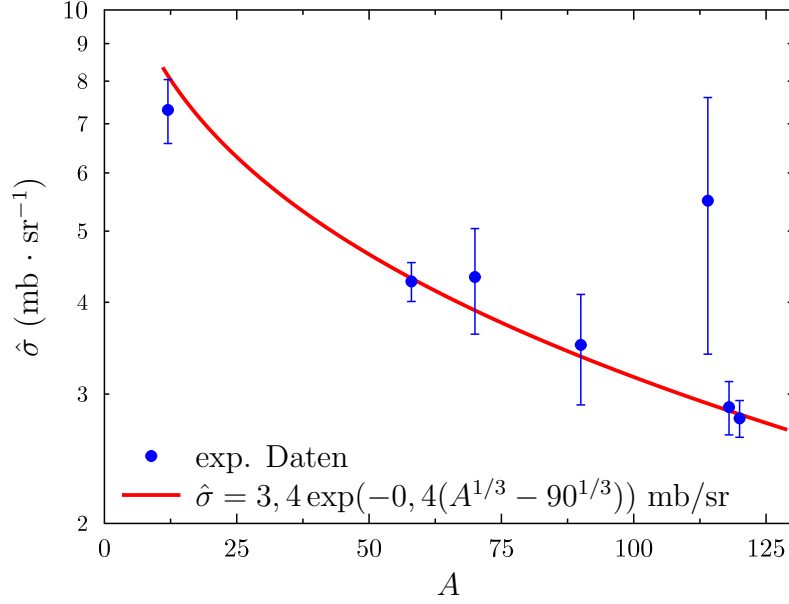


Abbildung 9.4: Kalibrierung der Einheitsquerschnitte bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  gegen die Massenzahl  $A$  bei einer Einschussenergie von  $E_p = 297$  MeV für (p,n)-Reaktionen.

## 9.2 Totale M1-Stärke aus (p,p')-Daten

In Anlehnung an Gleichung 9.16 wird eine analoge Gleichung für einen Spin-M1-Übergang in der (p,p')-Streuung aufgestellt:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{M1},\sigma\tau}^{\text{IV,exp}}(0^\circ) = \hat{\sigma}_{\text{M1}} F_{\text{M1}}(0^\circ, E_x) B^{\text{IV}}(\text{M1}_{\sigma\tau}). \quad (9.19)$$

Der Index  $\sigma\tau$  soll darauf hinweisen, dass es sich um eine Anregung handelt, die durch die NNW vermittelt wird. Da die elektromagnetische Anregung um bis zu 2 Zehnerpotenzen schwächer ausfällt, fällt sie nicht ins Gewicht. Diese Gleichung erlaubt es, die Übergangsstärke  $B^{\text{IV}}(\text{M1}_{\sigma\tau})$  aus einem gemessenen differentiellen Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega|_{\text{M1},\sigma\tau}^{\text{IV,exp}}$  zu berechnen. Hierfür müssen der Einheitsquerschnitt  $\hat{\sigma}_{\text{M1}}$  und der experimentelle isovektorielle Wirkungsquerschnitt bekannt sein.

Die Gleichungen 9.9 und 9.12 zeigen, dass der Einheitsquerschnitt proportional zur Transferkomponente  $t_{\sigma\tau}^Z$  der NNW ist. Der Verlauf dieser Transferkomponente ist in Abbildung 9.6 in Abhängigkeit vom Impulsübertrag der Stoßreaktion zu sehen. Unter der Annahme von idealer Isospinsymmetrie ist sie gleichermaßen für den isovektoriellen Spin-M1-Übergang in der (p,p')- und für den Gamow-Teller-Übergang in der (p,n)-Reaktion verantwortlich [LoFr81]. Deshalb können die Einheitsquerschnitte  $\hat{\sigma}_{\text{M1}}$  und  $\hat{\sigma}_{\text{GT}}$  der beiden Reaktionen für einen Kern bei gleicher Kinematik gleich gesetzt werden. Damit kann  $\hat{\sigma}_{\text{M1}}$  direkt mit der Kalibrierfunktion aus [Sas09] berechnet werden, siehe auch Abbildung 9.4. Analog zu dem Verfahren aus dem vorigen Abschnitt wird der kinematische Faktor  $F_{\text{M1}}(0^\circ, E_x)$  aus DWBA-Rechnungen bestimmt.

Bevor diese Gleichung ausgewertet werden kann, muss der isovektorielle Anteil am gemessenen Wirkungsquerschnitt bekannt sein. Dieser kann, wie etwa im  $^{208}\text{Pb}$ , direkt gemessen oder aus

dem Gesamtwirkungsquerschnitt extrahiert werden, wie im Fall des Kerns  $^{48}\text{Ca}$ . Der Wirkungsquerschnitt in einem Fall wie beim Kern  $^{48}\text{Ca}$  lässt sich nur dann in einen isoskalaren und einen isovektoriellen Anteil entfalten, wenn entweder Modellwinkelverteilungen für die isoskalare und isovektorielle Anregung berechnet werden können oder der isovektorielle Anteil am Wirkungsquerschnitt bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  aus der NNW [LoFr81] extrahiert werden kann. Beide Verfahren wurden in der vorliegenden Arbeit getestet. Da die Behandlung der Tensorkomponenten der NNW zu inakzeptabel großen Unsicherheiten in der Zielgröße führte, wurde letztendlich nur die Entfaltung der experimentellen Winkelverteilung mit isoskalaren und isovektoriellen Modellwinkelverteilungen verwendet. Die Modellwinkelverteilungen ergaben sich aus DWBA-Rechnungen. Im Fall des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  wurde hierfür ein Protonenübergang analog zum Neutronenübergang  $\nu 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$  angenommen. Die Modellwinkelverteilungen sind für diesen Übergang bei einer Einschussenergie von  $E_p = 295$  MeV in Abbildung 9.5 gezeigt.

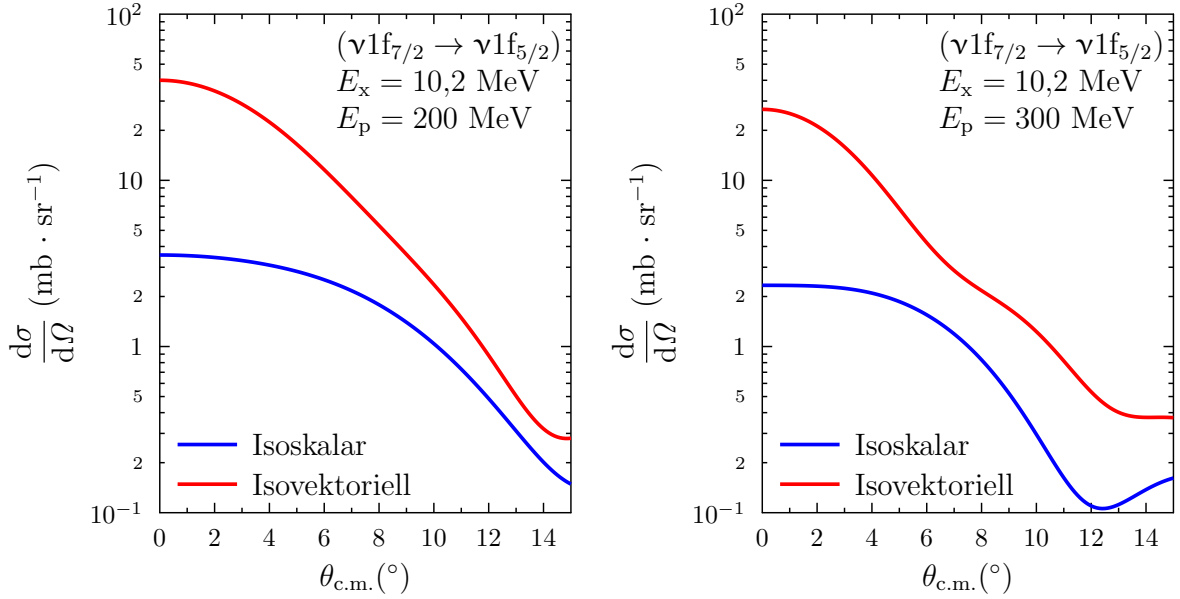


Abbildung 9.5: Isoskalare und isovektorielle Modellwinkelverteilungen aus DWBA-Rechnungen [Pon14] für den Übergang  $\nu 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$  im Kern  $^{48}\text{Ca}$ .

Die sichtlich verschiedenen Steigungen der Modellverteilungen haben ihre Ursache in den unterschiedlichen Steigungen der isoskalaren und isovektoriellen Transferkomponenten der NNW, siehe linkes Diagramm in Abbildung 9.6. Die isovektorielle Tensorkomponente  $|t_{\sigma\tau}^T|$  und die isovektorielle Spin-Isospin-Komponente  $|t_{\sigma\tau}^Z|$  zeigen bei kleinen Impulsüberträgen ein anderes Verhalten als die isoskalaren Komponenten  $|t_{\sigma}^Z|$  und  $|t_0^T|$ , was zu dem beschriebenen Unterschied in den Modellwinkelverteilungen führt. Dieser Unterschied wird offensichtlich, wenn der experimentelle differentielle Wirkungsquerschnitt im Rahmen des  $t$ -Matrixformalismus der allgemeinen Reaktionstheorie dargestellt wird. Der Wirkungsquerschnitt kann dabei durch die Transferkomponenten  $t$  der NNW ausgedrückt werden [LoFr81]. Die Transferkomponenten sind im Prinzip die Fourier-Transformierten (FT) des Zentral-, Tensor- und LS-Terms der NNW. Der experimentelle Wirkungsquerschnitt für Übergänge mit unnatürlicher Parität lässt sich mit den Transferkomponenten in folgender Form schreiben [LoFr81]:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{exp}}(q) = \sigma(q) \left[ |t^{\text{LS}}|^2 + |t^{\text{Z}} + t_{\hat{\mathbf{n}}}^{\text{T}}|^2 + |t^{\text{Z}} + t_{\hat{\mathbf{q}}}^{\text{T}}|^2 + \xi |t^{\text{Z}} + t_{\hat{\mathbf{Q}}}^{\text{T}}|^2 \right]. \quad (9.20)$$

- $\sigma$  = Kernstrukturfaktor
- $t^{\text{LS}}$  = FT des Spin-Bahn-Terms der NNW
- $t^{\text{Z}}$  = FT des Zentralterms der NNW
- $t_i^{\text{T}}$  = FT der Komponenten des Tensorterms der NNW  
in Richtung der orthonormalen Einheitsvektoren  $\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{q}}, \hat{\mathbf{Q}}$   
mit dem Impulsübertrag  $\hat{\mathbf{q}}$  nach ([LoFr81], [Ker59])
- $\xi$  =  $2J/(J+1)$ ,  $J$  = Gesamtdrehimpuls des angeregten Kerns

Die Quadrate der Transferkomponenten können als Maß dafür verstanden werden, wie stark ein Wechselwirkungsmechanismus, der durch den entsprechenden Operator in der Wechselwirkung vermittelt wird, zum Wirkungsquerschnitt beiträgt. Dabei müssen kohärente Summen der komplexen Transferkomponenten gebildet werden. Allgemein werden dafür die Real- und Imaginärteile der Transferkomponenten benötigt. Die für Übergänge unnatürlicher Parität relevanten isoskalaren Transferkomponenten sind der spinabhängige Zentralterm  $t_{\sigma}^{\text{Z}}$ , der Tensorterm  $t_0^{\text{T}}$  und der Spin-Bahn-Term  $t_0^{\text{LS}}$ . Die isovektoriellen Transferkomponenten sind der isospinabhängige Zentralterm  $t_{\tau}^{\text{Z}}$ , der spin-isospinabhängige Zentralterm  $t_{\sigma\tau}^{\text{Z}}$  und der Isospin-Tensorterm  $t_{\tau}^{\text{T}}$ . Für eine vereinfachte Veranschaulichung des Unterschieds zwischen der isoskalaren und isovektoriellen Winkelverteilung wurden die Transferkomponenten aus der Gleichung 9.20 inkohärent addiert [LoFr81]:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{exp}}(q) = \sigma(q) \cdot \left[ \underbrace{|t_0^{\text{LS}}|^2 + |t_{\sigma}^{\text{Z}}|^2 + |t_0^{\text{T}}|^2}_{\text{IS}} + \underbrace{|t_{\tau}^{\text{Z}}|^2 + |t_{\sigma\tau}^{\text{Z}}|^2 + |t_{\tau}^{\text{T}}|^2}_{\text{IV}} \right]. \quad (9.21)$$

Der Verlauf des isoskalaren und des isovektoriellen Anteils an der Verteilung des Wirkungsquerschnitts sind sichtlich verschieden, wie das rechte Diagramm in Abbildung 9.6 deutlich macht.

Mit den Modellwinkelverteilungen für die isoskalare und isovektorielle Anregung kann das Verhältnis  $\tilde{\alpha}_{\text{NN}}$  vom isovektoriellen zum gesamten Wirkungsquerschnitt aus der Entfaltung der gemessenen Winkelverteilung des Wirkungsquerschnitts bestimmt werden. Die zu minimierende Prüfsumme der Entfaltung lautete:

$$S^2 = \sum_i \left( \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{exp}}(\theta_i) - \left( a_{\text{IS}} \cdot \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{IS}}^{\text{mod}}(\theta_i) + a_{\text{IV}} \cdot \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{\text{IV}}^{\text{mod}}(\theta_i) \right) \right)^2, \quad (9.22)$$

mit den zu variierenden Parametern  $a_{\text{IS}}$  und  $a_{\text{IV}}$ . Das gesuchte Verhältnis  $\tilde{\alpha}_{\text{NN}}$  wurde nach der Anpassung mit folgender Gleichung berechnet:

$$\tilde{\alpha}_{\text{NN}} = \left( 1 + \frac{a_{\text{IS}}}{a_{\text{IV}}} \cdot \frac{d\sigma/d\Omega|_{\text{IS}}^{\text{mod}}}{d\sigma/d\Omega|_{\text{IV}}^{\text{mod}}} \right)^{-1}. \quad (9.23)$$

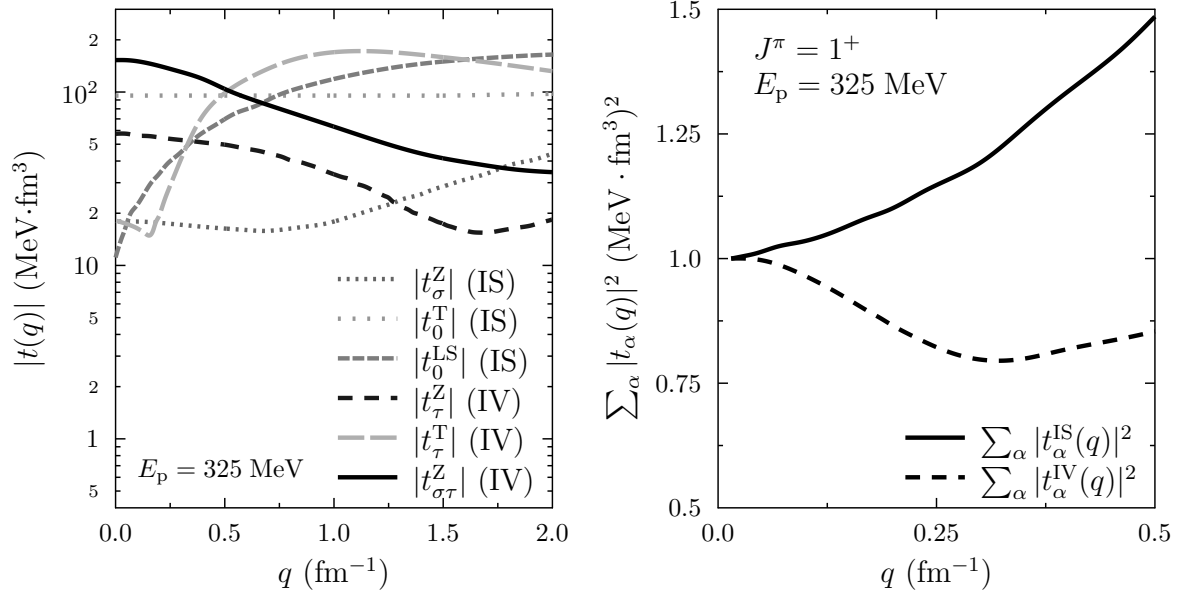


Abbildung 9.6: Links: Isoskalare und isovektorielle Transferkomponenten der NNW für Übergänge mit unnatürlicher Parität [LoFr81]. Rechts: Winkelverteilungen des isoskalaren und isovektoriellen Anteils am Wirkungsquerschnitt unter der Annahme inkohärenter Addition der Transferkomponenten.

Der isovektorielle Anteil am gesamten experimentellen Wirkungsquerschnitt ist damit gegeben durch:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{M1_{\sigma\tau}}^{\text{IV,exp}}(0^\circ) = \tilde{\alpha}_{\text{exp}} \cdot \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{M1}^{\text{ges,exp}}(0^\circ). \quad (9.24)$$

Mit den Beziehungen zwischen den Übergangsstärken, wie sie in Kapitel 4 erläutert worden sind, lässt sich die neue Auswertemethode durch die Skizze in Abbildung 9.7 darstellen. Sie ist von unten nach oben zu lesen.

### 9.3 Totale M1-Stärke aus (p,n)-Daten

Die totale Stärke  $B(M1)$  eines Spin-M1-Übergangs wie im Kern  $^{48}\text{Ca}$  lässt sich auch aus der Gamow-Teller-Stärke  $B(GT)$  eines Analogzustandes im Nachbarkern bestimmen. Da es im speziellen Fall des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  Daten für genau den Analogzustand gibt, der den gleichen Endisospin wie der Spin-M1-Übergang hat, soll anhand dieses Beispiels gezeigt werden, wie aus der Gamow-Teller-Stärke die totale M1-Stärke berechnet werden kann. Die Idee ist dabei, die etablierte Berechnungsmethode für Gamow-Teller-Übergänge aus Gleichung 9.16 auf die  $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$ -Daten anzuwenden, um daraus zunächst die Gamow-Teller-Stärke zu bestimmen. Die isovektorielle hadronische Spin-M1-Stärke folgt dann aus dem Verhältnis der M1- und GT-Stärken aus den Gleichungen 4.5 und 4.3:

$$\frac{B^{\text{IV}}(M1_{\sigma\tau})}{B(GT)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2T_{f,GT} + 1}{2T_{f,M1} + 1} \cdot \frac{C_{M1}^2}{C_{GT}^2}. \quad (9.25)$$



<b>Methode</b> $B(\text{M1}_{\text{EM}})$ aus $(p,p')$ – Daten
$B(\text{M1}_{\text{EM}}) = \tilde{R}_{\text{ges}}^{\text{IV}} \cdot B^{\text{IV}}(\text{M1})$ $B^{\text{IV}}(\text{M1}) = \frac{3}{2\pi} \cdot \left( \frac{g_s^{\text{IV}}}{2} \right)^2 \cdot 2B^{\text{IV}}(\text{M1}_{\sigma\tau}) \mu_{\text{N}}^2$ $B^{\text{IV}}(\text{M1}_{\sigma\tau}) = \frac{d\sigma/d\Omega _{\text{M1}_{\sigma\tau}}^{\text{IV,exp}}}{\hat{\sigma}_{\text{M1}}^{\text{IV}} \cdot F_{\text{M1}}^{\text{IV}}}$ $\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right _{\text{M1}_{\sigma\tau}}^{\text{IV,exp}}(0^\circ) = \tilde{\alpha}_{\text{NN}} \cdot \left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right _{\text{M1}}^{\text{ges,exp}}(0^\circ)$

Abbildung 9.7: Methode zur Bestimmung der M1-Übergangsstärke aus  $(p,p')$ -Daten.

Für den hier diskutierten Fall bedeutet dies:

$$\frac{B^{\text{IV}}(\text{M1}_{\sigma\tau}|T_0 \rightarrow T_0)}{B(\text{GT}|T_0 \rightarrow T_0)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2T_0 + 1}{2T_0 + 1} \cdot \frac{C_{\text{M1}}^2}{C_{\text{GT}}^2}. \quad (9.26)$$

Mit  $T_0 = 4$  für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  und aus Abbildung 9.1 (grüner Pfeil) folgt:

$$\frac{B^{\text{IV}}(\text{M1}_{\sigma\tau}|T_0 \rightarrow T_0)}{B(\text{GT}|T_0 \rightarrow T_0)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{T_0/(T_0 + 1)}{1/(T_0 + 1)} = \frac{1}{2} \cdot T_0 = 2. \quad (9.27)$$

Damit lautet das Modell der Auswertung:

$$B^{\text{IV}}(\text{M1}_{\sigma\tau}|T_0 \rightarrow T_0) = 2 \cdot B(\text{GT}|T_0 \rightarrow T_0) = 2 \cdot \frac{d\sigma/d\Omega|_{\text{GT}}^{\text{exp}}}{\hat{\sigma}_{\text{GT}} \cdot F_{\text{GT}}}. \quad (9.28)$$

Die nächsten Schritte sind die gleichen wie im Falle der Auswertung der  $(p,p')$ -Daten. Sie sind in Abbildung 9.7 gezeigt.

## 9.4 Extraktion der M1-Stärke aus $^{208}\text{Pb}$ -Daten

Wie bereits im Abschnitt 2.2 der Einleitung geschildert, verteilt sich die nahezu rein isovektorielle Spin-M1-Stärke im Kern  $^{208}\text{Pb}$  über einen Anregungsenergiebereich mit einer Breite von etwa  $\Delta E_x = 2$  MeV bis  $\Delta E_x = 3$  MeV um die Anregungsenergie von  $E_x = 7,52$  MeV. Die korrespondierenden Wirkungsquerschnitte konnten vor Kurzem aus den Streudaten eines  $(\vec{p}, \vec{p}')$ -Experiments extrahiert werden [Pol12]. Bereits in den 1980er Jahren wurde die Verteilung der totalen M1-Stärke in einem  $(\vec{\gamma}, \gamma)$ - und in einem  $(n, n'\gamma)$ -Experiment gemessen ([Las88], [Koe87]). Die Ergebnisse dieser Experimente stellen eine Referenz dar.

Die M1-Wirkungsquerschnitte des  $(p,p')$ -Experiments wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit mit der hier vorgestellten Methode in totale elektromagnetische M1-Stärken umgerechnet,

siehe Tabelle A.18. Da bekannt war, dass es sich bei der angeregten M1-Stärke um rein isovektorielle Anregungen handelte, wurde sowohl der Korrekturfaktor  $\tilde{\alpha}_{NN}$  als auch der Korrekturfaktor  $\tilde{R}_{\text{ges}}^{\text{IV}} = 1$  gesetzt. Unter diesen Annahmen ergab sich die differentielle M1-Stärkeverteilung, die im unteren Diagramm links in Abbildung 9.8 zu sehen ist. Rechts daneben sind die laufenden Summen der M1-Stärken aus dem (p,p')-Experiment und den beiden anderen Messungen zu sehen. Berücksichtigt wurden Daten im Anregungsenergiebereich  $E_x = (7 - 9)$  MeV. In [Las88] wird zusätzliche Stärke bei kleineren Energien angegeben. Die Bestimmung des Multipolcharakters der  $\gamma$ -Strahlung war jedoch mit großen Unsicherheiten behaftet, weshalb die korrespondierende Stärke hier unberücksichtigt blieb. Der Vergleich der Graphen macht deutlich, dass die Unterschiede in den differentiellen M1-Stärken weitestgehend klein sind. Die Anhäufung von M1-Stärke um  $E_x = 7,52$  MeV spiegelt sich in beiden Fällen in Form einer resonanzartigen Struktur wider. Die laufenden Summen sind ebenfalls nahezu verträglich, sodass sich aus diesem Vergleich keine schwerwiegenden Einwände gegen die Methode der Auswertung ableiten lassen. Auffällig ist, dass im Rahmen des  $(\vec{p}, \vec{p}')$ -Experiments zusätzliche Spin-M1-Stärke bis zu einer Anregungsenergie von  $E_x = 9$  MeV gemessen werden konnte.

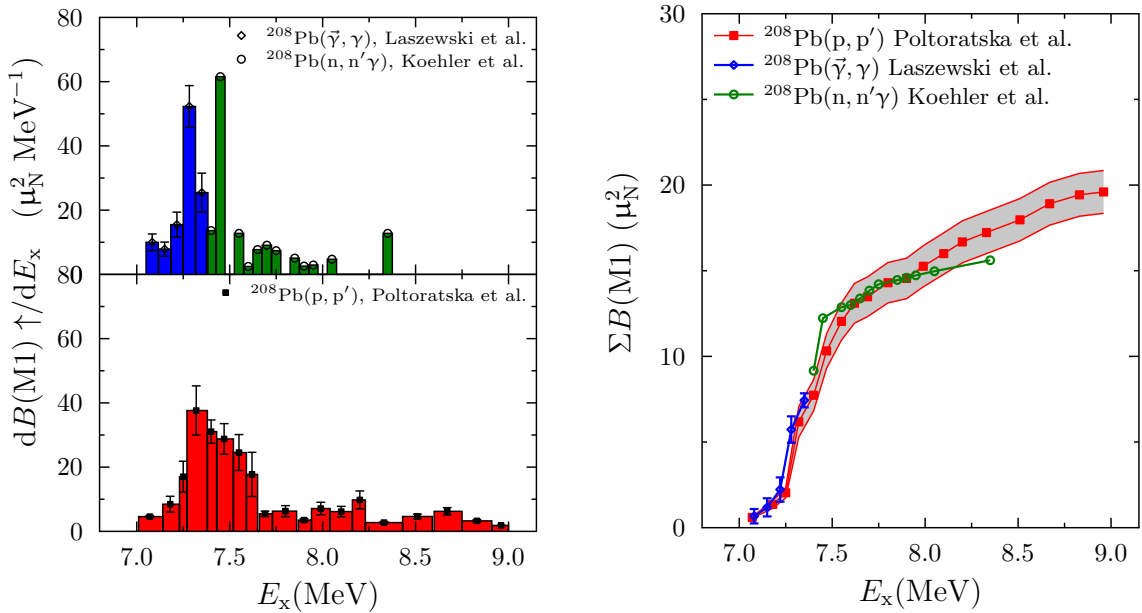


Abbildung 9.8: Vergleich der differentiellen M1-Stärkeverteilung für den Kern  $^{208}\text{Pb}$  mit den Ergebnissen aus [Las88] und [Koe87]. Das graue Band um die laufende Summe der  $^{208}\text{Pb}$  (p,p')-Daten entspricht dem 1 $\sigma$ -Konfidenzband.

## 9.5 Extraktion der M1-Stärke aus $^{48}\text{Ca}$ -Daten

Sowohl für die (p,p')- als auch für die (p,n)-Reaktion existieren Daten aus verschiedenen Experimenten bei unterschiedlichen Einschussenergien. Dies machte es möglich, unabhängige Werte der Übergangsstärken zu berechnen und diese Ergebnisse miteinander auf Konsistenz zu prüfen. Die verwendeten Daten stammen aus zwei  $^{48}\text{Ca}$ (p,p')-Experimenten bei  $E_p = 201$  MeV [Craw83] und  $E_p = 295$  MeV [RCNP12] sowie aus einem  $^{48}\text{Ca}$ (p,n) $^{48}\text{Sc}$ -Experimenten bei  $E_p = 295$  MeV [Yak09].

### 9.5.1 Vorbereitung der Eingangsdaten für die Auswertung

Die experimentellen Winkelverteilungen der Wirkungsquerschnitte sind in der Abbildung 9.9 für die verschiedenen Reaktionen und Einschussenergien zu sehen. Die Daten von [Craw83] stammen aus der Digitalisierung einer Scanvorlage. Die Winkelverteilung für den (p,n)-Übergang zum Analogzustand bei  $E_x = 17,0$  MeV ist das Ergebnis einer Analyse von bereits entfalteten Spektren, die nur Wirkungsquerschnitte aus magnetischen Anregungen enthielten ([Yak09], [Yak13]). In Abbildung 9.10 ist ein Ausschnitt des Spektrums bei  $\theta_{CM} = 0,2^\circ$  um die Linie des isobaren Analogzustands zu sehen. An die Linie wurde eine Gaußfunktion mit einem linearen Untergrund angepasst. Da ein Teil des Wirkungsquerschnitts aus dem Untergrund als Folge von *knock-on*-Reaktionen ebenfalls mit der Anregung des Analogzustandes verknüpft ist, wurde eine Minimal- und Maximalabschätzung des Wirkungsquerschnitts für die Anregung dieses Zustands vorgenommen. Die Minimalabschätzung basiert auf der Linienfläche oberhalb des linear approximierten Untergrundes, siehe Abbildung 9.10. Die Maximalabschätzung umfasst zusätzlich den Untergrund unter der Linie in einer Umgebung von 3 Standardabweichungen um den Zentroiden.

Die in der Abbildung 9.9 eingezeichneten Modellwinkelverteilungen basieren auf DWBA-Rechnungen, in denen ein reiner Neutronenübergang angenommen wurde. Die Modellverteilungen ließen sich im Bereich kleiner Impulsüberträge hinreichend genau anpassen, um daraus die Gesamtwirkungsquerschnitte bei  $\theta_{CM} = 0^\circ$  abzuleiten.

Um den isovektoriellen Anteil am Gesamtwirkungsquerschnitt bei  $\theta_{CM} = 0^\circ$  zu erhalten, wurden die isoskalaren und isovektoriellen Modellwinkelverteilungen aus Abschnitt 9.2 an die Datenpunkte der einzelnen experimentellen Winkelverteilungen angepasst. Die Unsicherheiten der Wirkungsquerschnitte bei  $\theta_{CM} = 0^\circ$  ergaben sich aus Monte-Carlo-Simulationen. Die Entfaltung der experimentellen Winkelverteilungen in isoskalare und isovektorielle Anteile ist in der Abbildung 9.12 zu sehen. Für die Anpassung der entsprechenden Modellwinkelverteilung an die (p,n)-Daten bei  $E_p = 295$  MeV wurden nur die ersten 6 Datenpunkte verwendet, da alle weiteren offenbar von Beiträgen anderer Multipolordnungen beeinflusst sind. Aus dem gleichen Grund wurden von den  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten bei  $E_p = 201$  MeV aus [Craw83] nur die ersten 9 Datenpunkte für die Anpassung verwendet.

Der Vergleich der Modellwinkelverteilungen aus Abbildung 9.9 für einen reinen Neutronenübergang im Rahmen einer (p,p')-Reaktion mit den isovektoriellen Modellwinkelverteilungen aus Abbildung 9.11 verdeutlicht, dass der Neutronenübergang im Wesentlichen isovektoriellen Charakter hat. Die isoskalaren und isovektoriellen Modellwinkelverteilungen wurden nur für die Berechnung des relativen isovektoriellen Anteils am Gesamtwirkungsquerschnitt benutzt.

Die Tabelle A.19 fasst die Gesamtwirkungsquerschnitte zusammen, die aus den experimentellen Winkelverteilungen bei  $\theta_{CM} = 0^\circ$  extrahiert wurden. In der Tabelle A.20 befinden sich die aus den Modellwinkelverteilungen bei  $\theta_{CM} = 0^\circ$  extrahierten Wirkungsquerschnitte, die zur Berechnung der kinematischen Faktoren benötigt wurden, siehe auch die Abbildung 9.12. Die Einheitsquerschnitte für die beiden Einschussenergien sind in der Tabelle A.21 angegeben. Der Faktor  $\tilde{\alpha}_{NN}$  ist für die verschiedenen Retardierungsfaktoren und Einschussenergien in Tabelle A.22 angegeben.

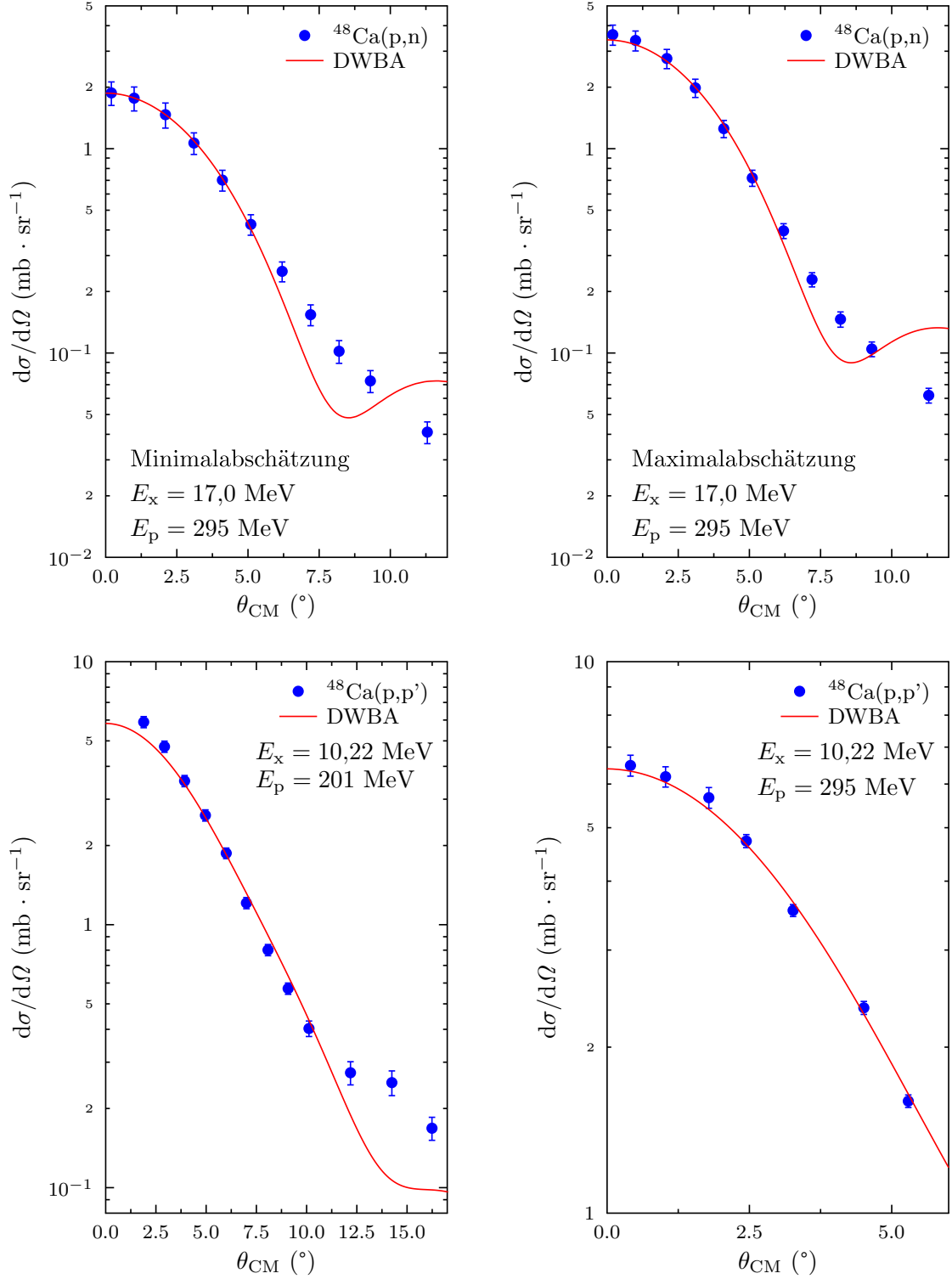


Abbildung 9.9: Experimentelle Winkelverteilungen der Wirkungsquerschnitte für die  $^{48}\text{Ca}(p,n)$ - und  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Reaktion. Links oben: Minimalabschätzung der  $^{48}\text{Ca}(p,n)$ -Wirkungsquerschnitte (nur Linienfläche) [Yak09]. Rechts oben: Maximalabschätzung der  $^{48}\text{Ca}(p,n)$ -Wirkungsquerschnitte (Linienfläche und Untergrund) [Yak09]. Links unten:  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Wirkungsquerschnitte [Craw83]. Rechts unten:  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Wirkungsquerschnitte der vorliegenden Arbeit.

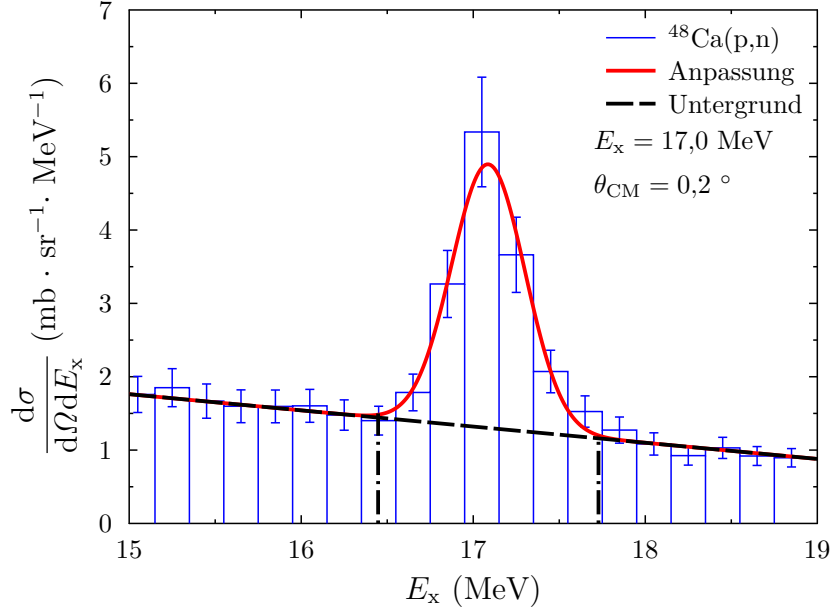


Abbildung 9.10: Spektrum bei  $\theta_{\text{CM}} = 0,2^\circ$  für die  $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion bei einer Einschussenergien von  $E_p = 295$  MeV. An die Linie wurde eine Gaußfunktion mit linearem Untergrund angepasst. Hierfür wurde ein Algorithmus zur nicht-linearen Approximation verwendet [NLo].

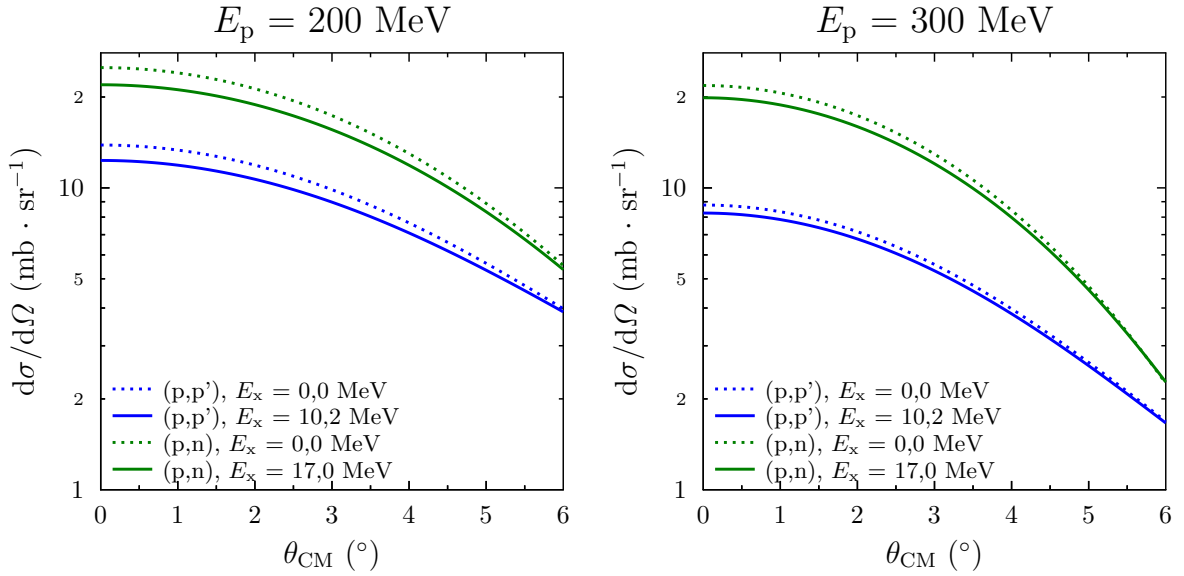


Abbildung 9.11: Modellwinkelverteilungen für die Berechnung der kinematischen Faktoren und zur Anpassung an die experimentellen Daten des Kerns  $^{48}\text{Ca}$ . Die Winkelverteilungen wurden mit dem Programm DWBA07 für reine Neutronenübergänge berechnet. Die Rechnungen wurden für den  $1^+$ -Zustand im Kern  $^{48}\text{Ca}$  bei  $E_x = 10,22$  MeV und für den Analogzustand im Kern  $^{48}\text{Sc}$  bei  $E_x = 17,0$  MeV durchgeführt.

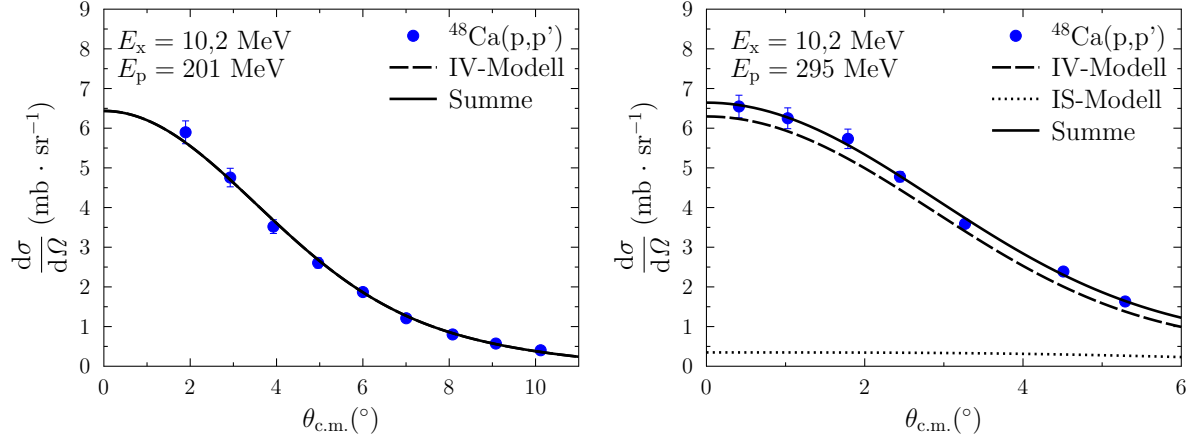


Abbildung 9.12: Anpassung der isoskalaren und isovektoriellen Modellwinkelverteilungen an die experimentellen Verteilungen des Kerns  $^{48}\text{Ca}$ . Bestimmt wurde jeweils der isovektorielle Anteil am Gesamtwirkungsquerschnitt bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ .

### 9.5.2 Ergebnisse der Auswertung

Mit der in Abbildung 9.7 beschriebenen Vorgehensweise wurden die totalen elektromagnetischen M1-Übergangsstärken für die genannten Datensätze berechnet. Alle dafür verwendeten Daten befinden sich in den Tabellen A.19 bis A.23 im Anhang. Bei allen Berechnungen wurden Monte-Carlo-Simulationen zur Fortpflanzung der Unsicherheiten benutzt. Die hier vorgestellten Ergebniswerte der totalen M1-Stärke sind die Erwartungswerte der Wahrscheinlichkeitsdichten, die mit den Simulationen geschätzt wurden. Im Anhang A.10 wird dieses Vorgehen im Rahmen der Qualitätssicherung für die Extraktion der experimentellen Wirkungsquerschnitte bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  diskutiert.

Die aus den (p,n)-Daten bestimmte totale M1-Stärke stellt hinsichtlich ihrer Unsicherheit eine Besonderheit dar. Zunächst wurden die Stärken für die beiden Extremwerte der zuvor ermittelten Wirkungsquerschnitte bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  berechnet. Mit diesen Extremwerten für die Stärke wurde ein Trapezverteilung konstruiert, aus der Erwartungswert und Standardabweichung extrahiert wurden. Das entspricht dem Vorgehen, das im Rahmen der Bestimmung der Polarisierbarkeit bereits in Abbildung 8.9 skizziert worden ist.

In den beiden Extremfällen unterschiedlicher isoskalarer Retardierungsfaktoren,  $Q_{\text{IS}} = 1,0$  und  $Q_{\text{IS}} = Q_{\text{IV}}$ , sind jeweils die besten Schätzwerte für die totale elektromagnetische M1-Stärke im Rahmen ihrer Unsicherheiten untereinander verträglich, siehe Gleichung 6.4. Die Abbildung 9.13 verdeutlicht dies anhand der eingezeichneten statistischen Kastengraphiken. Die Kastengraphiken zeigen von unten nach oben: das 10 %-Quantil, das 16 %-Quantil, das 50 %-Quantil, den Erwartungswert (Karo), das 84 %-Quantil und das 90 %-Quantil. Der Bereich, der durch das 16 %- und das 84 %-Quantil aufgespannt wird, entspricht der Umgebung von einer Standardabweichung um den Erwartungswert bei einer Gauß-Wahrscheinlichkeitsdichte. Die Tabellen 9.1 und 9.2 fassen alle Ergebniswerte zusammen. In allen Fällen ist eine Verträglichkeit mit dem Elektronenstreuergebnis aus [Ste84] gegeben. Die Stärken sind ebenso in allen Fällen nicht verträglich mit dem Ergebnis des  $(\gamma, n)$ -Experiments aus [Tom11].

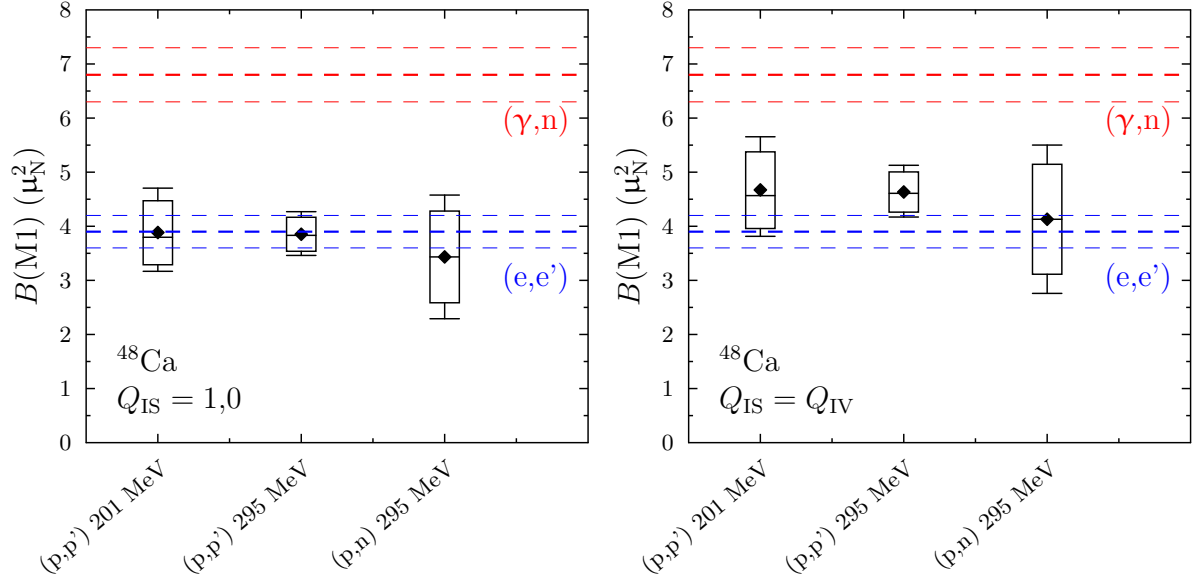


Abbildung 9.13: Statistische Kastengraphiken für die totalen M1-Übergangsstärken des Kerns  $^{48}\text{Ca}$ . Angegeben sind in der Reihenfolge von unten nach oben: 10 %-Quantil, 16 %-Quantil, 50 %-Quantil, Erwartungswert (Karo), 84 %-Quantil, 90 %-Quantil. Links:  $Q_{\text{IS}} = 1,0$ . Rechts:  $Q_{\text{IS}} = Q_{\text{IV}}$ .

Tabelle 9.1: Vergleich der Ergebnisse für die totale elektromagnetische M1-Übergangsstärke  $B(\text{M1})$  des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  aus den verschiedenen Reaktionen mit  $Q_{\text{IS}} = 1,0$ .

Exp. Methode	$B(\text{M1})$ ( $\mu_{\text{N}}^2$ )	$-u(B(\text{M1}))$ ( $\mu_{\text{N}}^2$ )	$+u(B(\text{M1}))$ ( $\mu_{\text{N}}^2$ )	Energie (MeV)	Kommentar
$^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$	3,88	0,60	0,60	201	direkt berechnet
	3,85	0,32	0,32	295	direkt berechnet
$^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{n})$	3,43	0,85	0,85	295	aus $B(\text{GT})$
$^{48}\text{Ca}(\text{e},\text{e}')$	3,9	0,3	0,3		[Ste84]
$^{48}\text{Ca}(\gamma,\text{n})$	6,8	0,5	0,5		[Tom11]

Tabelle 9.2: Vergleich der Ergebnisse für die totale elektromagnetische M1-Übergangsstärke  $B(\text{M1})$  des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  aus den verschiedenen Reaktionen mit  $Q_{\text{IS}} = Q_{\text{IV}}$ .

Exp. Methode	$B(\text{M1})$ ( $\mu_{\text{N}}^2$ )	$-u(B(\text{M1}))$ ( $\mu_{\text{N}}^2$ )	$+u(B(\text{M1}))$ ( $\mu_{\text{N}}^2$ )	Energie (MeV)	Kommentar
$^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$	4,67	0,72	0,71	201	direkt berechnet
	4,63	0,38	0,38	295	direkt berechnet
$^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{n})$	4,13	1,02	1,02	295	aus $B(\text{GT})$
$^{48}\text{Ca}(\text{e},\text{e}')$	3,9	0,3	0,3		[Ste84]
$^{48}\text{Ca}(\gamma,\text{n})$	6,8	0,5	0,5		[Tom11]

Da der Fall  $Q_{IS} = 1,0$  durch Messungen an Kernen der sd-Schale ein besonderes Gewicht erhält [Mats10], wird als Endergebnis der vorliegenden Arbeit der gewichtete Mittelwert der drei entsprechenden Ergebnisse aus der Tabelle 9.1 angegeben. Er beträgt  $B(M1) = (3,82 \pm 0,26) \mu_N^2$ . Dabei wurde die vereinfachende Annahme gemacht, dass die M1-Stärken Gauß-verteilt sind.

## 9.6 Das Ergebnis im physikalischen Kontext

Da die Ergebnisse für die totale M1-Stärke aus den unabhängigen (p,p')- und (p,n)-Daten des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  konsistent sind und da sich auch im Fall des Kerns  $^{208}\text{Pb}$  keine Widersprüche ergeben haben, gibt es zunächst keinen Grund, die hier vorgestellte Methode zur Extraktion der M1-Stärke abzulehnen. Die Konsistenz der Ergebnisse für beide Kerne bedeutet, dass die Methode auf die Extremfälle anwendbar ist, die sich hinsichtlich des Verhältnisses zwischen isoskalarem und isovektoriellm Matricelement ergeben. Im  $^{48}\text{Ca}$  sind die beiden Matricelemente gleich, im  $^{208}\text{Pb}$  ist das isoskalare vernachlässigbar. Zusätzlich liegt im Fall des Kerns  $^{208}\text{Pb}$  noch eine stärkere Brechung der Isospinsymmetrie vor, was aber zu keinem Widerspruch geführt hat. Da darüber hinaus auch noch alle Ergebnisse des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  mit dem Elektronenstreuergebnis verträglich sind, existiert ein weiterer widerspruchsfreier Referenzfall. Zwar hängen die Ergebnisse für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  von dem unbekannten isoskalaren Retardierungsfaktor ab, aber die Anwendung extremer isoskalarer Retardierungsfaktoren hat die Schlussfolgerung im Hinblick auf die Verträglichkeit mit dem Elektronenstreuergebnis nicht ändern können.

Die Definitionen der hadronischen M1-Stärke und der GT-Stärke in Abschnitt 4 gehen von den Einteilchen-Isospinoperatoren  $t_{\pm}$  und  $t_z$  aus. Im Rahmen der Anwendung des Wigner-Eckhart-Theorems vollzieht sich der Übergang zu den entsprechenden sphärischen Tensoren  $\tau_{\pm 1}^1$  und  $\tau_0^1$ . Hierbei ergibt sich automatisch, dass der M1-Übergang nur halb so stark angeregt wird wie der GT-Übergang zu einem Analogzustand. Diese Definitionen führen auch in dem Sonderfall des Kerns  $^{12}\text{C}$  zu keinem Widerspruch mit dem Experiment. In [Tam09] wurde ein  $^{12}\text{C}(p,p')$ -Experiment durchgeführt, mit dem der  $1^+$ -Zustand bei  $E_x = 15,1$  MeV angeregt wurde. In diesem Zustand hat der  $^{12}\text{C}$ -Kern den Isospin  $T_f = 1$  und die Anregung erfolgt isovektoriell mit  $\Delta T = 1$ . Da der  $^{12}\text{C}$ -Kern doppelt magisch ist und die  $z$ -Komponente des Isospins verschwindet, trägt der Kern im Grundzustand den Isospin  $T_i = T_0 = 0$ . Der in diesem  $^{12}\text{C}(p,p')$ -Experiment angeregte Zustand hat einen Analogzustand mit  $^{12}\text{N}$ . Der Analogzustand wurde in [Doz09] in einem (p,n)-Experiment untersucht. Auch hier nimmt der Kern im Ausgangskanal den Isospin  $T = 1$  an. Der Vergleich der Winkelverteilungen der Wirkungsquerschnitte aus beiden Reaktionen zeigte, dass der Wirkungsquerschnitt in der (p,n)-Reaktion doppelt so groß ausfällt wie der Wirkungsquerschnitt aus der (p,p')-Reaktion. Dieses Verhältnis kann direkt aus dem Verhältnis der hadronischen isovektoriellen M1-Stärke und der GT-Stärke abgeleitet werden, wenn wieder Isospinsymmetrie unterstellt wird:

$$\frac{B^{\text{IV}}(M1_{\sigma\tau}|T_0 \rightarrow T_0 + 1)}{B(\text{GT}|T_0 \rightarrow T_0 + 1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2(T_0 + 1) + 1}{2(T_0 + 1) + 1} \cdot \frac{C_{\text{M1}}^2}{C_{\text{GT}}^2}. \quad (9.29)$$

Die Clebsch-Gordan-Koeffizienten sind beide gleich 1, sodass sich zwangsläufig ergibt:

$$\frac{B^{\text{IV}}(M1_{\sigma\tau}|T_0 \rightarrow T_0 + 1)}{B(\text{GT}|T_0 \rightarrow T_0 + 1)} = \frac{1}{2}. \quad (9.30)$$

Das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte hängt direkt von dem Verhältnis der Stärken ab. Unter



der Annahme gleicher Einheitsquerschnitte folgt somit:

$$\frac{\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{M1,\sigma\tau}^{IV,\exp}(0^\circ) / F_{M1}(0^\circ, E_x)}{\left. \frac{d\sigma}{d\Omega} \right|_{GT}^{IV,\exp}(0^\circ) / F_{GT}(0^\circ, E_x)} = \frac{B^{IV}(M1_{\sigma\tau})}{B(GT)} = \frac{1}{2}. \quad (9.31)$$

Damit bestätigt das Verhältnis der experimentellen Wirkungsquerschnitte das Verhältnis, das direkt aus den Definitionen der Stärken folgt. Die außergewöhnliche Konsistenz dieser Daten ist in Abbildung 9.14 dokumentiert. Da hier unkorrigierte Wirkungsquerschnitte aufgetragen sind, bedeutet das für das Verhältnis der kinematischen Faktoren, dass es nahezu 1 sein muss.

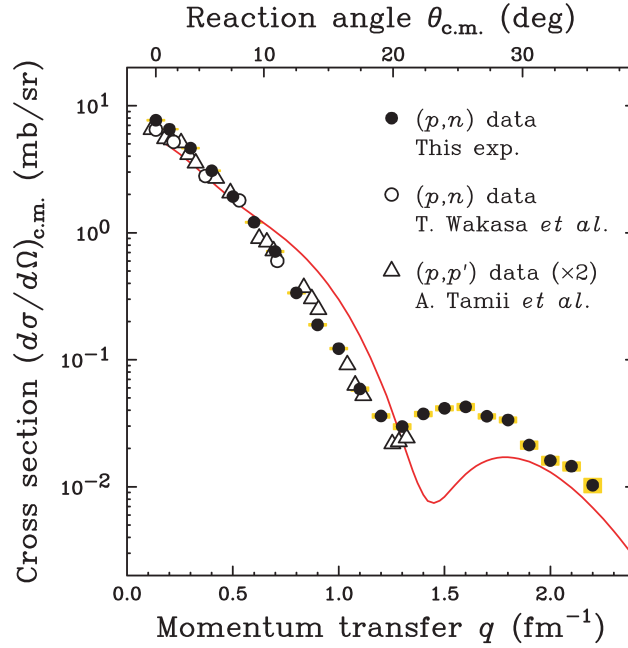


Abbildung 9.14: Vergleich der  $^{12}\text{C}(p,p')$ - und  $^{12}\text{C}(p,n)$ -Wirkungsquerschnitte aus [Tam09] und [Doz09]. Die  $^{12}\text{C}(p,p')$ -Wirkungsquerschnitte wurden mit einem Faktor 2 multipliziert (offene Dreiecke), aus [Doz09].

Solange die Isospinsymmetrie nicht wesentlich verletzt ist und Ladungssymmetrie für die  $(p,p')$ - und  $(p,n)$ -Reaktion angenommen werden kann, ist zu erwarten, dass mit dieser Methode zuverlässig totale elektromagnetische M1-Stärken aus  $(p,p')$ -Daten extrahiert werden können.

Ein weiteres Ziel der Untersuchungen des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  war die Falsifizierung eines der Ergebnisse zur totalen M1-Stärke aus der Elektronenstreuung [Ste84] und dem  $(\gamma,n)$ -Experiment [Tom11]. Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit unterscheiden sich signifikant von dem Ergebnis aus der  $(\gamma,n)$ -Messung. Damit kann das Ergebnis aus der  $(\gamma,n)$ -Messung nicht bestätigt werden. Ein wichtiger Diskussionspunkt in der Arbeit [Tom11] ist die Frage nach der Retardierung der isovektoriellen M1-Stärke. Wenn das Ergebnis dieses Experiments richtig wäre, hätte dies einen erheblichen Einfluss auf Interpretation der Mechanismen, die die Retardierung verursachen. Auf den ersten Blick erscheint die Methode, die in der vorliegenden Arbeit zur Bestimmung der

M1-Stärke aus (p,p')-Streudaten vorgestellt und angewendet wurde, problematisch, weil sie explizit auf Werte für den isoskalaren und isovektoriellen Retardierungsfaktor zurückgreift. Auf der Ebene der reduzierten Stärken werden sie aber nicht verwendet. Die reduzierten Stärken sind einerseits aus der hier vorgestellten Methode experimentell und andererseits theoretisch aus den Definitionen der Stärken zugänglich. In Abschnitt 9.3 wurde gezeigt, dass sich die reduzierten Stärken des M1-Übergangs und seines analogen Gamow-Teller-Übergangs in den gleichen Endisospin um einen Faktor 2 unterscheiden müssen. Experimentell ergab sich für das Verhältnis der reduzierten Stärken bei einer Einschussenergie von  $E_x = 295$  MeV ein Wert von  $B^{IV}(\text{M1}_{\sigma\tau})/B(\text{GT}) = 2,23 \pm 0,54$ . Dies steht nicht im Widerspruch mit dem erwarteten theoretischen Faktor, was die Anwendbarkeit der Methode unterstreicht. Zusammen mit dem Elektronenstreuergebnis ergibt sich also keine Notwendigkeit, den bekannten Wert für die isovektorielle Retardierung aus [Neu98] in Frage zu stellen. Darüber hinaus stützen die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit die Annahme einer verschwindenden isoskalare Retardierung ( $Q_{\text{IS}} = 1,0$ ), wie sie durch die Arbeit [Mats10] nahegelegt wurde.

## Kapitel 10

# Zusammenfassung und Ausblick

Die statische elektrische Dipol-Polarisierbarkeit wurde im Energiebereich  $E_x = (11 - 26)$  MeV aus den  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten dieser Arbeit zunächst zu  $\alpha_D = (1,36 \pm 0,14) \text{ fm}^3$  bestimmt. Dabei wurden die experimentellen Winkelverteilungen der Wirkungsquerschnitte mit E1-Modellwinkelverteilungen und einem konstanten Untergrund entfaltet. Mit Hilfe der Methode virtueller Photonen konnten aus den totalen E1-Wirkungsquerschnitten die entsprechenden Photoabsorptionsquerschnitte berechnet werden. Ein entscheidender Punkt war die Festlegung des maximalen Integrationswinkels für die Berechnung der Photoabsorptionsquerschnitte. In der vorliegenden Arbeit wurde aus den Streudaten des  $(e,e'n)$ -Experiments aus [Str98], in dem die  $(e,e'2n)$ -Reaktion durch Korrekturen aus dem statistischen Zerfall berücksichtigt worden waren, ebenfalls eine Polarisierbarkeit für den gleichen Anregungsenergiebereich bestimmt. Dabei wurden die Beiträge aus der Protonenemission [Kee87] zusätzlich berücksichtigt. Der Vergleich der Verteilungen der Photoabsorptionsquerschnitte machte deutlich, dass die Wahl des Untergrundes in der Entfaltung der  $(p,p')$ -Wirkungsquerschnitte entscheidenden Einfluss auf das Ergebnis hat. Eine testweise Integration von E3-Modellwinkelverteilungen in die Entfaltung führte zu signifikant kleineren Abweichungen zwischen den beiden Verteilungen der Photoabsorptionsquerschnitte. Obwohl dies zu einer Verbesserung führte, blieben die entsprechenden Werte der Polarisierbarkeit signifikant verschieden. Die Ursachen dafür können in dem möglicherweise nicht hinreichend genauen Untergrundmodell der hier durchgeführten Analyse liegen oder in dem Umstand, dass der Kern  $^{48}\text{Ca}$  eine geringere Anregungsstärke besitzt als etwa aus der Thomas-Reiche-Kuhn-Summenregel erwartet. Zum Teil erhärtete sich dieser Verdacht mit der Auswertung der  $^{40}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$ -Daten aus ([Ahr72], [Ahr75]). Unter der Annahme, dass der Neutronenüberschuss im Kern  $^{48}\text{Ca}$  die Anregung der IVGDR im Vergleich zum Kern  $^{40}\text{Ca}$  nur unwesentlich ändert, wurden die  $^{40}\text{Ca}$ -Daten verwendet, um über den gleichen Anregungsenergiebereich eine Polarisierbarkeit für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  zu bestimmen. Die Unsicherheiten der Ergebnisse lassen im Hinblick auf die Probleme in der Entfaltung keinen eindeutigen Schluss zu. Die Polarisierbarkeit des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  scheint für den Anregungsenergiebereich  $E_x = (11 - 26)$  MeV zwischen  $\alpha_D = (1,50 \pm 0,09) \text{ fm}^3$  und  $\alpha_D = (1,69 \pm 0,03) \text{ fm}^3$  zu liegen. Die vollständige Verteilung der gemessenen Photoabsorptionsquerschnitte des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  [Ahr75] lässt erwarten, dass auch im Fall des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  weitere E1-Stärke bis zu einer Anregungsenergie von etwa  $E_x = 60$  MeV gemessen werden kann. Auch das  $^{48}\text{Ca}(\vec{p}, \vec{p}')$ -Experiment aus [Bak91] weist darauf hin. Allerdings sind diese Protonenstreudaten mit großen Unsicherheiten behaftet. Die Photoabsorptionsquerschnitte des Kerns  $^{40}\text{Ca}$  wurden in der vorliegenden Arbeit bis zu einer Anregungsenergie von etwa  $E_x = 60$  MeV benutzt, um eine obere Grenze der Polarisierbarkeit des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  abzuschätzen.

Sie liegt bei einem Wert von  $\alpha_D = (2,09 \pm 0,02) \text{ fm}^3$ . Sie unterscheidet sich signifikant von der theoretischen Vorhersage aus [Pie12]. Dort wurde unter der Annahme der vollständigen Kenntnis der E1-Stärkeverteilung eine Polarisierbarkeit von  $(2,31 \pm 0,09) \text{ fm}^3$  vorhergesagt. Dabei handelt es sich um einen Mittelwert aus Rechnungen im Rahmen der Energie-Dichte-Funktionaltheorie mit relativistischen und nicht-relativistischen Potentialen. Inwieweit die Diskrepanz zwischen den beiden Werten bereits zu unphysikalischen Wertebereichen der Parameter in den Energie-Dichte-Funktionalen führt, kann hier nicht abgeschätzt werden. Entweder muss im Experiment bis zur gleichen maximalen Anregungsenergie gemessen werden, die auch in den Modellrechnungen benutzt wird, oder die Modellrechnungen müssen für den gemessenen Anregungsenergiebereich wiederholt werden.

In diesem Zusammenhang ist ein neues Experiment am Jefferson Lab., USA, geplant ([CREX], [Hor14]). Mit ihm soll die Neutronendichte im Kern  $^{48}\text{Ca}$  bestimmt werden. Dafür wird die paritätsverletzende Asymmetrie in den Wirkungsquerschnitten elastisch gestreuter Elektronen gemessen. Von entscheidender Bedeutung ist hierbei die schwache Wechselwirkung. Das  $Z^0$ -Boson koppelt vorwiegend an Neutronen, weshalb dieses Verfahren modellunabhängig ist und die Möglichkeit bietet, Neutronen im Kern nachzuweisen. Die Einschussenergie der Elektronen soll bei  $E_p = 2,2 \text{ GeV}$  liegen, wobei die Streueignisse unter einen Streuwinkel von  $\theta = 4^\circ$  detektiert werden. Dies garantiert kleinstmögliche Unsicherheiten in der Bestimmung der gesuchten Dicke der Neutronenhaut. Die erwartete Gesamtunsicherheit liegt im Bereich von  $u_{\text{rel}} = 3 \%$ . Das Ergebnis dieses zukünftigen Präzisions-Experiments wird direkt mit den Ergebnissen aus neuen Coupled-Cluster-Rechnungen verglichen werden können ([Hag12], [Hag14]). Damit wäre zum ersten Mal der Zustand erreicht, dass zu einem Kern sowohl ab-initio-Rechnungen als auch Rechnungen im Rahmen der Energie-Dichte-Funktional-Theorie vorliegen, die mit experimentellen Daten hoher Präzision verglichen werden können. Dies wird neue Einblicke in den Zusammenhang zwischen den Energie-Dichte-Funktionalen und den 2- und 3-Körper-Wechselwirkungen der ab-initio-Methoden geben.

Die Analyse der  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten hat im Hinblick auf die E1-Stärkeverteilung deutlich gemacht, dass sowohl die Festlegung eines geeigneten maximalen Streuwinkels in der Methode virtueller Photonen und die Methode der Multipolentfaltung im Bereich der IVGDR zu Problemen führt. Im Rahmen der Multipolentfaltung bezieht sich diese Kritik auf die nicht eindeutige Trennung zwischen E1- und M1-Beiträgen zum Wirkungsquerschnitt auf der niederenergetischen Flanke der Resonanz und auf eine ebenso schwierige Behandlung des physikalischen Untergrundes auf der höherenergetischen Flanke. Eine Verbesserung der Situation könnte durch weitere Messungen bei größeren Winkeln erreicht werden, weil sich die Modellwinkelverteilungen dort klarer unterscheiden. Wenn gleichzeitig auch bis zu höheren Anregungsenergien gemessen würde, ließe sich der quasi-freie Untergrund genauer untersuchen. Inwieweit die Wahl des maximalen Streuwinkels in der Methode virtueller Photonen geeignet war, ließe sich durch eine analoge Analyse vorhandener  $^{40}\text{Ca}(p,p')$ -Daten bestimmen, die mit den bereits diskutierten  $^{40}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$ -Daten verglichen werden könnten.

Die Konfiguration des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  mit  $((\pi 1d_{3/2})^4(\nu 1f_{7/2})^8)$  macht den Kern auch im Hinblick auf Spin-M1-Anregungen zu einem Referenzfall. Da bei verschwindendem Bahndrehimpulsübertrag nur der Spin eines Neutrons umklappen kann und 2T2L-Beimischungen zum Grundzustand durch die Protonen verschwindend klein sind, konzentriert sich nahezu die gesamte Spin-M1-Stärke in dem  $1^+$ -Zustand bei  $E_x = 10,22 \text{ MeV}$  mit der Konfiguration  $((\nu 1f_{7/2})^{-1}(\nu 1f_{5/2}))$ . Dabei ist der Beitrag zur Spin-M1-Stärke durch das isoskalare Matrixelement im Vergleich zu dem anderen Extremfall dem  $^{208}\text{Pb}$  maximal. Das erschwert die Übertragung der für Gamow-

Teller-Übergänge etablierten Methode, mit der die hadronische isovektorielle Anregungsstärke aus dem experimentellen Wirkungsquerschnitt bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  bestimmt wird [Har01]. Diese Methode nutzt die Proportionalität zwischen dem Wirkungsquerschnitt und der Anregungsstärke, die für Einschussenergien bei etwa  $E_x = 300$  MeV gültig ist. Der Proportionalitätsfaktor ist der sogenannte Einheitsquerschnitt, der unter Annahme von Ladungssymmetrie für die (p,p')- und (p,n)-Reaktion gleich ist. Eine Kalibrierung des Einheitsquerschnitts gegen die Massenzahl wurde für Übergänge mit  $T_i = T_0 \rightarrow T_f = T_0 - 1$  in [Sas09] durchgeführt. Damit ist der Einheitsquerschnitt  $\hat{\sigma}_{\text{GT}}$  für ein Nuklid im kalibrierten Massenbereich verfügbar. Das bedeutet, dass diese Proportionalität auch auf die (p,p')-Reaktion übertragen werden kann. Damit ist es möglich, aus einem experimentellen M1-Wirkungsquerschnitt bei  $\theta = 0^\circ$  die totale elektromagnetische Spin-M1-Stärke zu bestimmen. Dies setzt aber für das zu untersuchende Nuklid voraus, dass der experimentelle Wirkungsquerschnitt auf seinen isovektoriellen Anteil reduziert werden kann. Dies war in der vorliegenden Arbeit mit Hilfe einer Entfaltung der Winkelverteilung der  $q$ -abhängigen Wirkungsquerschnitte in einen isoskalaren und einen isovektoriellen Anteil möglich. Allerdings musste hierfür eine Annahme über den isoskalaren Retardierungsfaktor  $Q_{\text{IS}}$  der M1-Stärke gemacht werden. Aus Messungen an leichteren Kernen als dem Kern  $^{48}\text{Ca}$  ist bekannt, dass der Retardierungsfaktor einen Wert nahe 1 haben sollte. Um zu untersuchen, welchen Einfluss Extremwerte des isoskalaren Retardierungsfaktors auf das Ergebnis haben können, wurden zwei Extremwerte festgelegt:  $Q_{\text{IS}} = 1,0$  und  $Q_{\text{IS}} = Q_{\text{IV}}$ , wobei der isovektorielle Retardierungsfaktor aus [Neu98] entnommen wurde.

Der besondere Umstand, dass im Nachbarkern des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  Analogzustände angeregt werden, erlaubte es in der vorliegenden Arbeit, die totale Spin-M1-Stärke im Kern  $^{48}\text{Ca}$  auch aus einem (p,n)-Datensatz zu berechnen. Damit konnte anhand von unabhängigen Daten und einer bereits etablierten Methode überprüft werden, ob die gleiche Methode auch bei (p,p')-Daten sinnvolle Ergebnisse liefert. Grundvoraussetzung dafür war aber, dass für den  $^{48}\text{Ca}$ -Kern und seinen Nachbarkern  $^{48}\text{Sc}$  Isospinsymmetrie angenommen werden konnte. Diese bedeutet, dass das Übergangsmatrixelement der Spin-M1-Anregung für verschwindenden Impulsübertrag gleich dem Matrixelement der Anregung des Analogzustands ist.

Die Anwendung der bei Gamow-Teller-Übergängen etablierten Methode auf die in dieser Arbeit verwendeten  $^{48}\text{Ca}(\text{p,p}')$ -Daten bei etwa  $E_p = 200$  MeV und  $E_p = 295$  MeV lieferte Ergebnisse, die mit sich selbst und mit dem unabhängigen Resultat aus den (p,n)-Daten verträglich sind. Allerdings ist das Ergebnis aus dem (p,n)-Experiment mit einer großen Unsicherheit behaftet, da der Beitrag der knock-on-Reaktion zur M1-Stärke nicht genau vom physikalischen Untergrund in den Spektren getrennt werden konnte. Die Auswertemethode lieferte auch in dem anderen Grenzfall, dem Kern  $^{208}\text{Pb}$ , Ergebnisse, die mit den Ergebnissen aus  $(\bar{\gamma}, \gamma)$ - und  $(\text{n,n}'\gamma)$ -Messungen nicht im Widerspruch stehen. Daher wurde das Verfahren als geeignet eingestuft, um die totale Spin-M1-Stärke aus (p,p')-Daten zu extrahieren. Damit ist es erstmals möglich, die Spin-M1-Stärke insbesondere für schwere Kerne systematisch zu untersuchen.

Da der Fall  $Q_{\text{IS}} = 1,0$  durch Messungen an Kernen der sd-Schale ein besonderes Gewicht erhält [Mats10], wird für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  als Endergebnis der vorliegenden Arbeit der gewichtete Mittelwert der drei entsprechenden Ergebnisse für den Fall  $Q_{\text{IS}} = 1,0$  angegeben. Er beträgt  $B(\text{M1}) = (3,82 \pm 0,26) \mu_{\text{N}}^2$ .

Obwohl in der Analyse der vorliegenden Arbeit Extremwerte für den isoskalaren Retardierungsfaktor benutzt wurden, um zu testen, ob es zu uneindeutigen Ergebnissen im Vergleich mit den Messungen aus [Ste84] und [Tom11] kommt, blieben alle Resultate mit dem Ergebnis aus der Elektronenstreuung von  $B(\text{M1}) = (3,9 \pm 0,3) \mu_{\text{N}}^2$  verträglich. Damit kann das Ergebnis aus

dem  $(\gamma, n)$ -Experiment mit  $B(M1) = (6,8 \pm 0,5) \mu_N^2$  nicht bestätigt werden. Auf den ersten Blick erscheint die Methode, die in der vorliegenden Arbeit zur Bestimmung der M1-Stärke aus  $(p, p')$ -Streudaten vorgestellt und angewendet wurde, problematisch, weil sie explizit auf Werte für den isoskalaren und isovektoriellen Retardierungsfaktor zurückgreift. Auf der Ebene der reduzierten Stärken werden sie aber nicht verwendet. Aus den Definitionen der reduzierten Stärken des M1-Übergangs und seines analogen Gamow-Teller-Übergangs in den gleichen Endisospin geht hervor, dass sie sich um einen Faktor 2 unterscheiden müssen. Das experimentelle Verhältnis der reduzierten Stärken steht nicht im Widerspruch mit dem theoretischen Faktor, was die Anwendbarkeit der Methode unterstreicht. Zusammen mit dem Elektronenstreuergebnis ergibt sich also keine Notwendigkeit, den bekannten Wert für die isovektorielle Retardierung aus [Neu98] in Frage zu stellen. Darüber hinaus stützen die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit die Annahme einer verschwindenden isoskalare Retardierung ( $Q_{IS} = 1,0$ ), wie sie durch die Arbeit von [Mats10] nahegelegt wurde.

Denkbar wäre, das  $(\gamma, n)$ -Experiment am NEPTUN-Photonen-Tagger des Instituts für Kernphysik der Technischen Universität Darmstadt zu wiederholen. In Zukunft sollen Strahlenergien zwischen  $E_\gamma = 10$  MeV und  $E_\gamma = 20$  MeV realisierbar sein [Schn14]. Einzelne Photonenenergien können durch die Tagging-Methode selektiert und für die Anregung des zu untersuchenden Präparats genutzt werden. Damit wären analoge Bedingungen wie in der Arbeit von [Tom11] gegeben. Die geringe Energie der emittierten Neutronen von  $E_{\text{kin}} \approx 270$  keV stellt zunächst ein Problem hinsichtlich ihres Nachweises dar. Mit Lanthan-Bromid-Detektoren ( $\text{LaBr}_3:\text{Ce}$ ) ist es möglich, Neutronen auch mit geringer kinetischer Energie nachzuweisen [Ebr14]. Für die hier betrachtete kinetische Energie wäre eine Nachweiswahrscheinlichkeit  $\epsilon < 1$  % zu erwarten.

## Anhang A

# Erweiterte Dokumentation der Analyse

### A.1 Allgemeine Hinweise zur Datenanalyse

Alle in der Arbeit berechneten Winkelverteilungen von Wirkungsquerschnitten stammen aus DWBA07-Rechnungen [Ray07] mit Wellenfunktionen aus dem Quasi-Teilchen-Phonon-Modell (QPM) ([Ber99], [Sol92], [Pon13]).

Die vorliegende Arbeit behandelt die Unsicherheiten aller nicht exakten Größen nach dem *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, Supplemente 1 und 2 ([BIPM00]-[BIPM02], [DIN1]-[DIN4]). An mehreren Stellen mussten Unsicherheiten von Größen aus der Erfahrung oder ähnlichen Experimenten geschätzt werden. Dabei wurde ein konservativer Standpunkt gewählt, der Unsicherheiten eher größer einschätzt als zu klein. Obwohl es gegen die metrologische Praxis verstößt, Messwerte mit mehr als drei signifikanten Stellen anzugeben, wurde es insbesondere in den Tabellenwerken getan, um die Nachvollziehbarkeit weitestmöglich zu gewährleisten.

In der vorliegenden Arbeit wird der für Impulshöhenspektren etwas untypische Begriff der *Energieklasse* benutzt. Damit ist der häufig verwendete Begriff *Kanal* gemeint. Im Zuge einer konsistenten Bezeichnung wurde von der abstrakteren Bedeutung des Spektrums ausgegangen. Im statistischen Sinn handelt es sich um ein Histogramm, das in Klassen unterteilt ist.

## A.2 Rohdaten-Übersicht

Die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Daten sind in der Tabelle A.1 aufgelistet.

Tabelle A.1: Auflistung aller in dieser Arbeit verwendeten Daten zum Kern  $^{48}\text{Ca}$ .  $E_p$  = Einschussenergie von Protonen/Elektronen.

Experiment	$E_p$ (MeV)	Reaktion	Quelle	Auswerteziel
Crawley et al.	201	$^{48}\text{Ca}(p,p')$	[Craw83]	M1-Stärke
RCNP	295	$^{48}\text{Ca}(p,p')$	[RCNP12]	M1-Stärke
Yako et al.	295	$^{48}\text{Ca}(p,n)$	[Yak09]	M1-Stärke
Ahrens et al. (1)	318	$^{40}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$	[Ahr72]	Polarisierbarkeit
Ahrens et al. (2)		$^{40}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$	[Ahr75]	Polarisierbarkeit
Baker et al.		$^{48}\text{Ca}(\bar{p}, \bar{p}')$	[Bak91]	Polarisierbarkeit
O'Keefe et al.		$^{48}\text{Ca}(\gamma, \text{abs})$	[Kee87]	Polarisierbarkeit
Lui et al.	240	$^{48}\text{Ca}(\alpha, \alpha')$	[Lui11]	Polarisierbarkeit
RCNP	295	$^{48}\text{Ca}(p,p')$	[RCNP12]	Polarisierbarkeit
Strauch	88	$^{48}\text{Ca}(e,e'n)$	[Str98]	Polarisierbarkeit

## A.3 Versatz-Korrektur der Spektren

Um die gleiche Struktur in einem Spektrum auch in allen anderen auf die gleiche Weise zu untersuchen, wurden Skripte zur automatischen Analyse verwendet. Dabei zeigte sich, dass der Schwerpunkt der gleichen Anregungsstruktur in den verschiedenen Spektren bei verschiedenen Anregungsenergien lag. Damit über alle Spektren hinweg immer die gleiche Anregungsstruktur bei der gleichen Energie lag, mussten die Spektren aneinander ausgerichtet werden. Den Bezugspunkt bildete die Schwerpunktenenergie des Spin-M1-Übergangs bei  $E_x = 10,22$  MeV in dem Spektrum, das bei  $\theta_{\text{lab}} = 0,4^\circ$  gemessen worden war. Der Versatz zwischen diesem und allen anderen Spektren lag zwischen 1 und 6 Kanälen. Die Tabelle A.2 fasst dies zusammen.

Tabelle A.2: Versatzkorrektur der  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren. Angegeben ist die Anzahl an Kanälen (Versatz), um die der Zentroid des  $1^+$ -Zustands bei  $E_x = 10,22$  MeV eines jeden Spektrums gegen den des Referenzspektrums (Referenz) verschoben war. Dieser Versatz wurde auf alle Kanäle eines zu korrigierenden Spektrums angewendet.

Referenz	Spektrum	Versatz in Kanälen
4800	4800	0
4800	4801	0
4800	4802	1
4800	4803	1
4800	4804	0
4800	4805	6
4800	4806	6



## A.4 Energiekalibrierung der Spektren

Die in dieser Arbeit ausgewerteten Spektren lagen bereits energiekalibriert vor. Da sie als Teil der Messungen aus [Mats10] hervorgingen, ist die Kalibrierung dort genauer beschrieben. Für die Kalibrierung wurden die Linien des Kerns  $^{12}\text{C}$  bei  $E_x = 7,654$  MeV und  $E_x = 15,11$  MeV sowie eine weitere leicht zu identifizierende Linie aus dem Spektrum eines jeden vermessenen Nuklids benutzt. Der Kern  $^{12}\text{C}$  wurde dabei als Kalibrierpräparat separat gemessen. Die Unsicherheit der Kalibrierung wird in [Mats10] mit  $u(E_{x,\text{kalib}}) = 10$  keV im Energiebereich von  $E_x = 8$  MeV bis  $E_x = 14$  MeV angegeben. Bei kleinen Anregungsenergien um  $E_x = 4$  MeV können dabei Abweichungen von bis zu  $\Delta E_{x,\text{kalib}} = 80$  keV auftreten. Diese Angaben wurden überprüft, indem die Spektren von den Nukliden  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  und  $^{24}\text{Mg}$  hinsichtlich der Positionen einiger ihrer charakteristischen Linien ausgewertet wurden. Die Linienschwerpunkte gingen dabei aus Ausgleichsrechnungen hervor, für die Gaußfunktionen an die Linien angepasst wurden [NR89]. Der Kern  $^{24}\text{Mg}$  war in der gleichen Messkampagne wie der Kern  $^{12}\text{C}$  gemessen worden. Von Interesse waren die Abweichungen zwischen den Anregungsenergien der Linien, wie sie in der kernphysikalischen Datenbank [NuDat] zu finden sind, und den Energien, die durch die Anpassung bestimmt worden waren. Die Tabelle A.25 (S. 189) fasst die Soll- und Ist-Werte sowie die Abweichungen zusammen. Sie enthält jeweils zwei Spektren der drei Nuklide bei zwei verschiedenen Winkeln. Die Abweichungen liegen in der gleichen Größenordnung wie in [Mats10].

Die Energiekalibrierung wurde zusätzlich anhand von Linien des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  selbst überprüft. Dafür eigneten sich insbesondere die im Rahmen von Kernresonanzfluoreszenz-Messungen (KRF) am Darmstädter Elektronen-Linear-Beschleuniger S-DALINAC identifizierten Linien aus [Hart99], weil die meisten von ihnen auch in den (p,p')-Spektren erkannt werden konnten, siehe Abschnitt 6.3. Auch hier wurden Gauß-Funktionen an die Linien in den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren angepasst und die Linienschwerpunkte mit den Ergebnissen aus der KRF verglichen. Die Tabelle 6.1 zeigt den Vergleich und macht deutlich, dass die Abweichungen in der Größenordnung von  $\Delta E_{x,\text{kalib}} = 10$  keV liegen, wie bereits in [Mats10] dargelegt.

Für Energien bis in den Anfang der niederenergetischen Flanke der Riesenresonanz des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  kann somit angenommen werden, dass die Unsicherheit in der Bestimmung der Anregungsenergie  $u(E_{x,\text{kalib}}) = 10$  keV beträgt. Im Bereich der Riesenresonanz muss dies jedoch nicht mehr gelten, da es in diesem Bereich nicht möglich ist, eine Struktur der feinen Fragmentierung eindeutig einer Soll-Linie aus der Datenbank zuzuordnen, sofern vorhanden. Erst am Ende der Analyse war es möglich, eine Unsicherheit für die Anregungsenergien in diesem Bereich abzuschätzen. Nachdem die  $\gamma$ -Absorptionswirkungsquerschnitte für die Riesenresonanz berechnet worden waren, konnte die Breit-Wigner-artige Verteilung mit einer entsprechenden aus der (e,e'n)-Messung von [Ste84] verglichen werden. Der Vergleich zeigte eine Abweichung der Verteilungsschwerpunkte von etwa  $\Delta E_x = 181$  keV bei etwa  $E_x = 18,6$  MeV auf. Eine solche Abweichung macht zum einen deutlich, wie erfreulich dicht die Ergebnisse zweier völlig verschiedener Messungen liegen können, und zum anderen, wie groß doch die Abweichung und Unsicherheit im Hinblick auf die Energiekalibrierung der  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren abgeschätzt werden kann. Für die Auswertung des Spin-M1-Übergangs in den  $1^+$ -Zustand bei  $E_x = 10,22$  MeV hatte dies keine Auswirkungen, weil dieser so dominant die Spektren beherrscht, dass eine fehlerhafte Identifizierung als ausgeschlossen angesehen werden kann. Da die experimentellen Anregungsenergien an keiner Stelle benötigt wurden, um die Übergangsstärke zu berechnen, spielen mögliche systematische Abweichungen in der Kalibrierung keine Rolle für das Endergebnis. Anders ist es im Falle der elektrischen Polarisierbarkeit. Wenn sie bestimmt wird, gehen die experimentellen Anregungsenergien gleich an zwei Stellen in die Rechnungen ein, siehe Gleichung A.1.

$$\alpha_D \propto \sum_{i=1}^N \frac{\sigma_\gamma(E_{x,i})}{E_{x,i}^2} \quad (\text{A.1})$$

- $\alpha_D$  elektrische Polarisierbarkeit  
 $\sigma_\gamma$  Photoabsorptionsquerschnitt  
 $E_{x,i}$  Anregungsenergie des  $i$ -ten Kanals (Klasse) im Spektrum

Welchen Einfluss können dann Abweichungen von bis zu 181 keV in den Anregungsenergien der Riesenresonanz auf das Ergebnis haben? Um dies zumindest grob abzuschätzen, wurde der Absorptionsquerschnitt dreimal mit virtuellen Photonenzahlen berechnet, für die alle in die Rechnung eingehenden Anregungsenergien jeweils um  $\Delta E_x = (-181; 0; +181)$  keV verschoben worden waren. Im linken Diagramm von Abbildung A.1 sind die virtuellen Photonenzahlen in Abhängigkeit von dem jeweiligen konstanten Versatz in den Anregungsenergien zu sehen. Rechts daneben lassen sich die Auswirkungen auf den Photoabsorptionsquerschnitt erkennen. Sie liegen in der Größenordnung von 1 %. Da die Anregungsenergie aber zusätzlich quadratisch in den Nenner von Gleichung A.1 eingeht, verstärkt sich die Abweichung. Die relative Abweichung von dem Fall, dass  $\Delta E_x = 0$  MeV ist, liegt bei einem Versatz von  $|\Delta E_x| = 181$  keV zwischen 0,3 % und 4,3 %. Das linke Diagramm in Abbildung A.2 zeigt die relativen Abweichungen für die Polarisierbarkeit für genau diesen Versatz an den Schnittstellen der gestrichelt eingezeichneten Linien. Dort ist die relative Abweichung der Polarisierbarkeit in Abhängigkeit von dem konstanten Versatz  $\Delta E_x$  aufgetragen.

Auf der Grundlage von den Daten aus Tabelle A.25 (S. 189) lassen sich die Abweichungen der Anregungsenergien von den Sollwerten genauer abschätzen. Werden die Abweichungen zwischen einer Anregungsenergie von  $E_x = 8$  MeV und  $E_x = 16,5$  MeV zusammengefasst, so lässt sich eine Ausgleichsgerade durch die Datenpunkte legen, die den Anregungsenergien eine Abweichung vom Soll zuordnet. In diese Anpassung ging ein weiterer Datensatz für den Labor-Winkel von  $2,5^\circ$  ein, der nicht in der Tabelle aufgeführt ist. Diese lineare Funktion ist in Gleichung A.3 wiedergegeben. Die Abweichung bei  $E_x = 18,62$  MeV beträgt hierbei nur noch  $\Delta E_x = 7$  keV. Der Einfachheit wegen wurden die virtuellen Photonenzahlen mit einem konstanten Versatz von  $\Delta = +10$  keV berechnet, wohingegen die lineare Funktion in den Nenner von Gleichung A.1 einging. Den Einfluss auf die Polarisierbarkeit zeigt das rechte Diagramm in Abbildung A.2. Der interessierende Punkt ist durch die sich kreuzenden gestrichelten Linien gezeigt. Der Betrag der relativen Abweichung ist hier deutlich kleiner als 1 %. Daher wurde dieser Beitrag zur Unsicherheit des Endergebnisses vernachlässigt.

$$\begin{aligned} \Delta E_x &= E_x - \hat{E}_x \\ &= m \cdot E_x + b \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

- $E_x$  Experimentelle Anregungsenergie in MeV  
 $\hat{E}_x$  Wahre Anregungsenergie in MeV  
 $\Delta E_x$  Versatz in keV  
 $m = 1,1324$   
 $b = -13,3881$  MeV

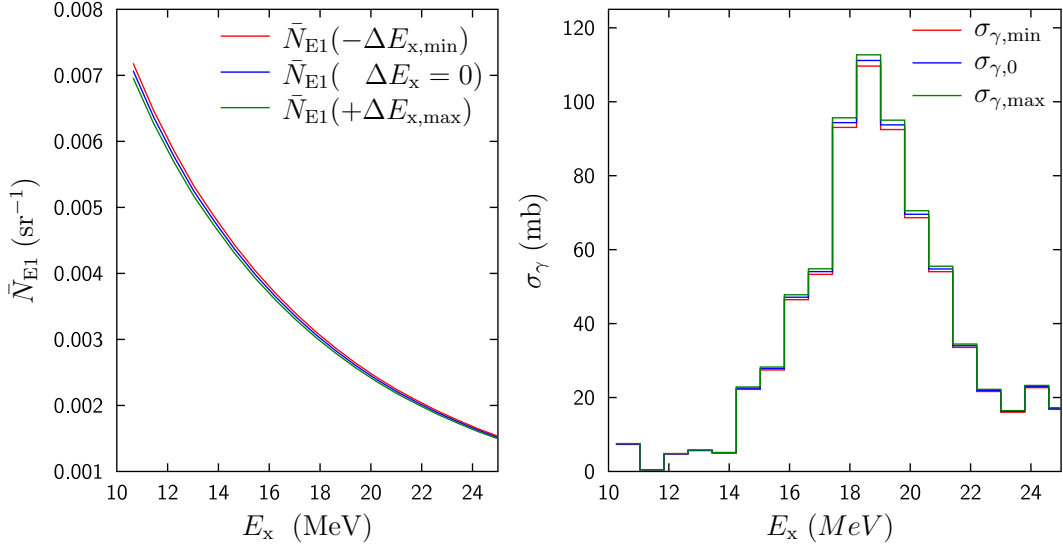


Abbildung A.1: Variation der virtuellen Photonenzahlen bei variierender Anregungsenergie. Links sind die virtuellen Photonenzahlen gezeigt, die sich ergaben, wenn die Anregungsenergien, die in die Berechnungen der Photonenzahlen eingingen, um einen konstanten Betrag von  $\Delta E_x = \pm 181$  keV verschoben wurden. Im Diagramm sind die Photonenzahlen jedoch über den Anregungsenergien des Falls  $\Delta E_x = 0$  aufgetragen. Rechts sind die daraus folgenden Unterschiede in den Photoabsorptionsquerschnitten zu sehen.

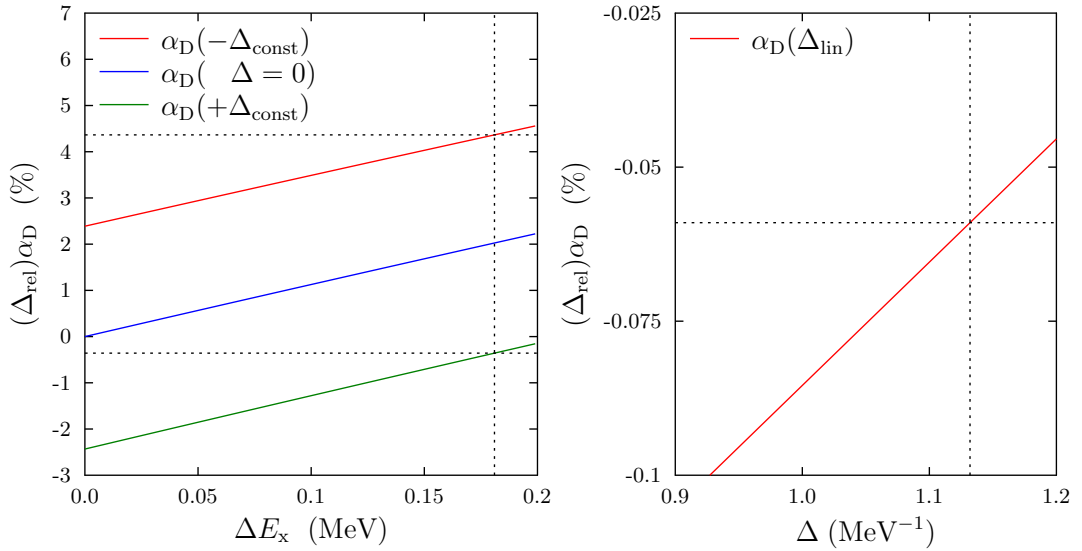


Abbildung A.2: Auswirkungen von systematischen Abweichungen in der Energiekalibrierung auf die elektrische Polarisierbarkeit. Im linken Diagramm wurden virtuelle Photonenzahlen und Photoabsorptionsquerschnitte jeweils mit einem konstanten Versatz  $\Delta = (-10; 0; +10)$  keV in der Anregungsenergie berechnet. Das rechte Diagramm zeigt den Fall, dass sich der Versatz linear mit der Anregungsenergie ändert.

## A.5 Auflösung der Energiespektren

Die Energieauflösung der Spektren ergab sich aus einer statistischen Untersuchung der Halbwertsbreiten ( $FWHM$ ) von bestimmten Linien aus allen sieben Spektren. An die Linien mussten sich Gaußfunktionen anpassen lassen und das Linienflächen-zu-Untergrund-Verhältnis musste größer-gleich 1,5 sein. Ausgeschlossen waren solche Linien, die außergewöhnlich breit erschienen. Dies sprach für eine Interferenz mindestens zweier Linien. Für die so erhobene Stichprobe an Halbwertsbreiten wurden der arithmetische und der logarithmische Mittelwert nebst ihren Standardabweichungen berechnet, siehe Abbildung A.3. Beide Mittelwerte weichen nur um 1,7 % voneinander ab. Jede der beiden Standardabweichungen ist deutlich kleiner als 50 %, was ein Indiz dafür wäre, dass nicht mehr von einer Gaußverteilung der Halbwertsbreiten ausgegangen werden kann. Daher wird als mittlere Auflösung das arithmetische Mittel von  $FWHM = (21 \pm 5)$  keV angegeben.

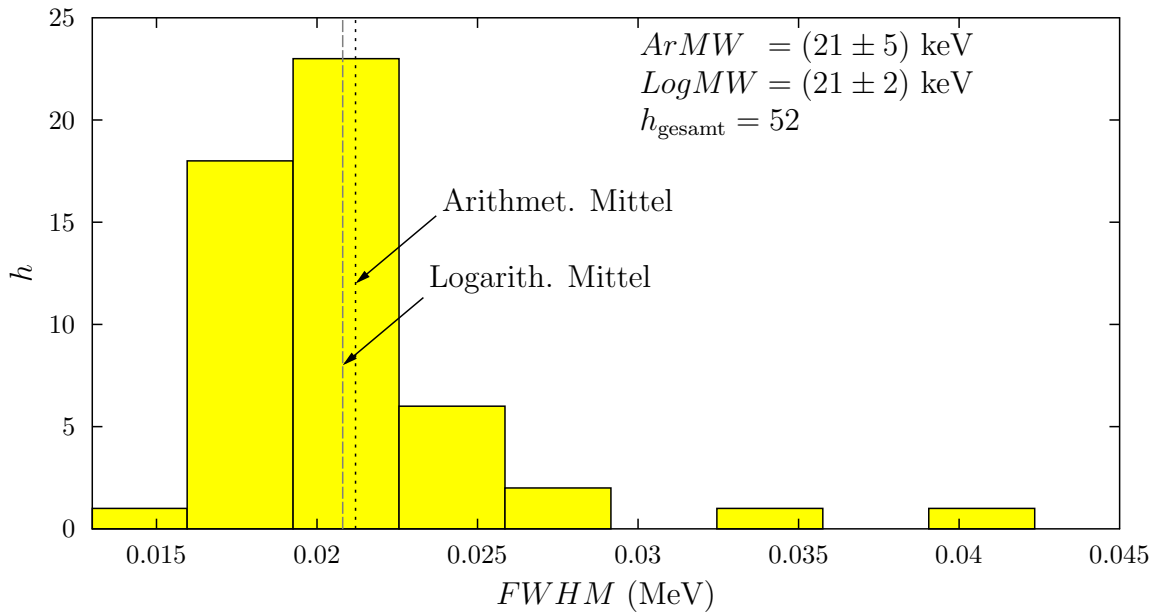


Abbildung A.3: Häufigkeitsverteilung der Halbwertsbreiten von Linien aus allen sieben Spektren, die durch Gaußfunktionen beschrieben werden konnten und für die das Linienflächen-zu-Untergrund-Verhältnis größer-gleich 1,5 war.

## A.6 Rückstoßkorrekturen

Die Anregungsstrukturen der Kerne  $^{16}\text{O}$  und  $^{12}\text{C}$  traten als Störnuklide in den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren auf, weshalb ihre experimentellen Daten benötigt wurden, um die  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren zu bereinigen. Wie die Abbildung A.4 zeigt, trug nur der Kern  $^{16}\text{O}$  nennenswert zum doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt im Bereich der Riesenresonanz des  $^{48}\text{Ca}$  von etwa  $E_x = 10$  MeV bis  $E_x = 26$  MeV bei. Dennoch wurden die  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren auch um die  $^{12}\text{C}$ -Beiträge korrigiert. Der absolute Anteil der Störnuklide an einem  $^{48}\text{Ca}$ -Spektrum wurde anhand von jeweils einer charakteristischen Linie aus dem zugehörigen  $^{16}\text{O}$ - und  $^{12}\text{C}$ -Spektrum bestimmt. Diese Linie musste im  $^{48}\text{Ca}$ -Spektrum ein möglichst großes Linien-zu-Untergrund-Verhältnis besitzen und sollte von Linien des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  ungestört sein. Aus den  $^{16}\text{O}$ -Spektren wurden die Linien des  $2^+$ -Zustands bei  $E_x = 6,9$  MeV gewählt, im Fall des Kerns  $^{12}\text{C}$  die Linien des  $1^+$ -Zustands bei  $E_x = 15,1$  MeV. Die Linienwahl entspricht nur insofern den Kriterien, als die Linien signifikant vom Untergrund unterscheidbar waren. Aber beide wurden durch andere Linien gestört. So zum Beispiel störte die Linie des  $3^-$ -Zustands des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  bei  $E_x = 7,0$  MeV die  $^{16}\text{O}$ -Linie bei  $E_x = 6,9$  MeV. Die Störungen durch andere Linien machten sich in den Winkelverteilungen der Wirkungsquerschnitte des Kerns  $^{12}\text{C}$  bzw.  $^{16}\text{O}$  erst bei höheren Streuwinkeln bemerkbar, wenn sie aus den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren extrahiert wurden. Dies ließ sich zeigen, indem die Winkelverteilungen der Wirkungsquerschnitte dieser Linien aus den reinen  $^{16}\text{O}$ - bzw.  $^{12}\text{C}$ -Spektren jeweils an die zugehörige Verteilung aus den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren angepasst wurden. Als Modellfunktion für die Winkelverteilungen in den reinen  $^{16}\text{O}$ - bzw.  $^{12}\text{C}$ -Spektren wurde ein Polynom dritten Grades gewählt und an die Daten angepasst. Der gesuchte Skalierungsfaktor ergab sich dann aus einer weiteren Anpassung des Polynoms an die entsprechende Winkelverteilung aus den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren, wobei nur die ersten vier ( $^{16}\text{O}$ ) bzw. fünf ( $^{12}\text{C}$ ) Winkel von sieben verwendet wurden. Der Grund für diese Einschränkung lag darin, dass die Verhältnisse zwischen den Wirkungsquerschnitten bei einem der ausgeschlossenen Winkel zu stark von den Verhältnissen an den vorigen Winkeln abwichen. Damit offenbarte sich, ab welchem Winkel und in welcher Stärke Störungen durch andere Linien auftraten. Die Abbildung A.5 verdeutlicht dieses Vorgehen. Auf die Angabe von Unsicherheiten wurde hier bewusst verzichtet. Der Grund dafür ist, dass die gezeigte Linie des Kerns  $^{16}\text{O}$  durch die  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren wandert, weil der  $^{16}\text{O}$ -Kern einen anderen Rückstoß erfährt als der  $^{48}\text{Ca}$ -Kern. Dabei überlagert sie sich mit den anderen Strukturen in ihrer Nähe, die bei der Entfaltung berücksichtigt werden müssen, damit die Linienfläche des Kerns  $^{16}\text{O}$  hinreichend genau bestimmt werden kann. Die Entfaltung mit mehreren Gaußfunktionen führt hier wegen der zudem noch schwachen Linien zu sehr großen Unsicherheiten für die Linienflächen. In die Anpassung des Polynoms gehen also nur die statistischen Schwankungen der Datenpunkte ein. Der so bestimmte Skalierungsfaktor wurde im weiteren als exakt und damit ohne Unsicherheit festgelegt. Für die  $^{12}\text{C}$ -Spektren betrug er  $c_{12\text{C}} = 0,0324$ , für die  $^{16}\text{O}$ -Spektren  $c_{16\text{O}} = 0,71$ . Die Qualität der Korrektur zeigt sich in der Abbildung A.6. Dort ist der Bereich um den  $2^+$ -Zustand des Kerns  $^{16}\text{O}$  bei  $E_x = 6,9$  MeV in einem  $^{48}\text{Ca}$ -Spektrum vor und nach der Korrektur zu sehen. Nach der Subtraktion verbleibt dort eine Linie bei etwa  $E_x = 7,0$  MeV. Ihr Profil entspricht an der Spitze nicht mehr ganz dem einer Gaußfunktion. Damit wird die Grenze der Leistungsfähigkeit des Verfahrens deutlich. Mit den gegebenen Daten war jedoch keine genauere Prozedur möglich. Analog wurden die  $^{12}\text{C}$ -Beiträge korrigiert.

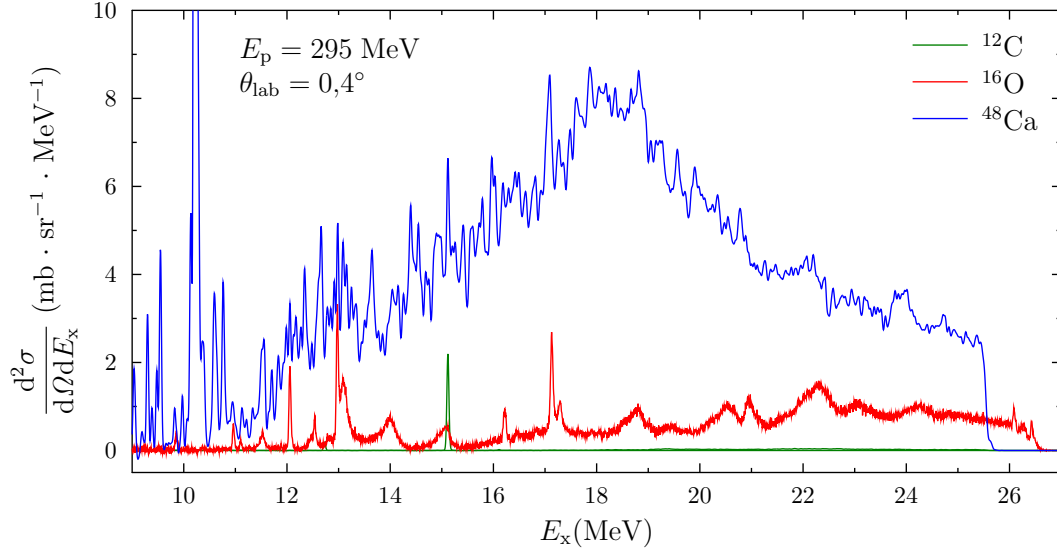


Abbildung A.4: Beiträge der Kerne  $^{16}\text{O}$  und  $^{12}\text{C}$  zu einem  $^{48}\text{Ca}$ -Spektrum. Die  $^{16}\text{O}$ - und  $^{12}\text{C}$ -Spektren sind bereits auf das richtige Maß skaliert. Sie zeigen damit ihren absoluten Anteil am  $^{48}\text{Ca}$ -Spektrum. Lediglich der Kern  $^{16}\text{O}$  trägt erkennbar im Bereich der Riesenresonanz bei.

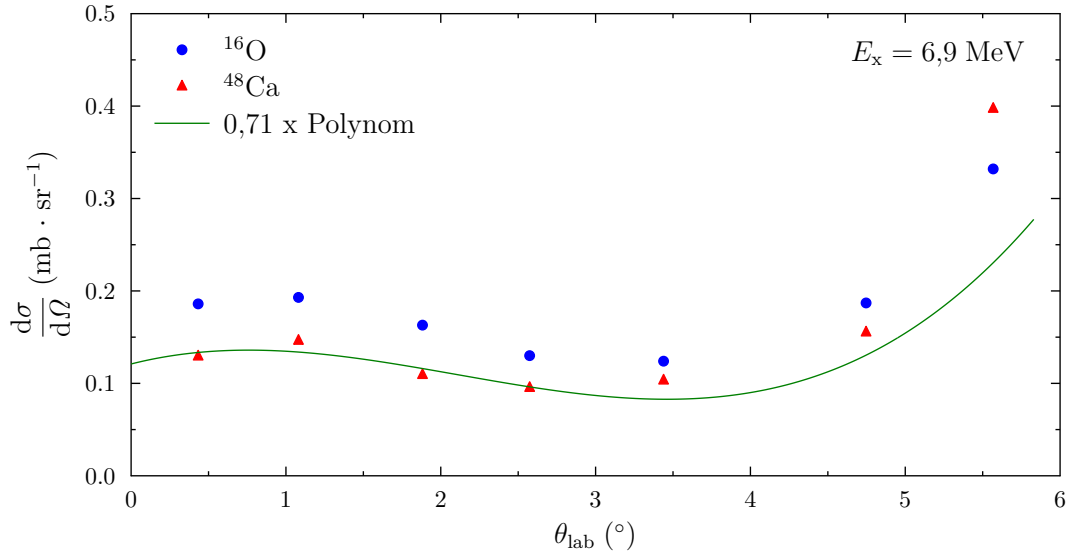


Abbildung A.5: Skalierung der Spektren der Störnuklide. Ein zunächst an die Winkelverteilung im Kern  $^{16}\text{O}$  angepasstes Polynom dritten Grades wird an die Winkelverteilung desselben Übergangs in den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren angepasst. Hieraus ergibt sich der Skalierungsfaktor, der auf die  $^{16}\text{O}$ -Spektren angewendet wurde, um die  $^{16}\text{O}$ -Beiträge zu den Wirkungsquerschnitten in den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren von diesen zu subtrahieren. Erkennbar wird der Einfluss von Störlinien bei den letzten drei Winkeln.

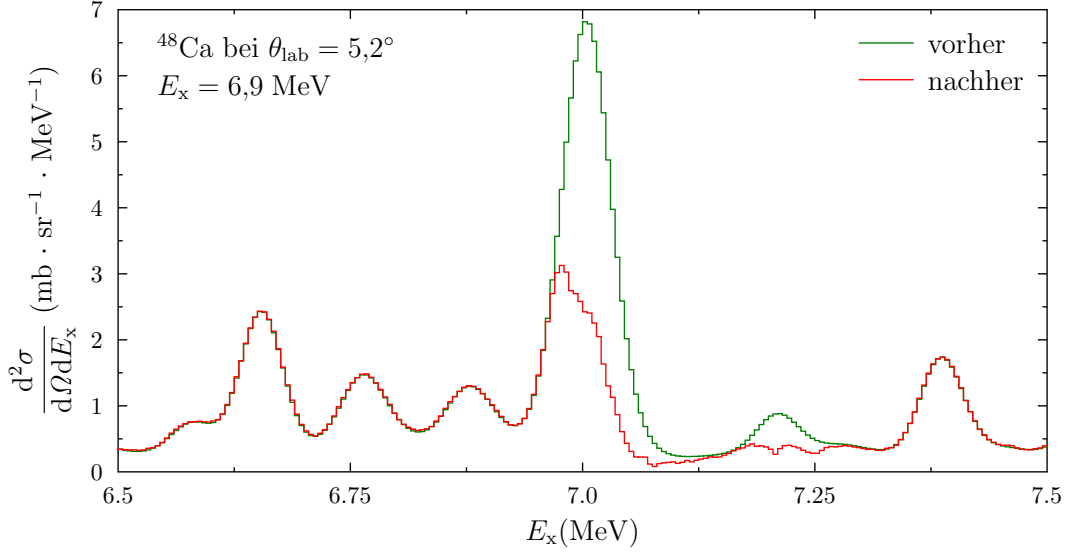


Abbildung A.6: Vergleich eines  $^{48}\text{Ca}$ -Spektrums vor der Korrektur um die  $^{16}\text{O}$ -Beiträge mit dem gleichen Spektrum nach der Korrektur. Gezeigt ist der Bereich um  $E_x = 6,9$  MeV, in dem eine dominante  $^{16}\text{O}$ -Linie liegt. Die Korrektur führt zu einer leichten Asymmetrie der verbleibenden Restlinie, die sich dem Kern  $^{48}\text{Ca}$  zuordnen lässt.

Da die Streuereignisse der Störnuklide zwangsläufig gemeinsam mit den Streuereignissen des  $^{48}\text{Ca}$  in das jeweilige Spektrum aufgenommen wurden, lagen die Ereignisse der Störnuklide in der Kinematik des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  gerechnet vor. Deshalb war es erforderlich, die  $^{12}\text{C}$ - und  $^{16}\text{O}$ -Spektren vor der Subtraktion um den Rückstoß des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  zu korrigieren. Die Anregungsenergie  $E_x$  eines Kerns, die einem Kanal im Spektrum zugeordnet wird, berechnet sich aus der Einschussenergie  $E_{p,0}$  der Projektile, der im Spektrometer gemessenen Energie  $E'_p$  der gestreuten Ejektile und der Rückstoßenergie des Kerns aus Gleichung A.3. Der Rückstoßterm  $E_{\text{rec}}$  verringert dabei die Anregungsenergie.

$$E_x = E_{p,0} - E'_p - E_{\text{rec}} \quad (\text{A.3})$$

Die Anregungsenergien in allen  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren dieser Arbeit wurden mit den Rückstoßenergien für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  berechnet. Das heißt, dass alle Kanäle in den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren, die auch die Beiträge der Kerne  $^{16}\text{O}$  und  $^{12}\text{C}$  enthielten, mit den Rückstoßtermen für den Kern  $^{48}\text{Ca}$  in Anregungsenergien umgerechnet worden waren. Wenn zum Beispiel ein Streuereignis aus der Reaktion  $^{48}\text{Ca}(p,p')$  im Kanal 5000 registriert wurde und gleichzeitig ein zweites Ereignis aus der Reaktion  $^{16}\text{O}(p,p')$ , so ist die Energie  $E'_p$ , die mit dem Spektrometer gemessen wird, in beiden Fällen gleich:  $E'_p(^{48}\text{Ca}) = E'_p(^{16}\text{O})$ . Für die Anregungsenergien jedoch gilt  $E_x(^{48}\text{Ca}) \neq E_x(^{16}\text{O})$ .

$$E_x(^{48}\text{Ca}) = E_{p,0} - E'_p(^{48}\text{Ca}) - E_{\text{rec}}(^{48}\text{Ca}) \quad (\text{A.4})$$

$$E_x(^{16}\text{O}) = E_{p,0} - E'_p(^{16}\text{O}) - E_{\text{rec}}(^{48}\text{Ca}) \quad (\text{A.5})$$

Der Rückstoßterm  $E_{\text{rec}}$  in Gleichung A.5 (blau) ist auf das  $^{16}\text{O}(p,p')$ -Ereignis bezogen ein Fehler. Hier müsste im Falle eines reinen  $^{16}\text{O}(p,p')$ -Experiments  $E_{\text{rec}}(^{16}\text{O})$  stehen. Da  $E'_p = E'_p(^{48}\text{Ca}) = E'_p(^{16}\text{O})$  gilt, wird aus den Gleichungen A.4 und A.5:

$$E_x(^{48}\text{Ca}) = E_{p,0} - E'_p - E_{\text{rec}}(^{48}\text{Ca}), \quad (\text{A.6})$$

$$E_x(^{16}\text{O}) = E_{p,0} - E'_p - E_{\text{rec}}(^{48}\text{Ca}). \quad (\text{A.7})$$

Nun sollen die  $^{16}\text{O}$ -Spektren kinematisch so korrigiert werden, dass zum Beispiel die Linie bei  $E_x = 6,9 \text{ MeV}$ , die durch die  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren wandert, in den  $^{16}\text{O}$ -Spektren immer an der gleichen Stelle wie in den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren steht. Vor der kinematischen Korrektur würde diese Linie in den reinen  $^{16}\text{O}$ -Spektren immer bei der gleichen Anregungsenergie  $E_x(^{16}\text{O})$  stehen. Nach der Korrektur würde sie nun auch in den  $^{16}\text{O}$ -Spektren durch den vermessenen Anregungsenergiebereich wandern, und zwar so wie in den  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren. Die Frage ist also, bei welcher Anregungsenergie  $E_x(^{16}\text{O}|^{48}\text{Ca})$  eine Struktur des reinen  $^{16}\text{O}$ -Spektrums im  $^{48}\text{Ca}$ -Spektrum auftritt. Unter der eingangs gemachten Annahme, dass die  $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ - und  $^{16}\text{O}(\text{p},\text{p}')$ -Ereignisse im gleichen Kanal gemessen werden, lassen sich die Gleichungen A.8 und A.9 für die Anregungsenergien im reinen  $^{16}\text{O}$ -Spektrum und im  $^{48}\text{Ca}$ -Spektrum kombinieren.

$$E_x(^{16}\text{O}) = E_{\text{p},0} - E'_{\text{p}} - E_{\text{rec}}(^{16}\text{O}) \quad (\text{reines } ^{16}\text{O} - \text{Spektrum}) \quad (\text{A.8})$$

$$E_x(^{16}\text{O}|^{48}\text{Ca}) = E_{\text{p},0} - E'_{\text{p}} - E_{\text{rec}}(^{48}\text{Ca}) \quad (^{48}\text{Ca} - \text{Spektrum}) \quad (\text{A.9})$$

Daraus folgt die Gleichung A.10, mit der die Anregungsenergie einer Struktur im reinen  $^{16}\text{O}$ -Spektrum in eine auf die Kinematik des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  angepasste Anregungsenergie berechnet werden kann.

$$E_x(^{16}\text{O}|^{48}\text{Ca}) = E_x(^{16}\text{O}) + E_{\text{rec}}(^{16}\text{O}) - E_{\text{rec}}(^{48}\text{Ca}) \quad (\text{A.10})$$

Die kinematischen Korrekturen für den Kern  $^{12}\text{C}$  wurden analog berechnet. Weitere kinematische Korrekturen waren nicht nötig, weil die Kerne  $^{12}\text{C}$  und  $^{16}\text{O}$  unter den gleichen Streu- und Spektrometerwinkeln gemessen worden waren wie der Kern  $^{48}\text{Ca}$ . Kinematische Rechnungen wurden nach [Mic64] durchgeführt.

Um die doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitte der Kerne  $^{16}\text{O}$  und  $^{12}\text{C}$  von einem  $^{48}\text{Ca}$ -Spektrum letztendlich subtrahieren zu können, wurden die  $^{12}\text{C}$ - und  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren mit der mittleren Halbwertsbreite der diskreten Linien aus dem  $^{16}\text{O}$ -Spektrum gefaltet. Von allen Spektren besaßen die  $^{16}\text{O}$ -Spektren die größten Halbwertsbreiten. Für jedes  $^{16}\text{O}$ -Spektrum wurde die Halbwertsbreite der Linie bei  $E_x = 6,9 \text{ MeV}$  als Grundlage für die Faltung der  $^{12}\text{C}$ - und  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren benutzt. Diese Halbwertsbreiten werden in Tabelle A.3 zusammengefasst.

Tabelle A.3: Halbwertsbreiten  $FWHM$  und Standardabweichungen  $s$  für die  $^{16}\text{O}$ -Linie bei  $E_x = 6,9 \text{ MeV}$  extrahiert aus den  $^{16}\text{O}$ -Spektren. Benutzt wurden die Standardabweichungen, um die  $^{12}\text{C}$ - und  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren damit zu falten.

Spektrum	$E_x$ (MeV)	$FWHM$ (MeV)	$s$ (MeV)
1600	6,894	0,042	0,018
1601	6,893	0,044	0,019
1602	6,888	0,043	0,018
1603	6,894	0,042	0,018
1604	6,894	0,050	0,021
1605	6,894	0,045	0,019
1606	6,898	0,047	0,020



## A.7 Unsicherheiten der Wirkungsquerschnitte beim Neuklassieren der Spektren

Im Verlauf der Arbeit fiel auf, dass sich die Unsicherheiten der Wirkungsquerschnitte zweier Winkelverteilungen signifikant voneinander unterschieden, obwohl die Wirkungsquerschnitte etwa gleich groß waren. In der Abbildung A.7 sind diese beiden Winkelverteilungen zu sehen. Der Vergleich wirft die Frage auf, weshalb die absoluten Unsicherheiten bei  $E_x = 10,22$  MeV deutlich größer sind als bei  $E_x = 18,6$  MeV. Die Ursache liegt in der Neuklassierung der Kanalinhalt. In der Abbildung A.7 ist gezeigt, wie mehrere Kanäle eines ursprünglichen Spektrums, die ihrerseits wieder als Klassen aufgefasst werden können, zu einer neuen Klasse zusammengefasst werden. Diese neue Klasse ist durch rote Grenzen hervorgehoben. Im Folgenden werden die Begriffe Klasse und Kanal synonym benutzt. Die Kanalinhalt stellen sowohl bei dem neuklassierten Spektrum, als auch bei dem ursprünglichen einen Wirkungsquerschnitt  $\Delta\sigma$  pro Energiebereich  $\Delta E$  dar. Dieser Energiebereich ist die Breite einer Klasse. Vor der Neuklassierung haben die Klassen eine Breite  $\Delta E_i$ , danach  $\Delta E'_j$ .

Der totale Wirkungsquerschnitt des originalen Spektrums im rot gekennzeichneten Bereich muss erhalten bleiben. Daher muss die Fläche  $\Delta F'_j$  der neuen Klasse gleich der Summe der Einzelflächen  $\Delta F_i$  aus dem ursprünglichen Spektrum sein, siehe Gleichung A.11.

$$\Delta F'_j = \sum_{i=1}^N \Delta F_i \quad (\text{A.11})$$

Unter der vereinfachenden Annahme, dass die Klassenbreiten für alle  $i$  und für alle  $j$  gleich sind, folgt eine Proportionalität zwischen der Summe der Klasseninhalte  $\Delta F_i/\Delta E_i$  und dem neuen Klasseninhalt  $\Delta F'_j/\Delta E'_j$ :

$$\frac{\Delta F'_j}{\Delta E'_j} = \frac{\Delta E_i}{\Delta E'_j} \left( \sum_{i=1}^N \frac{\Delta F_i}{\Delta E_i} \right). \quad (\text{A.12})$$

Diese neue Fläche  $\Delta F'_j$  verteilt sich auf die Breite  $\Delta E'_j$  des neuen Energiebereichs nach Gleichung gemäß:

$$\frac{\Delta F'_j}{\Delta E'_j} = \frac{\sum_{i=1}^N \Delta E_i \frac{\Delta F_i}{\Delta E_i}}{\Delta E'_j}. \quad (\text{A.13})$$

Die Unsicherheit für den neuen Klasseninhalt soll hier mit der Gaußschen Fortpflanzung von Messunsicherheiten berechnet werden, siehe Gleichung A.14.

$$u \left( \frac{\Delta F'_j}{\Delta E'_j} \right) = \frac{\Delta E_i}{\Delta E'_j} \sqrt{\left( \sum_{i=1}^N u^2 \left( \frac{\Delta F_i}{\Delta E_i} \right) \right)}. \quad (\text{A.14})$$

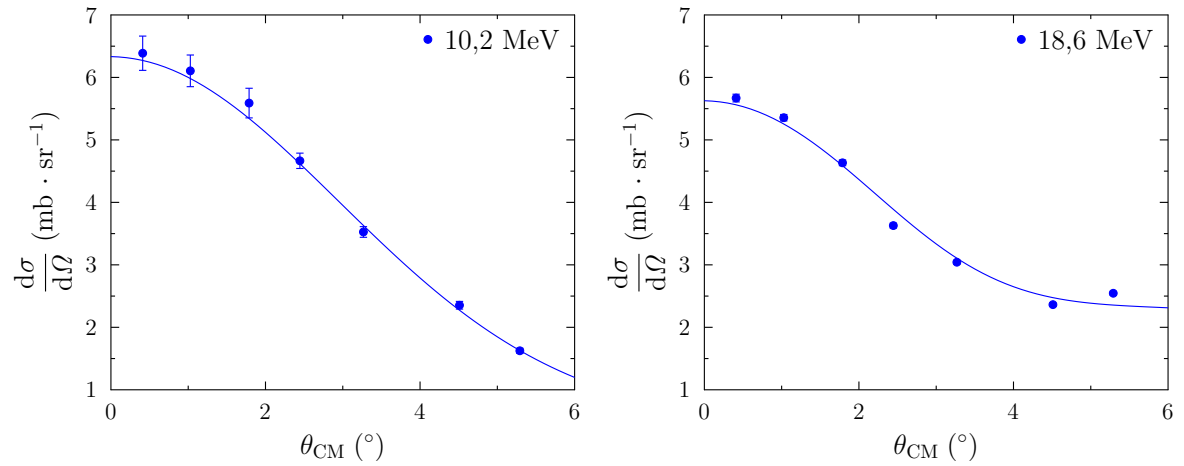


Abbildung A.7: Auswirkungen einer Neuklassierung eines Spektrums auf Winkelverteilungen. Die Winkelverteilung in der linken Graphik wurde vor der Neuklassierung erzeugt. Die Graphik rechts daneben entstand danach. Die Wirkungsquerschnitte beider Verteilungen liegen bei jeweils gleichem Winkel in der gleichen Größenordnung, besitzen aber signifikant unterschiedlich große Unsicherheiten.

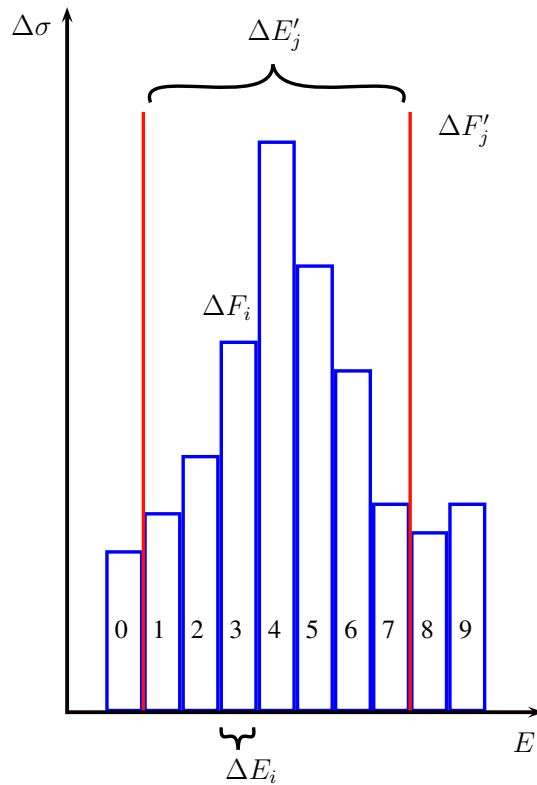


Abbildung A.8: Methode der Neuklassierung. Der Flächeninhalt  $\Delta F'_j$  der  $j$ -ten neuen Klasse setzt sich aus den Flächen  $\Delta F_i$  der alten Klassen  $i = 1, \dots, 7$  zusammen. Eine neue Klasse hat die Breite  $\Delta E'_j$ , eine alte  $\Delta E_i$ .

Im vorliegenden Fall der  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren beträgt die Proportionalitätskonstante

$$\Delta E_i / \Delta E'_j = 5 \text{ keV} / 781 \text{ keV} \approx 0,0064.$$

Damit liegt  $N$  in der Größenordnung von  $N = 781 \text{ keV} / 5 \text{ keV} \approx 156$ . Die neue Klasse entsteht also durch das Zusammenfassen von 156 ursprünglichen Klassen. Wenn sich zeigen lässt, dass die Unsicherheiten der meisten ursprünglichen Klasseneinhalte größer sind als die Unsicherheit der neuen Klasse, so wird verständlich, weshalb sich die Unsicherheiten der Datenpunkte in den beiden Graphen der Abbildung A.7 merklich unterscheiden. Denn in dem linken Graphen ist die Winkelverteilung des prominenten Spin-M1-Übergangs bei  $E_x = 10,22 \text{ MeV}$  gezeigt, für dessen Auswertung einfach über alle Kanalinhalt des interessierenden Bereichs eines Spektrums summiert und anschließend die Gaußsche Fortpflanzung von Messunsicherheiten angewendet wurde, um die Unsicherheit eines Datenpunkts zu bestimmen. Im rechten Graphen dagegen ist eine Winkelverteilung zu sehen, die nach der Neuklassierung erstellt wurde. Ihre Datenpunkte tragen deutlich kleinere Unsicherheiten, weil die Neuklassierung die Unsicherheiten der Wirkungsquerschnitte herunterskaliert. Die Unsicherheiten der neuen Klassen stammen aus Monte-Carlo-Simulationen (MC), die unter der Annahme liefen, dass die Klasseneinhalte eines Spektrums statistisch unabhängig sind.

Um diesen Effekt unabhängig zu untersuchen, wurde eine  $^{152}\text{Eu}$ -Quelle auf einem Germaniumdetektor vermessen, einmal mit einer Auflösung von 8000 Kanälen (8k) und ein weiteres Mal mit 2000 Kanälen (2k). Dabei wurde darauf geachtet, in etwa die gleiche Gesamtzahl an Ereignissen in beiden Spektren zu sammeln (2064686 (2k), 2093404 (8k)  $\rightarrow \Delta = 1,4 \%$ ). Anschließend wurde das Spektrum mit den 8000 Kanälen auf 2000 Kanäle (8k-2k) neuklassiert. Die Methode bestand darin, zunächst die Ereigniszahlen  $N$  in Ereigniszahlen pro Energieklasse  $dN/dE_x$  umzurechnen, dann die Verteilung durch einen Spline zu beschreiben, und diesen zu benutzen, um über die Anfangs- und Endpunkte einer jeden neuen Energieklasse zu integrieren.

Aus diesen drei Spektren wurde je ein Bereich ausgewählt und näher untersucht, siehe Abbildung A.9. Im oberen Diagramm dieser Abbildung sind die Ereigniszahlen der drei Spektren über der Anregungsenergie  $E_x$  aufgetragen. Das neuklassierte 8k-2k-Spektrum besitzt praktisch die gleichen Unsicherheiten wie das gemessene 2k-Spektrum. Diese sind größer als im Falle des gemessenen 8k-Spektrums. Hiermit ist außerdem ein Indiz gefunden, dass die Klasseneinhalte eines Spektrums als statistisch unabhängig betrachtet werden können, weil dies als Annahme in die MC einging. Das untere Diagramm zeigt die Ereigniszahlen pro Energieklasse  $dN/dE_x$ . Hier kehren sich die Verhältnisse, was die Unsicherheiten angeht, um.

Die Unsicherheiten des neuklassierten Spektrums 8k-2k sind sichtbar kleiner als im Falle des ursprünglichen Spektrums 8k. Der Grund für diese Umkehr der Verhältnisse liegt in dem Verhältnis der Klassenbreiten nach Gleichung A.14, das die Unsicherheiten entsprechend skaliert.

Diese Erkenntnisse wurden anschließend an einem der  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren überprüft. Dazu wurde ein Bereich von 156 Klassen um den prominenten Spin-M1-Übergang bei  $E_x = 10,22 \text{ MeV}$  ausgewertet. Die Klasse bei  $E_x = 10,22 \text{ MeV}$  bildete den Mittelpunkt des Bereichs. Damit war garantiert, dass sich die Klasseneinhalte stark änderten. Das erschien sinnvoll, weil so eine Vielzahl unterschiedlich großer Unsicherheiten eingingen. Die Klassen wurden zu einer neuen gemäß der Gleichung A.13 zusammengefasst und die Unsicherheit nach Gleichung A.14 berechnet. Die Breite einer Klasse änderte sich damit von  $\Delta E = 5 \text{ keV}$  auf  $\Delta E' = 781 \text{ keV}$ . Eine Auswertung der Unsicherheiten ergab, dass die Unsicherheiten von 125 ursprünglichen Klassen größer als die der neuen Klasse waren. Damit wird deutlich, dass die Summe der Unsicherheitsquadrate unter

der Wurzel in Gleichung A.14 hinreichend groß werden kann, dass die Unsicherheit des neuen Werts kleiner ist als die meisten der ursprünglichen Klassen.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen reichen aus, um den Effekt unterschiedlicher Unsicherheiten bei annähernd gleichen Wirkungsquerschnitten in Abbildung A.7 zu erklären. Dennoch gibt die Neuklassierung Anlass zur Kritik. Sie führt zu deutlich verkleinerten Unsicherheiten der Wirkungsquerschnitte bei nahezu gleichen Absolutwerten, ohne dass zusätzliche Informationen zum Beispiel durch ergänzende Messdaten eingeflossen sind. Wären die Spektren noch vor der Auswertung des Spin-M1-Übergangs neuklassiert worden, so besäßen die Datenpunkte der zugehörigen Winkelverteilung deutlich kleinere Unsicherheiten. Da die Unsicherheiten in die Multipolentfaltungen eingingen, wären die Ergebnisse je nach verwendetem Satz von Unsicherheiten unterschiedlich ausgefallen. Bei der Auswertung der Spin-M1-Stärke wurden die Spektren daher nicht neuklassiert. Im Fall der Riesenresonanz war dies aber erforderlich, um E2-Beiträge zum experimentellen Wirkungsquerschnitt korrigieren zu können. Hier wurden die Unsicherheiten der Ergebnisse aus den Multipolentfaltungen durch ihre Streuung in Abhängigkeit von der jeweils verwendeten Modellverteilung festgelegt. Die Variation der Ergebnisse infolge unterschiedlicher Unsicherheiten an den experimentellen Wirkungsquerschnitten war gegenüber ihrer modellabhängigen Streuung vernachlässigbar.

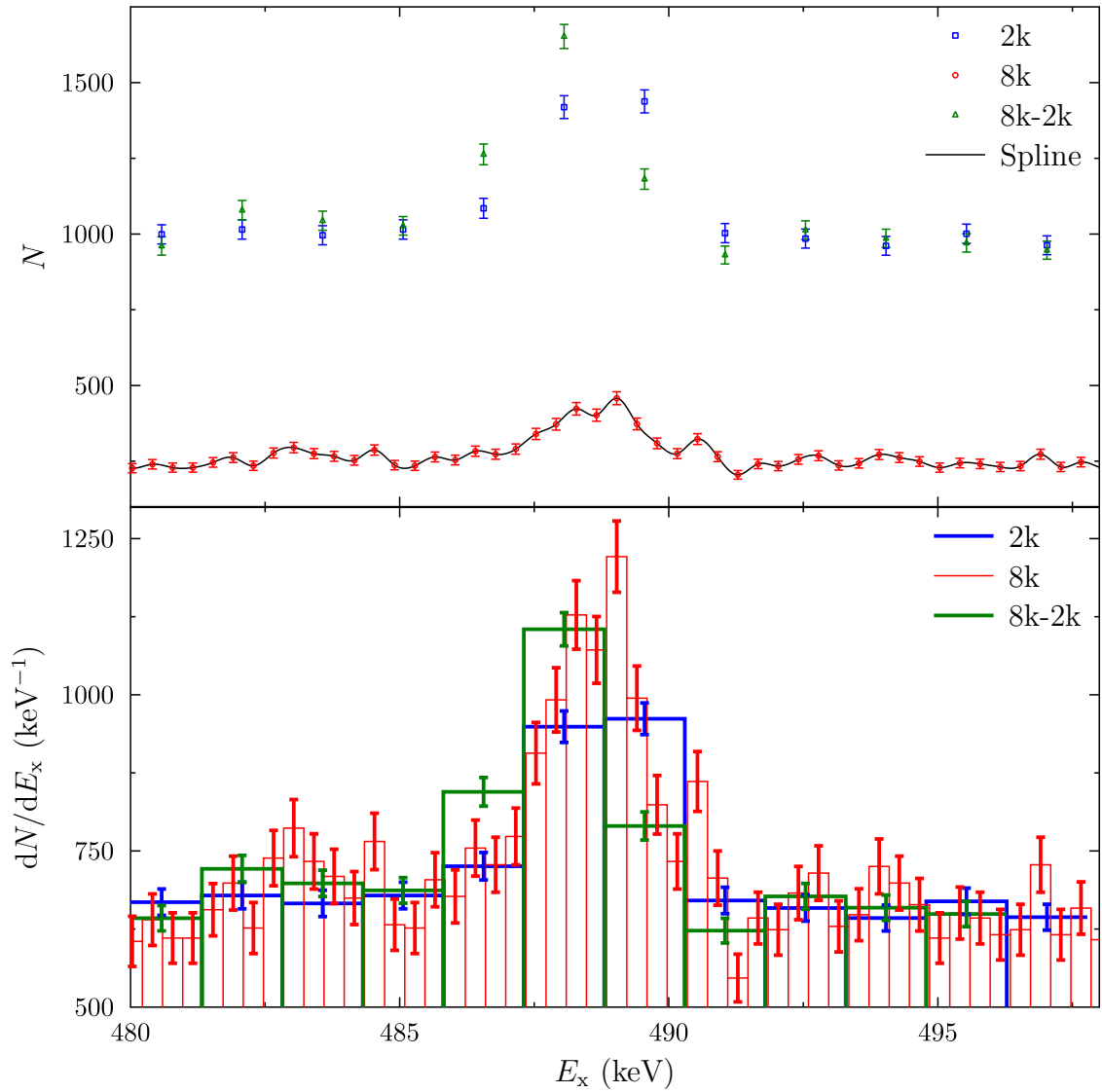


Abbildung A.9: Experimentelle Untersuchung des Effekts der Neuklassierung eines Spektrums auf die Unsicherheiten. Im oberen Diagramm sind drei Impulsspektren einer  $^{152}\text{Eu}$ -Quelle zu sehen. Die Spektren 2k und 8k wurden mit einem Germanium-Detektor gemessen. Das Spektrum 8k-2k entstand aus einer Neuklassierung des Spektrums 8k, indem die 8000 Kanäle zu 2000 zusammengefasst und eine MC für die Unsicherheiten gerechnet wurde. Der Vergleich von 2k mit 8k-2k zeigt, dass die Unsicherheiten praktisch gleich groß sind, wie es zu erwarten ist, wenn die Kanalinhalt statistisch unabhängig sind. Im unteren Diagramm sind die gleichen Spektren zu sehen mit dem Unterschied, dass hier  $dN/dE_x$  aufgetragen wurde. Der Vergleich der Unsicherheiten zeigt, dass die Neuklassierung zu einer Reduktion der Unsicherheiten führt, für nähere Details siehe Text.

## A.8 Abschätzung systematischer Abweichungen von Messgrößen aus endlich genauen Messungen

Allgemein lässt sich diese Situation wie folgt beschreiben. Daten seien als  $\Delta y/\Delta x$  an der Stelle  $x_0$  gemessen worden und sollen mit dem Modell  $df/dx$  an der gleichen Stelle verglichen werden. Damit das sinnvoll möglich ist, muss das Modell über den Bereich  $\Delta x$  integriert und anschließend gemittelt werden, siehe Gleichung A.15.

$$\frac{y(x_0 + \Delta x/2) - y(x_0 - \Delta x/2)}{\Delta x} = \frac{\int_{x_0 - \Delta x/2}^{x_0 + \Delta x/2} dx \frac{df}{dx}}{\int_{x_0 - \Delta x/2}^{x_0 + \Delta x/2} dx} \quad (\text{A.15})$$

Unter der Annahme, dass die zweite Ableitung des Modells an der Stelle  $x_0$  vernachlässigbar sei, ergibt eine Entwicklung des Modells in eine Taylorreihe und eine anschließende Integration, dass die Differenz zwischen Modell und Daten von dem Produkt aus erster Ableitung des Modells an der Stelle  $x_0$  und dem Intervall  $\Delta x$  abhängt, siehe Gleichung A.16. Das bedeutet, dass die Abweichungen zwischen Realität und Modell um so kleiner sind, je flacher das Modell und je kleiner der betrachtete endliche Integrationsbereich im Experiment ist.

$$\left| \frac{\Delta y}{\Delta x} - \frac{df}{dx} \right| \propto \left| \frac{d}{dx} \left( \frac{df}{dx} \right) \right|_{x_0} \cdot \Delta x \quad (\text{A.16})$$

Die Bilder in Abbildung A.10 zeigen zwei Modellverteilungen mit unterschiedlichen Verläufen in blau. Die Histogramme geben den Prozess der Integration dieser Modelle (rechte Seite von Gleichung A.15) über bestimmte Bereiche  $\Delta x = \Delta\theta$  in willkürlichen Einheiten von  $\epsilon \in \mathbb{R}^{>0}$  und die anschließende Mittlung über diese wieder. Dabei ist die Konvention benutzt worden, dass der so errechnete Wert in der Mitte des Integrationsbereichs aufgetragen wird.

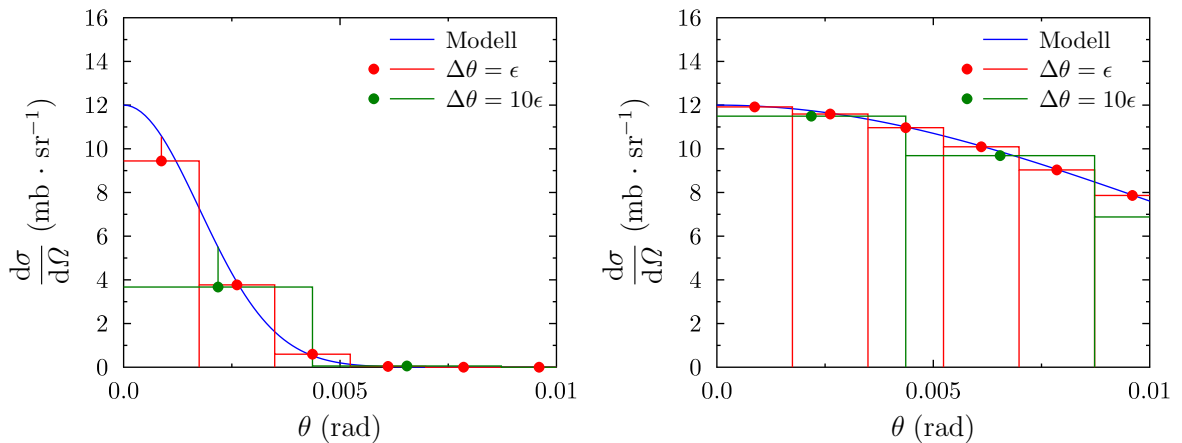


Abbildung A.10: Abweichung einer integralen Größe für Funktionen mit unterschiedlicher Steigung. Beim Vergleich der beiden Modellverteilungen (blau) und ihrer Histogramme nach Gleichung A.15 wird die Abhängigkeit der Fehleinschätzung durch das Experiment von der Steigung des Modells und von dem durch das Experiment bestimmten Bereich  $\Delta x$  deutlich. Näheres siehe Text.

Die zusätzlich eingetragenen Punkte machen dies deutlich. Die Differenz zwischen einem solchen Punkt und dem Funktionswert des Modells an dieser Stelle (rote und grüne vertikale Linien) gibt den Betrag an, um den der Wert des Modells im Experiment falsch eingeschätzt wird. Gerade im Vergleich mit dem rechten Bild wird die Abhängigkeit dieser Fehleinschätzung von der Steigung des Modells und von dem durch das Experiment bestimmten Bereich  $\Delta x$  deutlich.

## A.9 Korrektur von Beiträgen aus E2-Übergängen

Im Bereich der IVGDR befindet sich im Kern  $^{48}\text{Ca}$  eine Anhäufung von isoskalarer E2-Stärke. Dabei handelt es sich um die isoskalare Quadrupol-Riesenresonanz (ISGQR) mit  $\Delta L = 2$  und  $\Delta T = 0$  sowie  $\Delta S = 0$ . Sie ist in allen Nukliden mit  $16 \leq A \leq 238$  beobachtet worden. Ab einer Massenzahl von  $A > 64$  nimmt die vorher fragmentierte Stärke ein Gauß-förmiges oder Lorentz-artiges Profil an. Das Maximum der ISGQR wird reproduziert durch [Har01]:

$$E_x = 64,7 \cdot A^{-1/3} \cdot \text{MeV}. \quad (\text{A.17})$$

Im Kern  $^{48}\text{Ca}$  wurde die ISGQR mit einem  $(\alpha, \alpha')$ -Experiment vermessen [Lui11], siehe Abbildung A.11. Dort ist der relative Anteil an der energiegewichteten E2-Summenregel zu sehen. Gemäß der Gleichung A.17 sollte das mögliche Maximum der ISGQR bei  $E_x = 17,8$  MeV liegen. Wie in der Abbildung zu erkennen ist, kommt es in der Nähe dieser Stelle tatsächlich zu einem Maximum.

Allgemein ist die multipolabhängige energiegewichtete Summenregel (EWSR) definiert durch [Boh79]:

$$S(F\lambda) \equiv \sum_k (E_k - E_0) \cdot B_k(E_\lambda | 0 \rightarrow k). \quad (\text{A.18})$$

Der Kern wird vom Grundzustand ausgehend in  $k$  Endzustände mit der Energie  $E_k$  angeregt. Hier bezeichnet  $E_0$  die Grundzustandsenergie und  $\lambda$  ist die Multipolordnung mit  $\lambda = 0, 1, 2, \dots$ . Für  $\lambda \geq 2$  gilt [Kam97]:

$$S^{\text{IS}}(E\lambda) = \frac{\hbar^2 e^2}{8\pi m_p} \cdot (\lambda(2\lambda + 1)^2) \cdot \frac{Z^2}{A} \langle r^{2\lambda-2} \rangle_p. \quad (\text{A.19})$$

Dabei ist  $\langle r^{2\lambda-2} \rangle_p$  der mittlere Radius der Protonen im Anfangszustand und  $m_p$  die Masse eines Protons. Die E2-Summenregel hängt damit von der Wellenfunktion des Kerns im Grundzustand ab und benötigt daher in der Regel die Annahme eines Kernmodells.

Im Verlauf der Arbeit wurde deutlich, dass eine Entfaltung der Wirkungsquerschnitte im Bereich der Riesenresonanz in Beiträge von verschiedenen Multipolordnungen nur dann sinnvoll durchgeführt werden kann, wenn die Anzahl der Freiheitsgrade in den Anpassungen verringert wird. Dies ist auf die geringe Anzahl an Datenpunkten zurückzuführen. Daher wurden die Spektren noch vor der Multipolanalyse von isoskalaren E2-Beiträgen zum Wirkungsquerschnitt bereinigt. Die Grundlage für den Abzug dieser isoskalaren Beiträge waren die Daten aus der  $(\alpha, \alpha')$ -Messung des Kerns  $^{48}\text{Ca}$ . Jeder Kanal dieses Spektrums hatte eine Breite  $\Delta E' \approx 780$  keV und enthielt einen relativen Anteil  $\alpha_{S_2}(E_x)$  an dem Wert  $S_{2,t}$  der voll ausgeschöpften energiegewichteten Summenregel.

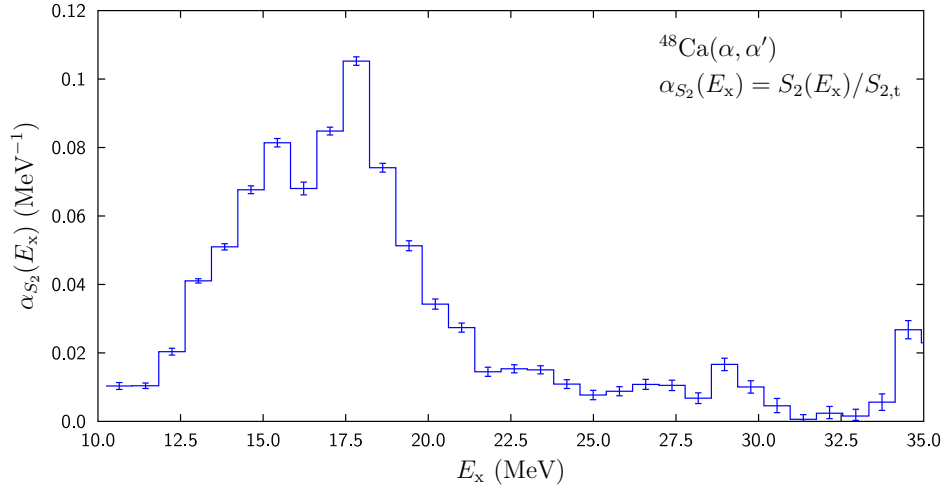


Abbildung A.11: Relative Anteile an dem Wert der voll ausgeschöpften E2-Summenregel für die  $(\alpha, \alpha')$ -Messung am  $^{48}\text{Ca}$  von ([Lui11]).

Der wesentliche Schritt, um von diesen Daten ausgehend doppelt differentielle Wirkungsquerschnitte der Form  $d^2\sigma/d\Omega dE_x$  als Funktion von  $(E_x|\theta_{\text{c.m.}})$  zu berechnen, bestand darin, die kinematisch korrigierte Winkelverteilung des Übergangs in den  $2^+$ -Zustand bei  $E_x = 15,8$  MeV mit dem Verhältnis aus E2-Übergangsstärke  $B(\text{E2}|E_x)$  und gesamter Übergangsstärke  $B_t(\text{E2})$  zu skalieren. Der Grund für diese Skalierung liegt in der Struktur des Übergangsoperators. Da in diesem Fall praktisch nur 1-Teilchen-1-Loch-Anregungen stattfinden, kann eine solche Proportionalität zwischen Übergangsstärke und Wirkungsquerschnitt angenommen werden.

Aus den relativen E2-Anteilen  $\alpha_{S_2}(E_x)$  an der totalen EWSR  $S_{2,t}$  wurde mit Hilfe ihres Werts aus [Schw00] ( $9366,0 e^2\text{fm}^4\text{MeV}$ ) der absolute Anteil  $S_2(E_x)$  ausgerechnet. Dieser lässt sich als das Produkt aus Anregungsenergie  $E_x$  und Übergangsstärke  $B(\text{E2}|E_x)$  auffassen. Wenn das Verhältnis  $B(\text{E2}|E_x)/B_t(\text{E2})$  gesucht ist, wird noch die totale Übergangsstärke  $B_t(\text{E2}) = 2080 e^2\text{fm}^2$  benötigt, die aus der QPM-Rechnung unter der Annahme entnommen wurde, dass der Übergang in den  $2^+$ -Zustand nahezu die gesamte Stärke ausmacht. So ergibt sich der gesuchte Skalierungsfaktor aus folgender Gleichung:

$$\frac{B(\text{E2}|E_x)}{B_t(\text{E2})} = (4,5 \text{ MeV}) \cdot \frac{\alpha_{S_2}(E_x) \cdot \Delta E_x}{E_x}. \quad (\text{A.20})$$

Für jede Energieklasse wurde mit den X-Y-Amplituden der Wellenfunktion für den  $2^+$ -Zustand eine eigene DWBA-Rechnung durchgeführt, um dem kinematischen Unterschied durch die verschiedenen Anregungsenergien der Klassen Rechnung zu tragen. Jede dieser Winkelverteilungen wurde hierauf mit ihrem zugehörigen Korrekturfaktor aus Gleichung A.20 skaliert. Die doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitte wurden direkt aus den einfach differentiellen Wirkungsquerschnitten dieser Winkelverteilungen berechnet. Auf eine Integration über den Raumwinkel der  $(p,p')$ -Messung mit anschließender Mittlung über diesen wurde wegen des verhältnismäßig flachen Verlaufs der Winkelverteilungen verzichtet, siehe Abschnitt 6.1 auf Seite 162.

Die Abbildung A.12 zeigt den Vergleich der skalierten Winkelverteilung bei  $E_x = 14,7$  MeV mit der E2-Winkelverteilung aus einer Entfaltung bei derselben Energie. Die Winkelverteilungen



liegen in der gleichen Größenordnung, womit obige Methode nicht im Widerspruch zu den (p,p')-Daten steht. Ihre Unterschiede erklären sich zum einen daraus, dass in dieser Entfaltung kein Untergrund berücksichtigt und die E2-Modellwinkelverteilung der Entfaltung mit einer Energie von  $E_x = 15,8$  MeV berechnet wurde.

Die Subtraktion von den ursprünglichen (p,p')-Spektren war erst möglich, nachdem diese neu klassiert worden waren. Die ursprüngliche Klassenbreite von  $\Delta E = 5$  keV wurde auf etwa  $\Delta E' = 781$  keV vergrößert. Die Klassenbreite der Daten war dabei von Klasse zu Klasse leicht verschieden. Dies wurde jedoch bei der Neuklassierung berücksichtigt, die in Abbildung A.12 zu sehen ist. Die Neuklassierung der Daten führt zu dem Effekt, dass die Unsicherheit des Flächeninhalts einer neuen breiteren Klasse kleiner ist, als es im Rahmen einer Fortpflanzung von Messunsicherheiten durch das Neuklassieren zu erwarten ist. Darauf ist im Abschnitt A.7 auf Seite 157 eingegangen worden. Das Ergebnis der Umwandlung in Spektren mit doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitten ist in der Abbildung A.13 für den ersten und letzten Streuwinkel bei  $\theta_{\text{lab}} = 0,4^\circ$  und  $\theta_{\text{lab}} = 5,15^\circ$  zu sehen.

Der Anstieg der E2-Wirkungsquerschnitte zu höheren Streuwinkeln ist dem Umstand geschuldet, dass bereits die E2-Modellwinkelverteilung, die für die Umrechnung benutzt wurde, ein solches Verhalten zeigt, siehe Abbildung A.12 links und Abbildung A.13. An dieser Stelle geht also eine Modellabhängigkeit ein, deren Effekt in dieser Arbeit als vernachlässigbar angesehen wurde, wie der Vergleich der E2-Modellwinkelverteilungen aus Abbildung 7.4 auf Seite 95 zeigt.

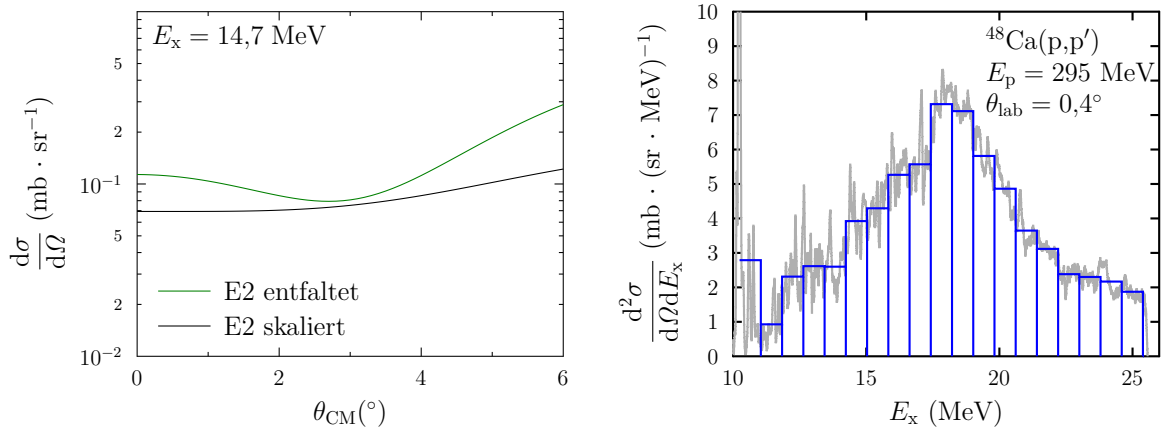


Abbildung A.12: E2-Winkelverteilungen und Neuklassierung. Links: Vergleich zwischen der nach Gleichung A.20 skalierten E2-Winkelverteilung und der E2-Winkelverteilung aus einer Entfaltung bei derselben Energie. Rechts: Um die E2-Beiträge zum Wirkungsquerschnitt subtrahieren zu können, mussten die  $^{48}\text{Ca}$ -Spektren neu klassiert werden.

## A.10 Extraktion von Wirkungsquerschnitten

Im Verlauf der Auswertung stellte sich heraus, dass die gesuchten Wirkungsquerschnitte teils merklich auf kleine Veränderungen in dem Analyseverfahren reagierten. Die Schwankungen betrugen zum Beispiel bis zu 15 %, je nachdem wie die Linienfläche des  $1^+$ -Zustands bestimmt wurde und die Anpassung einmalig oder im Rahmen einer Monte-Carlo-Simulation erfolgte. In den Anpassungen wurden die Datenpunkte mit ihren Unsicherheiten statistisch gewichtet.

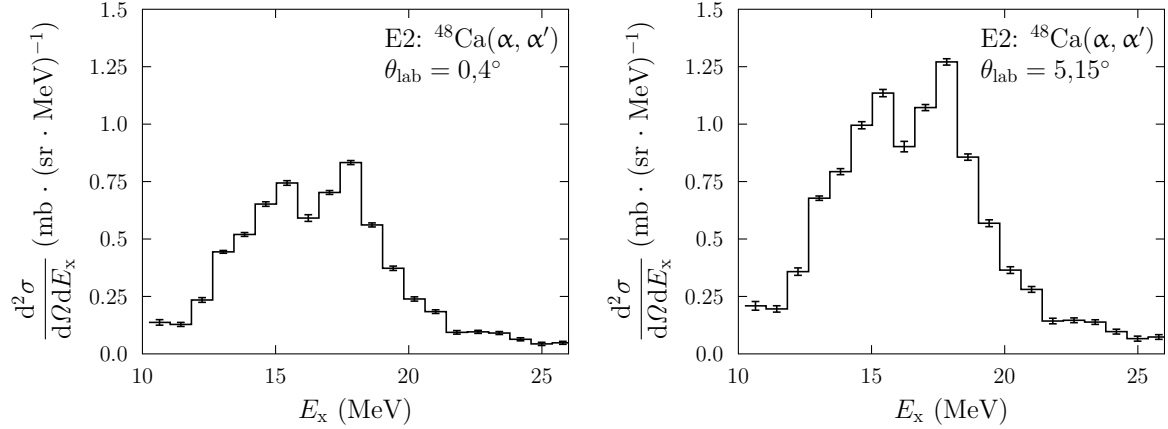


Abbildung A.13: Verteilung des doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitts für die ISGQR des Kerns  $^{48}\text{Ca}$ .

Daraus ergab sich die Frage, welches Verfahren robust gegen Schwankungen in den Eingangsdaten ist. Um diese Frage zu beantworten, wurden die Wirkungsquerschnitte bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  auf zwei verschiedenen Wegen bestimmt, einmal durch eine einmalige Anpassung der Modellkurve und ein weiteres Mal im Rahmen einer Monte-Carlo-Simulation. Die Unsicherheit des Wirkungsquerschnitts bei der einmaligen Anpassung ergab sich aus der Kovarianzmatrix der Anpassung. Bei der Monte-Carlo-Simulation folgte sie aus Wahrscheinlichkeitsdichte des gesuchten Wirkungsquerschnitts. Beide Prozeduren wurden dreimal mit unterschiedlichen statistischen Gewichten durchlaufen. Im ersten Fall enthielten die Gewichte  $w_i$  die Unsicherheitsbeiträge aller Eingangsgrößen  $X_{\text{TS}}$  und  $N_i$ :  $w_i = 1/g^2(X_{\text{TS}}, N_i)$ . Dabei wurde zwischen Eingangsgrößen unterschieden, die das Streupräparat und die Messgeometrie erfassen ( $X_{\text{TS}}$ ), und der Anzahl an Impulsen pro Kanal in den Energiespektren ( $N_i$ ). Im zweiten Fall wurden die Unsicherheitsbeiträge aller Eingangsgrößen bis auf  $N_i$  berücksichtigt:  $w_i = 1/g^2(X_{\text{TS}})$ . Im dritten Fall erfolgte die Gewichtung nur mit den statistischen Schwankungen der Kanalinhalt  $w_i = 1/g^2(N_i)$  oder sie wurden alle gleichgesetzt:  $w_i = 1/(1,0)^2$ , siehe Abbildung A.14. Dieses Vorgehen beruht auf der Erwartung, dass der gemessene Wert der Zielgröße, in diesem Fall der Wirkungsquerschnitt bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ , nur im Rahmen der statischen Schwankungen der Kanalinhalt variieren sollte, wenn das Experiment bei gleichem Streupräparat und gleicher Messgeometrie wiederholt durchgeführt wird. Dieser Wert sollte dem wahren Wert mit hoher Wahrscheinlichkeit am nächsten sein, wenn für die übrigen Eingangsgrößen die Erwartungswerte ihrer Wahrscheinlichkeitsdichten verwendet werden. Die Unsicherheiten dieser übrigen Eingangsgrößen würden die Gesamtunsicherheiten der Datenpunkte stark vergrößern und im Vergleich zu Monte-Carlo-Simulationen deutlich verschiedene Anpassungsergebnisse liefern, wenn das Modell jeweils nur einmalig angepasst wird. Die mittels der Kovarianzmatrizen errechneten Unsicherheiten fallen außerdem oft kleiner aus als bei Monte-Carlo-Simulationen, weshalb die einmalige Modellanpassung verdächtigt wurde, nicht robust zu sein. In Abbildung A.14 sind die Ergebnisse der beiden Prozeduren für die drei Gewichtungsarten am Beispiel des  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiments bei  $E_p = 295$  MeV im linken Diagramm zu sehen.

Die Modellanpassungen basierten auf einem Minimierungsalgorithmus nach Marquart-Levenberg [NR89]. Das Kürzel -MrqLev- bedeutet die einmalige Anpassung. Die Ergänzung -MC- steht für die Monte-Carlo-Simulation. Der Vergleich zeigt, dass die Erwartungswerte der Monte-Carlo-

Simulationen bei allen drei Gewichtungsarten stabil bleiben. Dies wurde auch am Beispiel des  $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Experiments bei  $E_p = 201$  MeV überprüft. Hier mussten die ursprünglichen Gewichte  $w_i = 1/g^2(N_i)$  gleich gesetzt werden, da nur die Wirkungsquerschnitte und nicht ihre Eingangsgrößen zur Verfügung standen:  $w_i = 1/(1,0)^2$ . Das führte zu dem Effekt, dass die Unsicherheit im Ergebnis sehr groß wurde. Aber auch hierbei wird deutlich, dass die Erwartungswerte aus der Simulation robust sind. Um den Minimierungsalgorithmus auf seine Richtigkeit zu überprüfen, wurde ein zweiter Algorithmus verwendet, der die gleiche Aufgabe erfüllte [NLo]. Die Ergebnisse beider Minimierungen sind verträglich, siehe rechtes Diagramm in Abbildung A.14.

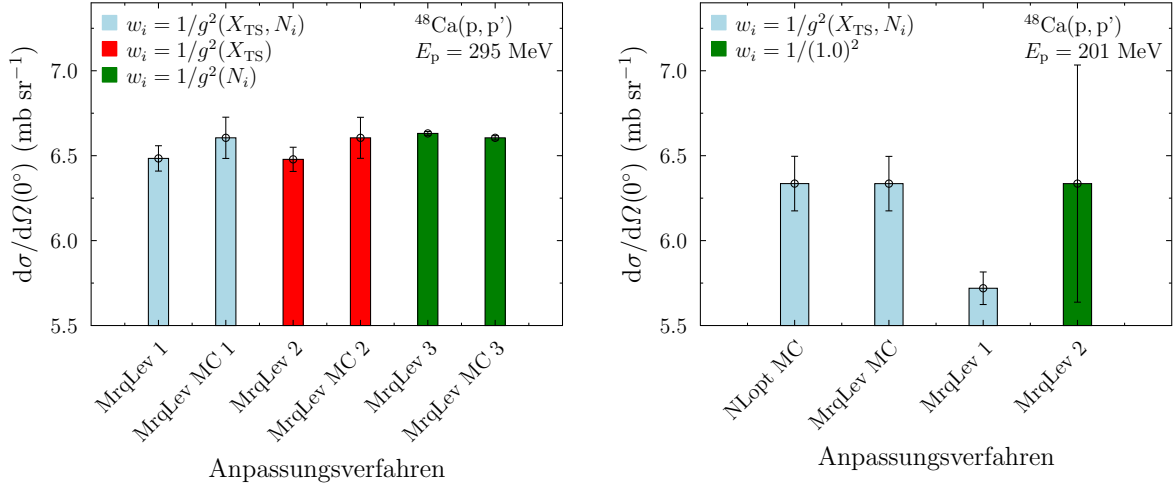


Abbildung A.14: Vergleichsrechnungen zur Bestimmung der experimentellen Wirkungsquerschnitte bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ . Verglichen werden die Ergebnisse aus einmaligen Anpassungen der Modellverteilung an die Daten mit den Ergebnissen aus Monte-Carlo-Simulationen. Der Erwartungswert der Simulation erweist sich als robust gegenüber unterschiedlichen statistischen Gewichten, Näheres dazu im Text.

Auf der Basis dieser Untersuchungen wurde entschieden, künftig nur noch die Erwartungswerte von Monte-Carlo-Simulationen als Eingangsgrößen zu verwenden, um damit Ergebnisgrößen zu berechnen. In einem letzten Schritt wurde überprüft, welche Extremwerte den Wirkungsquerschnitten bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  abverlangt werden konnten, wenn die Modelle nur an die letzten und ersten beiden Datenpunkte angepasst wurden. Dabei wurde die Unsicherheit von jeweils einem dieser beiden Datenpunkte so herabgesetzt, dass der Datenpunkt einen maximalen oder minimalen Wirkungsquerschnitt erzeugte. Die Abbildung A.15 verdeutlicht dieses Vorgehen. Gleichzeitig sind die Wahrscheinlichkeitsdichten der Wirkungsquerschnitte bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  in Grün eingezeichnet.

Der Vergleich der Diagramme macht deutlich, dass die Extremwerte in fast allen Fällen entweder in den Bereich fallen, der durch die 99 %-Quantile der Wahrscheinlichkeitsdichten aufgespannt wird, oder unmittelbar daneben. Einzig im Fall der  $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Reaktion bei  $E_p = 201$  MeV weicht der untere Extremwert von diesem Schema ab. Das bedeutet, dass es im Allgemeinen nicht trivial ist, auf der Basis der Daten Extremwerte zu erzeugen, die weitab von den wahrscheinlichsten Werten liegen. Das unterstützt die Entscheidung, grundsätzlich die Erwartungswerte aus Monte-Carlos-Simulationen für weitere Rechnungen zu verwenden, und es verdeutlicht einmal mehr, in welchem Rahmen die Wirkungsquerschnitte bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  variieren könnten. Dies

wird später von Bedeutung sein, wenn es darum geht, die Vertrauenswürdigkeit der isoskalaren Retardierungsfaktoren zu beurteilen.

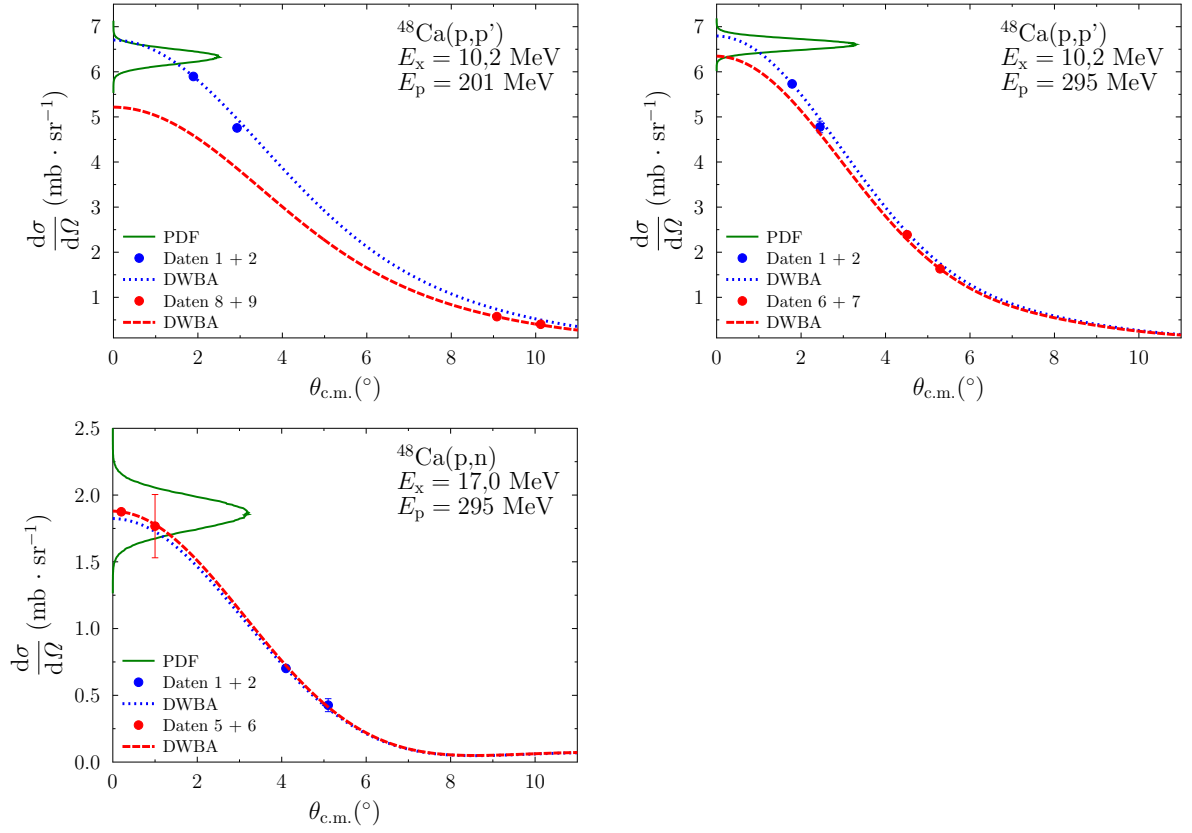


Abbildung A.15: Abschätzung der Extrema des experimentellen Wirkungsquerschnitts bei  $\theta_{CM} = 0^\circ$  für die  $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten bei  $E_p = 201$  MeV und  $E_p = 295$  MeV sowie für die  $^{48}\text{Ca}(p,n)$ -Daten bei  $E_p = 295$  MeV. Es sind jeweils die ersten und die letzten beiden Datenpunkte eines Datensatzes benutzt worden, um die DWBA-Modellwinkelverteilung anzupassen (blaue und rote Kurven). Außerdem ist die Wahrscheinlichkeitsdichte des Wirkungsquerschnitts bei  $\theta_{CM} = 0^\circ$  in Grün eingezeichnet.

## A.11 Isoskalare und Isevektorielle Darstellung des magnetischen Dipoloperators

Im Folgenden wird der magnetische Momentoperator  $\vec{\mu}$ , von seiner allgemeinen Definition [Boh79] ausgehend, in einen isoskalaren und isovektoriellen Anteil zerlegt. Der Momentoperator beinhaltet die freien gyromagnetischen Faktoren:

$$\begin{aligned} g_l^\pi &= 1 & g_s^\pi &= 5,586 \\ g_l^\nu &= 0 & g_s^\nu &= -3,826. \end{aligned}$$

Für die Zerlegung des Momentoperators werden isoskalare (IS) und isovektorielle (IV) gyromagnetischen Faktoren definiert:

$$\begin{aligned} g_l^{\text{IS}} &= \frac{1}{2}(g_l^\pi + g_l^\nu) = 0,5 & g_s^{\text{IS}} &= \frac{1}{2}(g_s^\pi + g_s^\nu) = 0,88 \\ g_l^{\text{IV}} &= \frac{1}{2}(g_l^\pi - g_l^\nu) = 0,5 & g_s^{\text{IV}} &= \frac{1}{2}(g_s^\pi - g_s^\nu) = 4,706. \end{aligned}$$

In dem Momentoperator treten die Einteilchen-Operatoren des Spins  $\vec{\sigma}$  und des Bahndrehimpulses  $\vec{l}$  auf. Für die IS-/IV-Darstellung des Momentoperators wird der Einteilchen-Isospinoperator  $\tau_z$  benötigt. Folgende Beziehungen gelten dabei:

$$\begin{aligned} \vec{s} &= \frac{1}{2}\vec{\sigma} \\ \tau_z &= 1 \text{ für } \nu \\ \tau_z &= -1 \text{ für } \pi. \end{aligned}$$

Damit kann der Momentoperator folgendermaßen umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} \vec{\mu} &= \sum_{k=1}^Z (g_l^\pi \vec{l}_k + g_s^\pi \vec{s}_k) + \sum_{k=1}^N (g_l^\nu \vec{l}_k + g_s^\nu \vec{s}_k) \\ &= \sum_{k=1}^A \frac{1}{2} (g_l^\pi \vec{l}_k + g_s^\pi \vec{s}_k) (1 - \tau_{z,k}) + \frac{1}{2} (g_l^\nu \vec{l}_k + g_s^\nu \vec{s}_k) (1 + \tau_{z,k}) \\ &= \sum_{k=1}^A \left( \frac{1}{2} (g_l^\pi \vec{l}_k (1 - \tau_{z,k}) + g_s^\pi \vec{s}_k (1 - \tau_{z,k})) + \frac{1}{2} (g_l^\nu \vec{l}_k (1 + \tau_{z,k}) + g_s^\nu \vec{s}_k (1 + \tau_{z,k})) \right) \\ &= \sum_{k=1}^A \left( \frac{1}{2} (g_l^\pi \vec{l}_k + g_s^\pi \vec{s}_k) - \frac{1}{2} (g_l^\pi \vec{l}_k \tau_{z,k} + g_s^\pi \vec{s}_k \tau_{z,k}) \right) + \sum_{k=1}^A \left( \frac{1}{2} (g_l^\nu \vec{l}_k + g_s^\nu \vec{s}_k) + \frac{1}{2} (g_l^\nu \vec{l}_k \tau_{z,k} + g_s^\nu \vec{s}_k \tau_{z,k}) \right) \\ &= \sum_{k=1}^A \left( \frac{1}{2} g_l^\pi \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^\pi \vec{s}_k - \frac{1}{2} g_l^\pi \vec{l}_k \tau_{z,k} - \frac{1}{2} g_s^\pi \vec{s}_k \tau_{z,k} \right) + \sum_{k=1}^A \left( \frac{1}{2} g_l^\nu \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^\nu \vec{s}_k + \frac{1}{2} g_l^\nu \vec{l}_k \tau_{z,k} + \frac{1}{2} g_s^\nu \vec{s}_k \tau_{z,k} \right) \\ &= \sum_{k=1}^A \left( \frac{1}{2} g_l^\pi \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_l^\nu \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^\pi \vec{s}_k + \frac{1}{2} g_s^\nu \vec{s}_k \right) - \sum_{k=1}^A \left( \frac{1}{2} g_l^\pi \vec{l}_k \tau_{z,k} - \frac{1}{2} g_l^\nu \vec{l}_k \tau_{z,k} + \frac{1}{2} g_s^\pi \vec{s}_k \tau_{z,k} - \frac{1}{2} g_s^\nu \vec{s}_k \tau_{z,k} \right) \\ &= \sum_{k=1}^A \left( \frac{1}{2} (g_l^\pi + g_l^\nu) \vec{l}_k + \frac{1}{2} (g_s^\pi + g_s^\nu) \vec{s}_k \right) - \sum_{k=1}^A \left( \frac{1}{2} (g_l^\pi - g_l^\nu) \vec{l}_k + \frac{1}{2} (g_s^\pi - g_s^\nu) \vec{s}_k \right) \tau_{z,k} \\ &= \sum_{k=1}^A \left( g_l^{\text{IS}} \vec{l}_k + g_s^{\text{IS}} \vec{s}_k \right) - \sum_{k=1}^A \left( g_l^{\text{IV}} \vec{l}_k + g_s^{\text{IV}} \vec{s}_k \right) \tau_{z,k}. \end{aligned}$$

## A.12 Komponenten der M1-Stärke und ihre Gewichte

Dieser Abschnitt wird das Verhältnis zwischen isoskalarem und isovektoriellem Anteil des elektromagnetischen M1-Übergangsoperators nochmals aufgreifen, um daraus allgemeingültige Schlüsse zu ziehen.

Die Beiträge der einzelnen Komponenten des M1-Übergangsoperators zur Gesamtstärke aus Gleichung 4.14 lassen sich am besten abschätzen, wenn eine alternative Darstellung gewählt wird [Bru76]. Ausgangspunkt ist die allgemeine Definition der reduzierten M1-Übergangsstärke:

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{1}{2J_i + 1} \cdot |\langle J_f T_f T_{z,f} || \vec{\mu} || J_i T_i T_{z,i} \rangle|^2. \quad (A.21)$$

Der M1-Übergangsoperator lässt sich in einen isoskalaren und einen isovektoriellen Anteil aufspalten, siehe auch Gleichung 4.7:

$$\vec{\mu} = \left( \sum_{k=1}^A \left( g_l^{\text{IS}} \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^{\text{IS}} \vec{\sigma}_k \right) - \sum_{k=1}^A \left( g_l^{\text{IV}} \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^{\text{IV}} \vec{\sigma}_k \right) \tau_{z,k} \right) \cdot \mu_N. \quad (A.22)$$

Die Übergangsstärke ist dementsprechend ebenfalls in einen isoskalaren und einen isovektoriellen Anteil gegliedert:

$$\begin{aligned} B(M1) &= \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{1}{2J_i + 1} \cdot \left| \langle J_f T_f || \frac{C_{T_i T_{z,i} 0,0}^{T_f T_{z,f}}}{\sqrt{2T_f + 1}} \sum_{k=1}^A \left( g_l^{\text{IS}} \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^{\text{IS}} \vec{\sigma}_k \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{C_{T_i T_{z,i} 1,0}^{T_f T_{z,f}}}{\sqrt{2T_f + 1}} \sum_{k=1}^A \left( g_l^{\text{IV}} \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^{\text{IV}} \vec{\sigma}_k \right) \vec{\tau}_k || J_i T_i \rangle \right|^2 \cdot \mu_N^2. \end{aligned} \quad (A.23)$$

Nun wird eine alternative Darstellung verwendet [Bru76]:

$$\begin{aligned} B(M1) &= \frac{1}{(2J_i + 1)(2T_f + 1)} \cdot \left| \delta_{T_i T_f} [(g_l^\pi + g_l^\gamma) \beta_1 + (g_s^\pi + g_s^\gamma) \beta_2] \right. \\ &\quad \left. - C_{T_i T_{z,i} 1,0}^{T_f T_{z,f}} [(g_l^\pi - g_l^\gamma) \beta_3 + (g_s^\pi - g_s^\gamma) \beta_4] \right|^2. \end{aligned} \quad (A.24)$$

Die Matrixelemente sind in den Faktoren  $\beta_i$  mit  $i = 1, \dots, 4$  enthalten:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \langle J_f || \sum_{k=1}^A \vec{l}_k || J_i \rangle \langle T_f || \mathbb{1} || T_i \rangle \mu_N \quad (\text{Isoskalar}), \\ \beta_2 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \langle J_f || \sum_{k=1}^A \frac{1}{2} \vec{\sigma}_k || J_i \rangle \langle T_f || \mathbb{1} || T_i \rangle \mu_N \quad (\text{Isoskalar}), \\ \beta_3 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \langle J_f T_f || \sum_{k=1}^A \vec{l}_k \vec{\tau}_k || J_i T_i \rangle \mu_N \quad (\text{Isovektor}), \\ \beta_4 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \langle J_f T_f || \sum_{k=1}^A \frac{1}{2} \vec{\sigma}_k \vec{\tau}_k || J_i T_i \rangle \mu_N \quad (\text{Isovektor}). \end{aligned}$$

Der Clebsch-Gordan-Koeffizient  $C_{T_i T_{z,i} 0,0}^{T_f T_{z,f}}$  in Gleichung A.24 lässt sich durch das Kronecker-Symbol  $\delta_{T_f T_i}$  ersetzen. Daher tritt dieses in Gleichung A.25 auf. Das Kronecker-Symbol und der Clebsch-Gordan-Koeffizient  $C_{T_i T_{z,i} 1,0}^{T_f T_{z,f}}$  in derselben Gleichung bedingen die Auswahlregel  $\Delta T = |T_i - T_f| \leq 1$ . Nur wenn diese erfüllt ist, kann überhaupt ein M1-Übergang stattfinden.

Ein isoskalarer Beitrag zur M1-Stärke ist nur dann zu erwarten, wenn Anfangs- und Endisospin gleich sind:  $\Delta T = |T_f - T_i| = 0$ . Nur dann hat das Kronecker-Symbol den Wert 1.

Mit den  $g$ -Faktoren  $g_l^\pi = 1$ ,  $g_s^\pi = 5,586$ ,  $g_l^\gamma = 0$ ,  $g_s^\gamma = -3,826$  und der Symmetrieeigenschaft  $\beta_1 = -\beta_2$  folgt aus Gleichung A.25:

$$B(\text{M1}) = \frac{1}{(2J_i + 1)(2T_f + 1)} \cdot \left| 0,88 \cdot \delta_{T_i T_f} \beta_2 - C_{T_i T_{z,i} 1, 0}^{T_f T_{zf}} (\beta_3 + 9,4 \cdot \beta_4) \right|^2. \quad (\text{A.25})$$

Die Symmetrieeigenschaft  $\beta_1 = -\beta_2$  folgt aus der Orthogonalität von Anfangs- und Endzustand eines Übergangs, die beide Eigenzustände des Hamilton-Operators und des Gesamtdrehimpuls-Operators sein müssen. Dann gilt:

$$\langle J_f || \vec{J} || J_i \rangle = 0. \quad (\text{A.26})$$

Mit der üblichen Kopplung der Einteilchen-Drehimpulse  $\vec{j}$  zum Gesamtdrehimpuls  $\vec{J}$  lautet dieser:

$$\vec{J} = \sum_{k=1}^A \vec{j} = \sum_{k=1}^A (\vec{l}_k + \vec{s}_k), \quad (\text{A.27})$$

wobei gilt  $\vec{s} = (1/2)\vec{\sigma}$ . Daraus folgt die Symmetrieeigenschaft:

$$\langle J_f || \sum_{k=1}^A \vec{l}_k || J_i \rangle = -\langle J_f || \sum_{k=1}^A \vec{s}_k || J_i \rangle. \quad (\text{A.28})$$

Für  $\Delta T = 0$  mit  $T_i = T_f = T \neq 0$  wird der Clebsch-Gordan-Koeffizient  $C_{T_i T_{z,i} 1, 0}^{T_f T_{zf}}$  auf der rechten Seite von Gleichung A.25 zu  $T_z / \sqrt{T(T+1)}$ . Mit den Ersetzungen für den isoskalaren und isovektoriellen Anteil, die durch:

$$\begin{aligned} M^{\text{IS}}(\text{M1}) &= 0,88 \cdot \delta_{T_i T_f} \beta_2, \\ M^{\text{IV}}(\text{M1}) &= -\frac{\beta_3 + 9,4 \cdot \beta_4}{\sqrt{T(T+1)}}, \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

gegeben seien, lässt sich die Gleichung A.25 folgendermaßen zusammenfassen:

$$B(\text{M1}) = |M^{\text{IS}}(\text{M1}) + T_z \cdot M^{\text{IV}}(\text{M1})|^2, \quad (\text{A.30})$$

Dies macht deutlich, dass in Kernen mit  $T_z = 0$  und  $T_i = T_f = T \neq 0$  keine isovektorielle Anregung zu erwarten ist.

Für alle Fälle, in denen der Clebsch-Gordan-Koeffizient  $C_{T_i T_{z,i} 1, 0}^{T_f T_{zf}}$  etwa 1 ist, hebt der Gewichtungsfaktor 9,4 den isovektoriellen Anteil gegenüber dem isoskalaren deutlich in den Vordergrund.

## A.13 Vernachlässigung der Bahndrehimpulsanteile

Damit die elektromagnetische M1-Übergangsstärke in Beziehung zu den vorangegangenen Definitionen für die hadronische isoskalare und isovektorielle Stärke gesetzt werden kann, ist es erforderlich, dass die Bahndrehimpulsanteile in der hadronischen und elektromagnetischen Anregung gleichermaßen vernachlässigbar sind. Für die hadronische Wechselwirkung ist dies in

erster Näherung dadurch motiviert, dass der Spin-Bahn-Term der NNW für verschwindenden Impulsübertrag Null ist. Die Gleichung A.24 macht die Verhältnisse bei einer elektromagnetischen Anregung deutlich. Die gyromagnetischen Faktoren geben die Gewichte für die einzelnen Operatorkomponenten vor. Der Vergleich zwischen den beiden Komponenten, die den Bahndrehimpulsoperator beinhalten, und der Komponente mit dem Spin-Isospin-Operator zeigt, dass diese klein sind [Bru76]:

$$\begin{aligned} \frac{g_l^\pi + g_l^\gamma}{C_{T_i T_z, i 1, 0}^{T_i T_z} (g_s^\pi - g_s^\gamma)} &\approx 0,12 \quad \text{für } \beta_1(\vec{l}) \leftrightarrow \beta_4(\vec{\sigma}\vec{\tau}) \text{ mit } T_i = T_f = T_z = 4, \\ \frac{g_l^\pi - g_l^\gamma}{g_s^\pi - g_s^\gamma} &\approx 0,11 \quad \text{für } \beta_3(\vec{l}\vec{\tau}) \leftrightarrow \beta_4(\vec{\sigma}\vec{\tau}) \text{ allgemein.} \end{aligned}$$

Dass die Bahndrehimpulskomponenten insbesondere im Fall des Kerns  $^{48}\text{Ca}$  keine Rolle spielen, lässt sich am magnetischen Momentoperator in seiner primären Darstellung ablesen. Wenn, wie im Fall des Übergangs  $\nu 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$  in der  $^{48}\text{Ca}(\text{p}, \text{p}')$ -Reaktion, keine Protonen angeregt werden, so fallen alle Terme mit den  $g$ -Faktoren für das Proton aus der Darstellung heraus:

$$\vec{\mu} = \left( \sum_{k=1}^Z (g_l^\pi \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^\pi \vec{\sigma}_k) + \sum_{k=1}^N (g_l^\gamma \vec{l}_k + \frac{1}{2} g_s^\gamma \vec{\sigma}_k) \right) \cdot \mu_N. \quad (\text{A.31})$$

Da der  $g$ -Faktor  $g_l^\gamma = 0$  ist, verschwindet auch die Bahndrehimpuls-Komponente des Neutrons. Damit sind nur noch Übergänge mit  $\Delta S = 1$  möglich, siehe auch Gleichung 4.24.

## A.14 Totale Matrixelemente und ihre Verhältnisse im $^{48}\text{Ca}$

Der in dieser Arbeit am  $^{48}\text{Ca}$  untersuchte Übergang  $\nu 1f_{7/2} \rightarrow \nu 1f_{5/2}$  zum  $1^+$ -Zustand bei 10,23 MeV findet im Isospinraum mit  $T_z = 4$  und  $T_i = T_f = 4$  statt. Da alle Bahndrehimpulsanteile in der totalen elektromagnetische M1-Stärke wegfallen, setzt sich diese zusammen aus:

$$B(\text{M1}) = |M^{\text{IS}}(\text{M1}) + 4 \cdot M^{\text{IV}}(\text{M1})|^2, \quad (\text{A.32})$$

mit den totalen Matrixelementen

$$\begin{aligned} M^{\text{IS}}(\text{M1}) &= 0,88 \cdot \beta_2(\vec{\sigma}), \\ M^{\text{IV}}(\text{M1}) &= -2,1 \cdot \beta_4(\vec{\sigma}\vec{\tau}). \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

Da die Matrixelemente in  $\beta_2(\vec{\sigma})$  und  $\beta_4(\vec{\sigma}\vec{\tau})$  als gleich angenommen werden können, fallen sie im Verhältnis zwischen dem isoskalaren und dem vollständigen isovektoriellen Anteil heraus. Dieses ist damit:

$$\frac{|M^{\text{IS}}(\text{M1})|}{|4 \cdot M^{\text{IV}}(\text{M1})|} \approx 0,1.$$

Wird das Quadrat auf der rechten Seite der Gleichung A.32 ausgeführt, so ergibt sich in Analogie zur Gleichung 4.19:

$$B(\text{M1}) = |M^{\text{IS}}(\text{M1})|^2 + 16 \cdot |M^{\text{IV}}(\text{M1})|^2 + 8 \cdot M^{\text{IS}}(\text{M1}) M^{\text{IV}}(\text{M1}). \quad (\text{A.34})$$

Diese Darstellung zeigt, dass für den gegebenen Übergang sowohl ein isoskalarer als auch ein isovektorieller Beitrag zur Spin-M1-Stärke zu erwarten ist. Das Verhältnis der Stärken ist mit den retardierten Verhältnissen  $\tilde{R}_{\text{ges}}^{\text{IV}}$  und  $\tilde{R}_{\text{IS}}^{\text{IV}}$  bereits berechnet worden.



## A.15 Tabellen

Tabelle A.4: Parameterwerte für die Umrechnung von Streuereignissen pro Kanal in doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt, siehe Gleichung 6.1 auf Seite 80. Diese Parameter haben gleiche Werte für alle Messungen, die in Tabelle A.5 und A.24 dokumentiert sind.

$\eta$	$u_{\text{rel}}(\eta)$ (%)	$t$ (mg · cm <sup>-2</sup> )	$u_{\text{rel}}(t)$ (%)
0,952	1,5	1,87	1,5

$e$ *[e]	$u_{\text{rel}}(e)$ (%)	$\epsilon_{\text{FC}}$ (1)	$u_{\text{rel}}(\epsilon_{\text{FC}})$ (%)
1,2	$3,6 \cdot 10^{-7}$	0,986	0,9

$M_{48\text{Ca}}$ (g · mol <sup>-1</sup> )	$u_{\text{rel}}(M)$ (%)	$N_{\text{A}}$ (mol <sup>-1</sup> )	$u_{\text{rel}}(N_{\text{A}})$ (%)
48,0	0,601	$6,022 \cdot 10^{23}$	$5,9 \cdot 10^{-5}$

$$*[e] = \sqrt{(\text{MeV} \cdot \text{fm})}$$

$$**[c_0] = \text{cm}^2 \cdot \sqrt{(\text{MeV} * \text{fm})} \cdot \text{MeV}^{-1}$$

Tabelle A.5: Gesammelte Ladung  $Q$  pro <sup>48</sup>Ca-Messung.

Messung	$Q$ ( $10^{14} \cdot \sqrt{\text{MeV} \cdot \text{fm}}$ )	$u_{\text{rel}}(Q)$ (%)
4038	2,023	3,3
4039	2,159	3,3
4040	2,138	3,3
4041	2,234	3,3
4042	2,085	3,3
4043	2,115	3,3
4083	1,488	0,6
4084	1,497	0,6
4085	3,037	0,6

Tabelle A.6: Raumwinkel und Jacobi-Determinanten für die Berechnung der doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitte. Für die Bestimmung der Raumwinkel aus den Winkelausschnitten der Streudiagramme siehe auch die Abbildungen 5.9 und 5.10

Spektrum	$\Delta\Omega$ ( $10^{-3} \cdot \text{sr}$ )	$u_{\text{rel}}(\Delta\Omega)$ (%)	$J$
4800	0,305	5,0	0,947
4801	0,975	5,0	0,947
4802	0,853	5,0	0,947
4803	1,041	5,0	0,947
4804	1,396	5,0	0,947
4805	1,330	5,0	0,948
4806	1,110	5,0	0,948

Tabelle A.7: Doppelt differentielle Wirkungsquerschnitte für den Bereich der isovektoriellen Dipol-Riesenresonanz der  $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Reaktion. Die Spektren wurden von den  $^{12}\text{C}$ - und  $^{16}\text{O}$ -Beiträgen befreit und für den Abzug der isoskalaren E2-Beiträge neu klassiert. Die E2-Beiträge sind noch enthalten. Es sei  $d^2\sigma/(dE_x d\Omega) \equiv \sigma''$ . Die Wirkungsquerschnitte sind in Einheiten von  $0,1 \cdot \text{fm}^2 \cdot (\text{sr} \cdot \text{MeV})^{-1}$  angegeben. Die Namen der Spektren, 4800, 4801,..., werden in Tabelle 5.4 aufgelöst. Die Breiten der Energieklassen befinden sich in Tabelle A.9.

$E_x$ (MeV)	4800 $\sigma''$	$u(\sigma'')$	4801 $\sigma''$	$u(\sigma'')$	4802 $\sigma''$	$u(\sigma'')$	4803 $\sigma''$	$u(\sigma'')$
11,441	0,982	0,014	0,913	0,012	0,772	0,010	0,720	0,010
12,240	2,396	0,025	2,037	0,021	1,597	0,017	1,411	0,013
13,038	2,771	0,032	2,457	0,028	2,017	0,026	1,751	0,019
13,835	2,746	0,028	2,474	0,024	2,134	0,021	1,788	0,015
14,633	4,120	0,037	3,637	0,032	2,891	0,025	2,232	0,016
15,431	4,523	0,041	4,125	0,037	3,424	0,031	2,626	0,018
16,228	5,499	0,049	5,069	0,044	4,179	0,036	3,208	0,020
17,026	5,829	0,054	5,533	0,051	4,724	0,044	3,713	0,025
17,823	7,653	0,066	7,239	0,062	6,198	0,054	4,711	0,028
18,620	7,410	0,066	6,991	0,062	6,059	0,054	4,753	0,029
19,417	6,035	0,054	5,863	0,052	5,196	0,047	4,130	0,026
20,214	5,060	0,048	4,992	0,047	4,664	0,045	3,990	0,027
21,011	3,793	0,039	3,819	0,038	3,627	0,037	3,052	0,023
21,807	3,256	0,036	3,273	0,035	3,273	0,035	3,051	0,023
22,603	2,495	0,032	2,663	0,031	2,643	0,031	2,586	0,022
23,400	2,411	0,029	2,602	0,029	2,597	0,028	2,741	0,021
24,196	2,256	0,028	2,554	0,028	2,385	0,027	2,726	0,022
24,992	1,960	0,025	2,337	0,026	2,102	0,024	2,518	0,020
	4804		4805		4806			
11,441	0,848	0,008	1,103	0,009	1,484	0,012		
12,240	1,253	0,010	1,352	0,011	1,696	0,012		
13,038	1,729	0,019	1,664	0,019	2,196	0,023		
13,835	1,726	0,012	1,861	0,012	2,298	0,015		
14,633	1,987	0,013	1,808	0,011	2,274	0,014		
15,431	2,380	0,015	2,145	0,014	2,711	0,017		
16,228	2,797	0,017	2,432	0,015	2,743	0,017		
17,026	3,377	0,021	2,807	0,018	3,289	0,020		
17,823	4,112	0,024	3,269	0,020	3,745	0,023		
18,620	3,998	0,024	3,144	0,020	3,402	0,021		
19,417	3,488	0,022	2,890	0,019	3,240	0,021		
20,214	3,461	0,024	3,112	0,022	3,304	0,024		
21,011	2,701	0,020	2,533	0,019	2,592	0,021		
21,807	2,599	0,019	2,646	0,018	2,580	0,019		
22,603	1,981	0,017	2,341	0,017	2,128	0,017		
23,400	1,987	0,016	2,504	0,017	2,142	0,016		
24,196	1,721	0,015	2,476	0,018	1,840	0,015		
24,992	1,507	0,014	2,316	0,017	1,729	0,014		

Tabelle A.8: Doppelt differentielle E2-Wirkungsquerschnitte für den Bereich der isovektoriellen Dipol-Riesenresonanz aus [Lui11]. Es sei  $d^2\sigma/(dE_x d\Omega) \equiv \sigma''$ . Die Wirkungsquerschnitte sind in Einheiten von  $0,1 \cdot \text{fm}^2 \cdot (\text{sr} \cdot \text{MeV})^{-1}$  angegeben. Die Breiten der Energieklassen befinden sich in Tabelle A.9. Die Namen der Spektren, 4800, 4801,..., werden in Tabelle 5.4 aufgelöst.

$E_x$ (MeV)	4800 $\sigma''$	$u(\sigma'')$	4801 $\sigma''$	$u(\sigma'')$	4802 $\sigma''$	$u(\sigma'')$	4803 $\sigma''$	$u(\sigma'')$
11,441	0,0171	0,0012	0,0171	0,0010	0,0172	0,0012	0,0176	0,0010
12,239	0,0312	0,0014	0,0313	0,0012	0,0315	0,0014	0,0323	0,0011
13,037	0,0591	0,0008	0,0592	0,0007	0,0596	0,0008	0,0611	0,0007
13,835	0,0692	0,0011	0,0692	0,0010	0,0698	0,0011	0,0715	0,0009
14,633	0,0868	0,0013	0,0869	0,0011	0,0876	0,0013	0,0897	0,0011
15,430	0,0991	0,0013	0,0991	0,0012	0,0999	0,0013	0,1023	0,0011
16,228	0,0787	0,0019	0,0788	0,0017	0,0794	0,0019	0,0813	0,0016
17,025	0,0936	0,0011	0,0936	0,0010	0,0943	0,0011	0,0966	0,0009
17,823	0,1109	0,0012	0,1109	0,0010	0,1118	0,0012	0,1145	0,0010
18,620	0,0747	0,0012	0,0748	0,0010	0,0754	0,0012	0,0772	0,0010
19,416	0,0496	0,0013	0,0496	0,0011	0,0500	0,0013	0,0512	0,0010
20,213	0,0318	0,0012	0,0318	0,0011	0,0321	0,0012	0,0329	0,0010
21,010	0,0245	0,0011	0,0245	0,0009	0,0247	0,0011	0,0253	0,0009
21,807	0,0125	0,0010	0,0125	0,0009	0,0126	0,0010	0,0129	0,0008
22,603	0,0128	0,0009	0,0128	0,0008	0,0129	0,0009	0,0132	0,0007
23,399	0,0121	0,0009	0,0121	0,0007	0,0122	0,0009	0,0125	0,0007
24,195	0,0085	0,0009	0,0085	0,0008	0,0085	0,0009	0,0087	0,0007
24,991	0,0058	0,0009	0,0058	0,0008	0,0058	0,0009	0,0060	0,0008
	4804		4805		4806			
11,441	0,0188	0,0011	0,0226	0,0016	0,0261	0,0018		
12,239	0,0345	0,0013	0,0413	0,0019	0,0477	0,0022		
13,037	0,0653	0,0007	0,0782	0,0011	0,0902	0,0013		
13,835	0,0764	0,0010	0,0916	0,0015	0,1056	0,0018		
14,633	0,0958	0,0012	0,1149	0,0018	0,1325	0,0021		
15,430	0,1093	0,0012	0,1311	0,0018	0,1512	0,0021		
16,228	0,0869	0,0018	0,1042	0,0026	0,1202	0,0030		
17,025	0,1032	0,0010	0,1238	0,0015	0,1428	0,0018		
17,823	0,1224	0,0011	0,1467	0,0016	0,1692	0,0018		
18,620	0,0825	0,0011	0,0989	0,0016	0,1141	0,0018		
19,416	0,0548	0,0012	0,0656	0,0017	0,0757	0,0020		
20,213	0,0351	0,0011	0,0421	0,0017	0,0486	0,0019		
21,010	0,0270	0,0010	0,0324	0,0014	0,0374	0,0017		
21,807	0,0138	0,0010	0,0165	0,0014	0,0190	0,0016		
22,603	0,0141	0,0008	0,0169	0,0012	0,0195	0,0014		
23,399	0,0133	0,0008	0,0160	0,0012	0,0184	0,0013		
24,195	0,0093	0,0008	0,0112	0,0012	0,0129	0,0014		
24,991	0,0064	0,0009	0,0077	0,0012	0,0088	0,0015		

Tabelle A.9: Entfalteter und zurückgerechneter doppelt differentieller Wirkungsquerschnitt des Untergrunds im Bereich der isovektoriellen Dipol-Riesenresonanz der  $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Spektren. Es sei  $\text{d}^2\sigma/(\text{d}E_{\text{x}}\text{d}\Omega) \equiv \sigma''$ . Die Wirkungsquerschnitte sind in Einheiten von  $0,1 \cdot \text{fm}^2 \cdot (\text{sr} \cdot \text{MeV})^{-1}$  angegeben. Der Untergrund ist für die Spektren aller Streuwinkel gleich. Die Unsicherheit für den Wert bei  $E_{\text{x}} = 11,042 \text{ MeV}$  entspricht der Unsicherheit des gesamten Wirkungsquerschnitts, weil im Rahmen der Multipolentfaltung angenommen werden konnte, dass der gesamte Wirkungsquerschnitt Untergrund ist.

$E_{\text{x,i}}$	$E_{\text{x}}$	$E_{\text{x,f}}$	$\sigma''$	$u(\sigma'')$
11,042	11,441	11,841	0,780	0,014
11,841	12,240	12,639	0,799	0,198
12,639	13,038	13,437	0,965	0,194
13,437	13,835	14,234	1,013	0,172
14,234	14,633	15,032	0,405	0,334
15,032	15,431	15,830	0,630	0,349
15,830	16,228	16,627	0,755	0,392
16,627	17,026	17,424	1,141	0,353
17,424	17,823	18,222	0,992	0,449
18,222	18,620	19,019	1,159	0,351
19,019	19,417	19,815	1,520	0,326
19,815	20,214	20,612	2,196	0,208
20,612	21,011	21,409	1,822	0,159
21,409	21,807	22,205	2,188	0,140
22,205	22,603	23,002	1,888	0,140
23,002	23,400	23,798	2,008	0,126
23,798	24,196	24,594	1,816	0,157
24,594	24,992	25,390	1,727	0,115

Tabelle A.10: Totaler differentieller E1-Wirkungsquerschnitt aus der Multipolentfaltung der IVGDR aus dem  $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ -Experiment [RCNP12]. Der Wirkungsquerschnitt bei  $E_x = 11,042$  MeV wurde Null gesetzt, da entschieden werden konnte, dass es sich um einen reinen Untergrundbeitrag handelt.  $E_{x,i}$  = Anfang einer Anregungsenergieklasse,  $E_{x,f}$  = Ende einer Anregungsenergieklasse.

$E_{x,i}$ (MeV)	$E_x$ (MeV)	$E_{x,f}$ (MeV)	$d\sigma/dE_x _{E1}$ ( $0,1 \cdot \text{fm}^2 \cdot \text{MeV}^{-1}$ )	$u(d\sigma/dE_x _{E1})$ ( $0,1 \cdot \text{fm}^2 \cdot \text{MeV}^{-1}$ )
11,042	11,441	11,841	0,0	0,0
11,841	12,240	12,639	$5,626 \cdot 10^{-4}$	$2,340 \cdot 10^{-4}$
12,639	13,038	13,437	$5,823 \cdot 10^{-4}$	$2,323 \cdot 10^{-4}$
13,437	13,835	14,234	$4,970 \cdot 10^{-4}$	$2,168 \cdot 10^{-4}$
14,234	14,633	15,032	$1,537 \cdot 10^{-3}$	$4,270 \cdot 10^{-4}$
15,032	15,431	15,830	$1,633 \cdot 10^{-3}$	$4,508 \cdot 10^{-4}$
15,830	16,228	16,627	$2,338 \cdot 10^{-3}$	$4,876 \cdot 10^{-4}$
16,627	17,026	17,424	$2,317 \cdot 10^{-3}$	$4,670 \cdot 10^{-4}$
17,424	17,823	18,222	$3,492 \cdot 10^{-3}$	$5,966 \cdot 10^{-4}$
18,222	18,620	19,019	$3,579 \cdot 10^{-3}$	$4,571 \cdot 10^{-4}$
19,019	19,417	19,815	$2,625 \cdot 10^{-3}$	$4,088 \cdot 10^{-4}$
19,815	20,214	20,612	$1,747 \cdot 10^{-3}$	$2,318 \cdot 10^{-4}$
20,612	21,011	21,409	$1,218 \cdot 10^{-3}$	$1,717 \cdot 10^{-4}$
21,409	21,807	22,205	$6,882 \cdot 10^{-4}$	$1,487 \cdot 10^{-4}$
22,205	22,603	23,002	$4,045 \cdot 10^{-4}$	$1,693 \cdot 10^{-4}$
23,002	23,400	23,798	$2,977 \cdot 10^{-4}$	$1,503 \cdot 10^{-4}$
23,798	24,196	24,594	$3,610 \cdot 10^{-4}$	$1,869 \cdot 10^{-4}$
24,594	24,992	25,390	$2,470 \cdot 10^{-4}$	$1,356 \cdot 10^{-4}$

Tabelle A.11: Totaler differentieller E2-Wirkungsquerschnitt im  $^{48}\text{Ca}$ , zurückgerechnet aus den Anteilen an der energiegewichteten Summenregel aus [Lui11].

$E_{x,i}$ (MeV)	$E_x$ (MeV)	$E_{x,f}$ (MeV)	$d\sigma/dE_x _{E2}$ ( $0,1 \cdot \text{fm}^2 \cdot \text{MeV}^{-1}$ )	$u(d\sigma/dE_x _{E2})$ ( $0,1 \cdot \text{fm}^2 \cdot \text{MeV}^{-1}$ )
11,042	11,441	11,841	$1,180 \cdot 10^{-5}$	$8,778 \cdot 10^{-7}$
11,841	12,240	12,639	$2,160 \cdot 10^{-5}$	$1,027 \cdot 10^{-6}$
12,639	13,038	13,437	$4,089 \cdot 10^{-5}$	$6,056 \cdot 10^{-7}$
13,437	13,835	14,234	$4,786 \cdot 10^{-5}$	$8,355 \cdot 10^{-7}$
14,234	14,633	15,032	$6,004 \cdot 10^{-5}$	$9,841 \cdot 10^{-7}$
15,032	15,431	15,830	$6,849 \cdot 10^{-5}$	$1,003 \cdot 10^{-6}$
15,830	16,228	16,627	$5,444 \cdot 10^{-5}$	$1,448 \cdot 10^{-6}$
16,627	17,026	17,424	$6,469 \cdot 10^{-5}$	$8,421 \cdot 10^{-7}$
17,424	17,823	18,222	$7,668 \cdot 10^{-5}$	$8,754 \cdot 10^{-7}$
18,222	18,620	19,019	$5,168 \cdot 10^{-5}$	$8,752 \cdot 10^{-7}$
19,019	19,417	19,815	$3,431 \cdot 10^{-5}$	$9,466 \cdot 10^{-7}$
19,815	20,214	20,612	$2,200 \cdot 10^{-5}$	$9,280 \cdot 10^{-7}$
20,612	21,011	21,409	$1,693 \cdot 10^{-5}$	$8,027 \cdot 10^{-7}$
21,409	21,807	22,205	$8,629 \cdot 10^{-6}$	$7,704 \cdot 10^{-7}$
22,205	22,603	23,002	$8,824 \cdot 10^{-6}$	$6,595 \cdot 10^{-7}$
23,002	23,400	23,798	$8,352 \cdot 10^{-6}$	$6,397 \cdot 10^{-7}$
23,798	24,196	24,594	$5,845 \cdot 10^{-6}$	$6,683 \cdot 10^{-7}$
24,594	24,992	25,390	$4,001 \cdot 10^{-6}$	$6,925 \cdot 10^{-7}$

Tabelle A.12: Aus den  $^{48}\text{Ca}(\text{p,p}')$ -Daten berechnete totale Photoabsorptionsquerschnitte. Für die Diskussion des Werts bei  $E_x = 11,042$  MeV siehe Tabelle A.10.

$E_{x,i}$ (MeV)	$E_x$ (MeV)	$E_{x,f}$ (MeV)	$\sigma_\gamma$ (fm <sup>2</sup> )	$u(\sigma_\gamma)$ (fm <sup>2</sup> )
11,042	11,441	11,841	0,0	0,0
11,841	12,240	12,639	0,423	0,176
12,639	13,038	13,437	0,523	0,209
13,437	13,835	14,234	0,528	0,230
14,234	14,633	15,032	1,915	0,532
15,032	15,431	15,830	2,369	0,654
15,830	16,228	16,627	3,921	0,818
16,627	17,026	17,424	4,465	0,900
17,424	17,823	18,222	7,687	1,314
18,222	18,620	19,019	8,951	1,144
19,019	19,417	19,815	7,419	1,156
19,815	20,214	20,612	5,557	0,738
20,612	21,011	21,409	4,341	0,612
21,409	21,807	22,205	2,736	0,591
22,205	22,603	23,002	1,788	0,749
23,002	23,400	23,798	1,457	0,736
23,798	24,196	24,594	1,951	1,011
24,594	24,992	25,390	1,469	0,807



Tabelle A.13: Teil I: Totaler Photoabsorptionsquerschnitt aus [Str98] zurückgerechnet und daraus bestimmte Polarisierbarkeit.

$E_x$ (MeV)	$\sigma_\gamma$ (fm <sup>2</sup> )	$u(\sigma_\gamma)$ (fm <sup>2</sup> )	$\alpha_D$ (fm <sup>3</sup> )	$u(\alpha_D)$ (fm <sup>3</sup> )	$E_x$ (MeV)	$\sigma_\gamma$ (fm <sup>2</sup> )	$u(\sigma_\gamma)$ (fm <sup>2</sup> )	$\alpha_D$ (fm <sup>3</sup> )	$u(\alpha_D)$ (fm <sup>3</sup> )
11,113	0,275	0,041	0,0042	0,0006	15,158	2,775	0,416	0,0043	0,0006
11,300	0,190	0,029	0,0014	0,0002	15,194	2,067	0,310	0,0056	0,0008
11,396	0,181	0,027	0,0019	0,0003	15,256	1,913	0,287	0,0255	0,0038
11,530	0,273	0,041	0,0043	0,0007	15,567	2,834	0,425	0,0008	0,0001
11,741	0,662	0,099	0,0032	0,0005	15,573	2,418	0,363	0,0148	0,0022
11,808	0,584	0,088	0,0040	0,0006	15,722	2,745	0,412	0,0048	0,0007
11,904	0,549	0,082	0,0071	0,0011	15,766	2,462	0,369	0,0044	0,0007
12,086	0,881	0,132	0,0039	0,0006	15,811	2,221	0,333	0,0170	0,0026
12,150	0,762	0,114	0,0030	0,0004	16,002	2,719	0,408	0,0197	0,0030
12,208	0,591	0,089	0,0049	0,0007	16,188	3,160	0,474	0,0063	0,0009
12,332	0,687	0,103	0,0070	0,0010	16,241	2,991	0,449	0,0258	0,0039
12,486	0,925	0,139	0,0094	0,0014	16,468	3,609	0,541	0,0086	0,0013
12,643	1,123	0,168	0,0046	0,0007	16,533	3,539	0,531	0,0362	0,0054
12,709	1,006	0,151	0,0095	0,0014	16,813	4,442	0,666	0,0089	0,0013
12,862	0,851	0,128	0,0118	0,0018	16,869	3,764	0,565	0,0204	0,0031
13,091	1,330	0,200	0,0051	0,0008	17,024	4,034	0,605	0,0301	0,0045
13,156	1,209	0,181	0,0037	0,0005	17,240	4,672	0,701	0,0228	0,0034
13,209	0,751	0,113	0,0040	0,0006	17,385	4,903	0,735	0,0068	0,0010
13,301	0,602	0,090	0,0030	0,0004	17,427	4,127	0,619	0,0042	0,0006
13,388	0,593	0,089	0,0047	0,0007	17,458	3,748	0,562	0,0192	0,0029
13,531	0,743	0,111	0,0025	0,0004	17,614	4,073	0,611	0,0356	0,0053
13,592	0,595	0,089	0,0073	0,0011	17,885	5,075	0,761	0,0274	0,0041
13,819	1,121	0,168	0,0084	0,0013	18,058	5,556	0,833	0,0018	0,0003
13,962	1,312	0,197	0,0041	0,0006	18,068	5,009	0,751	0,0292	0,0044
14,023	1,194	0,179	0,0032	0,0005	18,259	5,549	0,832	0,0055	0,0008
14,076	0,946	0,142	0,0021	0,0003	18,292	5,298	0,795	0,0240	0,0036
14,119	0,753	0,113	0,0093	0,0014	18,444	5,494	0,824	0,0481	0,0072
14,365	1,414	0,212	0,0110	0,0017	18,742	6,714	1,007	0,0478	0,0072
14,526	1,657	0,249	0,0051	0,0008	18,992	7,774	1,166	0,0047	0,0007
14,591	1,523	0,228	0,0223	0,0033	19,014	7,222	1,083	0,0660	0,0099
14,903	2,372	0,356	0,0145	0,0022	19,344	8,880	1,332	0,0231	0,0035
15,039	2,664	0,400	0,0141	0,0021	19,442	8,870	1,331	0,0407	0,0061

Tabelle A.14: Teil II: Totaler Photoabsorptionsquerschnitt aus [Str98] zurückgerechnet und daraus bestimmte Polarisierbarkeit.

$E_x$ (MeV)	$\sigma_\gamma$ (fm <sup>2</sup> )	$u(\sigma_\gamma)$ (fm <sup>2</sup> )	$\alpha_D$ (fm <sup>3</sup> )	$u(\alpha_D)$ (fm <sup>3</sup> )	$E_x$ (MeV)	$\sigma_\gamma$ (fm <sup>2</sup> )	$u(\sigma_\gamma)$ (fm <sup>2</sup> )	$\alpha_D$ (fm <sup>3</sup> )	$u(\alpha_D)$ (fm <sup>3</sup> )
19,615	9,328	1,399	0,0117	0,0017	22,770	4,998	0,750	0,0134	0,0020
19,663	9,061	1,359	0,0438	0,0066	22,910	5,408	0,811	0,0011	0,0002
19,850	9,704	1,456	0,0227	0,0034	22,920	4,660	0,699	0,0079	0,0012
19,943	9,758	1,464	0,0160	0,0024	23,010	4,614	0,692	0,0068	0,0010
20,008	8,876	1,331	0,0176	0,0026	23,088	4,437	0,666	0,0037	0,0006
20,087	8,846	1,327	0,0307	0,0046	23,133	4,083	0,612	0,0057	0,0009
20,227	9,102	1,365	0,0411	0,0062	23,208	3,881	0,582	0,0034	0,0005
20,412	9,646	1,447	0,0142	0,0021	23,256	3,653	0,548	0,0113	0,0017
20,474	8,815	1,322	0,0000	0,0000	23,423	4,034	0,605	0,0006	0,0001
20,474	8,277	1,242	0,0261	0,0039	23,431	3,474	0,521	0,0069	0,0010
20,606	8,481	1,272	0,0060	0,0009	23,539	3,554	0,533	0,0138	0,0021
20,636	7,389	1,108	0,0239	0,0036	23,754	4,275	0,641	0,0090	0,0013
20,774	7,773	1,166	0,0347	0,0052	23,873	3,745	0,562	0,0002	0,0000
20,967	8,318	1,248	0,0179	0,0027	23,876	3,085	0,463	0,0090	0,0014
21,061	7,723	1,159	0,0250	0,0037	24,043	3,527	0,529	0,0037	0,0005
21,204	8,000	1,200	0,0198	0,0030	24,103	3,379	0,507	0,0073	0,0011
21,316	8,120	1,218	0,0079	0,0012	24,229	3,530	0,530	0,0102	0,0015
21,360	7,900	1,185	0,0125	0,0019	24,398	3,351	0,503	0,0126	0,0019
21,432	7,709	1,156	0,0158	0,0024	24,622	4,334	0,650	0,0082	0,0012
21,526	7,712	1,157	0,0163	0,0024	24,737	4,297	0,644	0,0046	0,0007
21,624	7,068	1,060	0,0077	0,0012	24,804	4,250	0,638	0,0021	0,0003
21,675	6,005	0,901	0,0059	0,0009	24,834	3,705	0,556	0,0071	0,0011
21,721	5,737	0,860	0,0095	0,0014	24,953	3,032	0,455	0,0016	0,0002
21,799	5,676	0,851	0,0214	0,0032	24,987	2,620	0,393	0,0032	0,0005
21,979	6,239	0,936	0,0064	0,0010	25,064	2,408	0,361	0,0095	0,0014
22,028	5,887	0,883	0,0122	0,0018	25,311	3,586	0,538	0,0027	0,0004
22,129	5,239	0,786	0,0138	0,0021	25,359	3,160	0,474	0,0057	0,0009
22,258	5,464	0,820	0,0146	0,0022					
22,391	5,661	0,849	0,0065	0,0010					
22,449	4,764	0,715	0,0217	0,0033					
22,679	5,732	0,860	0,0033	0,0005					
22,708	5,226	0,784	0,0063	0,0009					

Tabelle A.15: Totaler Photoabsorptionsquerschnitt [Kee87] und daraus berechnete Polarisierbarkeit. Die Breite einer Energieklasse wurde aus der Differenz aufeinander folgender Energien bestimmt.

$E_x$ (MeV)	$\sigma_\gamma$ (fm <sup>2</sup> )	$u(\sigma_\gamma)$ (fm <sup>2</sup> )	$\alpha_D$ (fm <sup>3</sup> )	$u(\alpha_D)$ (fm <sup>3</sup> )
10,810	0,493	0,224	0,0198	0,0090
11,280	0,516	0,202	0,0203	0,0079
11,780	0,729	0,213	0,0257	0,0075
12,270	1,469	0,258	0,0224	0,0039
12,500	1,211	0,157	0,0395	0,0051
13,010	0,920	0,292	0,0304	0,0097
13,570	1,267	0,303	0,0337	0,0081
14,060	2,400	0,426	0,0607	0,0108
14,560	2,086	0,381	0,0531	0,0097
15,100	2,804	0,404	0,0652	0,0094
15,630	4,105	0,449	0,0823	0,0090
16,120	4,531	0,493	0,0872	0,0095
16,620	4,127	0,740	0,0747	0,0134
17,120	6,439	0,673	0,0439	0,0046
17,320	6,505	0,527	0,1084	0,0088
17,820	7,403	0,594	0,1212	0,0097
18,340	9,088	0,673	0,1296	0,0096
18,820	10,772	0,718	0,0638	0,0043
19,030	10,628	0,583	0,1438	0,0079
19,520	10,009	0,673	0,1260	0,0085
20,000	9,093	0,807	0,1182	0,0105
20,520	8,874	0,931	0,0400	0,0042
20,710	8,549	0,819	0,1016	0,0097
21,220	8,356	0,987	0,0408	0,0048
21,440	9,235	0,908	0,0964	0,0095
21,920	6,545	1,144	0,0231	0,0040
22,090	5,267	1,043	0,0561	0,0111
22,610	8,119	1,189	0,0365	0,0053
22,840	6,800	1,110	0,0665	0,0108
23,350	5,895	1,245	0,0184	0,0039
23,520	3,947	1,222	0,0371	0,0115
24,040	4,096	1,368	0,0333	0,0111
24,510	2,288	1,525	0,0206	0,0137
25,050	3,366	1,693	0,0231	0,0116

Tabelle A.16: Totaler Photoabsorptionsquerschnitt für die Protonenemissionen [Kee87] und daraus berechnete Polarisierbarkeit. Die Breite einer Energieklasse wurde aus der Differenz aufeinander folgender Energien bestimmt.

$E_x$ (MeV)	$\sigma_\gamma$ (fm <sup>2</sup> )	$u(\sigma_\gamma)$ (fm <sup>2</sup> )	$\alpha_D$ (fm <sup>3</sup> )	$u(\alpha_D)$ (fm <sup>3</sup> )	$E_x$ (MeV)	$\sigma_\gamma$ (fm <sup>2</sup> )	$u(\sigma_\gamma)$ (fm <sup>2</sup> )	$\alpha_D$ (fm <sup>3</sup> )	$u(\alpha_D)$ (fm <sup>3</sup> )
18,83	0,216	0,083	0,0013	0,0005	23,43	1,038	0,224	0,0043	0,0009
19,04	0,482	0,083	0,0024	0,0004	23,66	1,362	0,233	0,0049	0,0008
19,22	0,772	0,108	0,0048	0,0007	23,86	1,512	0,249	0,0021	0,0003
19,45	0,831	0,150	0,0064	0,0011	23,94	1,362	0,199	0,0043	0,0006
19,74	0,789	0,091	0,0036	0,0004	24,12	1,412	0,199	0,0053	0,0008
19,92	0,482	0,166	0,0025	0,0009	24,34	1,636	0,224	0,0044	0,0006
20,13	0,623	0,125	0,0028	0,0006	24,50	1,661	0,233	0,0061	0,0009
20,31	0,556	0,208	0,0038	0,0014	24,72	1,694	0,233	0,0033	0,0005
20,59	0,332	0,133	0,0013	0,0005	24,84	1,744	0,216	0,0039	0,0005
20,75	0,548	0,133	0,0027	0,0006	24,98	1,586	0,208	0,0048	0,0006
20,96	0,432	0,150	0,0023	0,0008	25,17	1,512	0,216	0,0045	0,0006
21,19	0,449	0,199	0,0025	0,0011	25,36	1,254	0,208	0,0037	0,0006
21,44	0,473	0,174	0,0023	0,0008	25,55	1,287	0,274	0,0041	0,0009
21,66	0,581	0,216	0,0025	0,0009	25,76	1,304	0,191	0,0037	0,0005
21,86	0,432	0,166	0,0019	0,0007	25,95	1,329	0,199	0,0037	0,0006
22,07	0,507	0,224	0,0031	0,0014	26,14	1,138	0,191	0,0032	0,0005
22,37	0,324	0,174	0,0012	0,0007	26,33	1,138	0,208	0,0044	0,0008
22,56	0,565	0,199	0,0022	0,0008	26,60	1,013	0,199	0,0027	0,0005
22,76	0,581	0,233	0,0020	0,0008	26,79	1,113	0,199	0,0033	0,0006
22,94	0,648	0,216	0,0015	0,0005	27,00	0,997	0,216	0,0025	0,0005
23,06	0,648	0,199	0,0021	0,0006	27,18	0,947	0,199	0,0028	0,0006
23,23	0,648	0,183	0,0024	0,0007	27,40	0,689	0,241	0,0018	0,0006

Tabelle A.17: Totaler Photoabsorptionsquerschnitt  $\sigma_\gamma$  in mb, aus [Ahr72] und [Ahr75].

$E_x$ (MeV)	$\sigma_\gamma$	$u(\sigma_\gamma)$	$E_x$ (MeV)	$\sigma_\gamma$	$u(\sigma_\gamma)$	$E_x$ (MeV)	$\sigma_\gamma$	$u(\sigma_\gamma)$
10,20	8,61	1,86	19,40	90,20	3,25	60,65	3,74	1,78
10,40	10,90	1,86	19,60	93,30	2,78	62,56	2,70	1,96
10,60	10,90	1,85	19,90	93,00	2,78	64,47	6,07	2,59
10,80	9,09	1,85	20,00	88,60	2,55	66,38	3,45	2,13
11,00	11,10	1,86	20,20	86,10	2,79	68,40	5,55	2,50
11,20	9,33	1,85	20,40	78,20	3,02	70,21	6,63	2,78
11,40	10,70	1,39	20,60	78,60	2,79	72,60	4,86	2,96
11,60	11,20	1,62	20,90	83,10	2,55	74,51	4,20	3,24
11,80	7,72	2,09	21,00	76,80	2,78	76,90	2,05	2,40
12,00	7,96	2,09	21,30	70,70	3,02	78,81	1,38	2,64
12,20	6,81	2,09	21,40	64,50	2,32	80,72	1,85	3,27
12,40	7,28	2,32	21,60	64,90	3,25	83,16	8,32	3,51
12,60	9,14	1,39	21,80	62,40	3,02	85,00	2,31	3,24
12,80	4,96	2,32	22,00	59,60	2,55	86,93	1,03	3,08
13,00	8,69	2,32	22,20	52,20	2,55	88,84	-2,78	2,85
13,20	13,80	1,85	22,40	49,60	3,02	91,23	3,70	2,78
13,40	7,77	2,09	22,60	48,00	2,55	93,14	-6,01	2,80
13,60	6,15	1,86	22,80	42,00	3,25	95,05	2,05	3,21
13,80	11,20	2,09	23,00	44,30	3,02	96,58	-5,04	3,17
14,00	14,70	2,09	23,20	39,20	2,78	98,61	1,39	3,00
14,20	13,60	2,32	23,40	36,90	3,02	100,79	3,24	2,96
14,40	11,50	1,39	23,60	34,80	3,72	102,70	3,70	3,05
14,60	9,67	2,09	24,00	37,80	2,09	104,61	1,31	3,08
14,80	12,70	2,79	24,20	30,60	2,32	107,00	4,16	3,45
15,00	18,00	2,32	24,40	36,40	2,32	108,90	5,55	3,36
15,20	18,90	2,09	24,60	30,80	2,55	111,30	6,94	3,47
15,40	18,00	2,32	24,70	29,70	3,25	113,21	2,33	3,70
15,60	18,00	1,86	25,00	27,40	2,78	115,70	5,60	4,07
15,80	16,20	2,09	25,29	30,98	1,20	118,00	-3,30	3,30
16,00	19,20	1,85	27,20	23,63	0,93	119,90	0,93	3,33
16,20	21,80	2,55	29,11	18,50	1,03	122,76	-1,48	3,22
16,40	22,00	1,85	30,95	15,72	1,40	125,15	6,47	3,24
16,60	26,40	2,09	32,94	14,35	1,30	127,54	1,12	3,51
16,80	27,10	2,55	34,85	13,33	1,48	130,00	7,19	3,38
17,00	30,40	3,02	36,76	14,80	1,34	132,32	4,11	2,42
17,20	33,40	3,72	38,67	16,19	1,39	135,19	7,40	3,70
17,40	35,80	2,09	41,06	10,65	1,25	137,58	8,32	3,26
17,60	42,70	2,09	42,50	7,40	1,50	140,45	9,71	3,26
17,80	44,80	3,48	44,40	7,94	1,49	143,31	7,86	3,22
18,00	55,10	2,55	46,31	9,25	1,85	146,18	7,28	3,00
18,30	62,50	3,48	48,70	11,56	1,90	149,05	2,78	2,77
18,40	70,90	2,32	50,61	8,21	1,85	152,00	5,12	2,31
18,70	74,90	3,25	52,47	7,94	2,13	155,07	3,70	2,80
18,80	83,50	2,78	54,44	4,20	1,96	158,12	2,30	3,00
19,00	85,10	3,72	56,35	1,85	1,80			
19,20	87,90	2,09	58,26	0,46	1,75			

Tabelle A.18: M1-Wirkungsquerschnitte und totale M1-Stärke für  $^{208}\text{Pb}$ , siehe [Pol12].

$E_{x,i}$ (MeV)	$E_{x,f}$ (MeV)	$E_x$ (MeV)	$d\sigma/d\Omega(0^\circ)$ (mb)	$u(d\sigma/d\Omega(0^\circ))$ (mb)	$F_{M1}$	$B(M1)$ ( $\mu_N^2$ )	$u(B(M1))$ ( $\mu_N^2$ )
7,005	7,070	7,135	0,22	0,01	1,00	0,60	0,04
7,135	7,180	7,225	0,28	0,08	1,00	0,76	0,22
7,225	7,245	7,265	0,25	0,07	1,00	0,68	0,19
7,265	7,320	7,375	1,54	0,30	1,00	4,14	0,84
7,375	7,400	7,425	0,58	0,06	1,00	1,55	0,18
7,425	7,470	7,515	0,97	0,15	1,00	2,59	0,43
7,515	7,550	7,585	0,64	0,14	1,00	1,72	0,39
7,590	7,620	7,650	0,40	0,15	0,99	1,06	0,41
7,655	7,690	7,725	0,14	0,02	0,99	0,38	0,06
7,730	7,795	7,860	0,30	0,08	0,99	0,82	0,22
7,865	7,900	7,935	0,09	0,01	0,99	0,25	0,03
7,935	7,985	8,035	0,26	0,07	0,99	0,71	0,19
8,040	8,100	8,160	0,27	0,07	0,99	0,74	0,20
8,160	8,195	8,230	0,25	0,07	0,99	0,69	0,19
8,230	8,330	8,430	0,20	0,02	0,99	0,55	0,06
8,430	8,510	8,590	0,27	0,04	0,99	0,74	0,12
8,595	8,670	8,745	0,35	0,06	0,99	0,94	0,17
8,750	8,830	8,910	0,19	0,02	0,98	0,52	0,06
8,910	8,955	9,000	0,06	0,00	0,98	0,17	0,01

Tabelle A.19: Experimentelle Gesamtwirkungsquerschnitte bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  für die angegebenen Reaktionen und Einschussenergien.

Experiment	Projektilenergie		Reaktion	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ)$	$u \left( \frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ) \right)$
	Exp. (MeV)	DWBA (MeV)		(mb · sr <sup>-1</sup> )	(mb · sr <sup>-1</sup> )
Crawley et al,	201	200	(p,p')	6,336	0,161
RCNP	295	300	(p,p')	6,605	0,122
Yako et al. (Min)	295	300	(p,n)	1,120	0,095
Yako et al. (Max)	295	300	(p,n)	3,541	0,199

Tabelle A.20: Modell-Wirkungsquerschnitte bei  $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$  für die verschiedenen Reaktionen und Einschussenergien. Da es sich um Modellrechnungen handelt, werden Ergebnisse ohne Unsicherheiten angegeben.

$E_p = 200$ MeV QPM + DWBA	$E_x$	$d\sigma/d\Omega(0^\circ)$ (mb/sr)	$F$
(p,p')	0,0	13,867	0,889
(p,p')	10,2	12,325	
(p,n)	0,0	25,030	0,877
(p,n)	17,0	21,959	
$E_p = 300$ MeV QPM + DWBA	$E_x$	$d\sigma/d\Omega(0^\circ)$ (mb/sr)	$F$
(p,p')	0,0	8,776	0,941
(p,p)'	10,2	8,254	
(p,n)	0,0	21,835	0,911
(p,n)	17,0	19,888	

Tabelle A.21: Parameter für die Berechnung der Einheitsquerschnitte. Die Einheitsquerschnitte sind für  $A = 48$  als Erwartungswerte angegeben. Erwartungswerte und Standardunsicherheiten wurden mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen berechnet.

$E_p = 198$ MeV	Wert	Unsicherheit
$N_{90}$	3,5	0,3
$x_{GT}$	0,45	0,14
$\hat{\sigma}$	5,161	0,759
<hr/>		
$E_p = 297$ MeV	Wert	Unsicherheit
$N_{90}$	3,4	0,2
$x_{GT}$	0,4	0,05
$\hat{\sigma}$	4,776	0,347

Tabelle A.22: Verhältnisse zwischen isovektoriellem und gesamten Wirkungsquerschnitt, abgeleitet aus der Entfaltung der experimentellen Wirkungsquerschnitte in einen isoskalaren und isovektoriellen Anteil, siehe Abschnitt 9.2.

$E_p$ (MeV)	$\tilde{\alpha}_{\text{NN}}$
210	1,000(26)
325	0,948(25)

Tabelle A.23: Korrekturfaktoren für die Umrechnung von isovektorieller M1-Stärke in die totale M1-Stärke, siehe Abschnitt 4.3.

	$\tilde{R}_{\text{ges}}^{\text{IV}}$
$Q_{\text{IS}} = 1,0$	0,52(2)
$Q_{\text{IS}} = Q_{\text{IV}}$	0,63(1)

Tabelle A.24: Verwendete Parameterwerte für die Umrechnung von Streuereignissen pro Kanal in doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt. Die genannten Dateien, die jeweils einer Messung entsprachen, enthielten die Streuereignisse in der Fokalebene des Detektorsystems bei voller Akzeptanz des Spektrometers, wobei die beiden Winkelablagen  $\theta$  und  $\phi$  gegeneinander aufgetragen waren. In diese Streudiagramme wurden die Winkelausschnitte gelegt, die die Raumwinkel in Gleichung 6.1 auf Seite 80 festlegten. Aus den angegebenen Dateien wurden durch Zusammenfassen neue gebildet und fortlaufend von 4800 bis 4806 nummeriert, siehe Tabelle 5.4 auf Seite 70. Zusammengefasst wurden 4038-4043 und 4083-4084.

Messung	$L$	$u_{\text{rel}}(L) (\%)$	$e$	$u_{\text{rel}}(e) (\%)$	$\Theta_{\text{spektr}} (\theta_{\text{CM}} = 0^\circ)$
4038	0,959	1,59	0,907	1,50	0,0
4039	0,956	1,59	0,906	1,50	0,0
4040	0,958	1,59	0,908	1,50	0,0
4041	0,956	1,59	0,907	1,50	0,0
4042	0,958	1,59	0,907	1,50	0,0
4043	0,956	1,59	0,907	1,50	0,0
4083	0,952	1,59	0,904	1,50	2,5
4084	0,947	1,59	0,904	1,50	2,5
4085	0,893	1,59	0,900	1,50	4,5
Messung	$c_0 - \text{FC}(\Theta_{\text{spektr}})$ $(c_{Q1} - \text{FC})$	$u_{\text{rel}}(c_0 - \text{FC}(\Theta_{\text{spektr}})) (\%)$ $(u_{\text{rel}}(c_{Q1} - \text{FC})) (\%)$	$c_{\text{Trg.}} - \text{SC.}$	$u_{\text{rel}}(c_{\text{Trg.}} - \text{SC.}) (\%)$	$\Theta_{\text{spektr}} (\theta_{\text{CM}} = 0^\circ)$
4038	1,032	0,3	1,023	0,03	0,0
4039	1,032	0,3	1,023	0,03	0,0
4040	1,032	0,3	1,023	0,03	0,0
4041	1,032	0,3	1,023	0,03	0,0
4042	1,032	0,3	1,023	0,03	0,0
4043	1,032	0,3	1,023	0,03	0,0
4083	(1,008)	(0,4)	1,023	0,03	2,5
4084	(1,008)	(0,4)	1,023	0,03	2,5
4085	(1,008)	(0,4)	1,023	0,03	4,5



Tabelle A.25: Kontrolle der Energiekalibrierung anhand der Spektren der Nuklide  $^{12}\text{C}$  (10.2004),  $^{16}\text{O}$  (10.2007) und  $^{24}\text{Mg}$  (10.2004). Für die Kontrolle der Energiekalibrierung wurden die Anregungsenergien solcher Linien aus der Datenbank [NuDat] für die angegebenen Nuklide gewählt, die in den Spektren zweifelsfrei identifizierbar waren. Der Vergleich zwischen dem Soll-Wert aus der Datenbank und dem Ist-Wert aus dem Spektrum ist durch die absolute Abweichung (Abw.) wiedergegeben. Um die Linienschwerpunkte zu bestimmen, wurden Gaußfunktionen mittels des Marquardt-Levenberg-Algorithmus angepasst [NR3].

Soll	Ist		Abw.		Ist	Abw.	
$E_x$ (MeV)	$u(E_x)$ (MeV)	$E_x$ (MeV)	$u(E_x)$ (MeV)	$\Delta(E_x)$ (MeV)	$E_x$ (keV)	$E_x$ (MeV)	$\Delta(E_x)$ (MeV)
<b><math>^{12}\text{C}</math></b>							
4,44	0,03	4,36	0,05	83,11	4,36	0,05	74,81
7,65	0,02	7,66	0,07	3,30	7,65	0,07	0,10
12,71	0,01	12,73	0,08	18,50	12,73	0,08	17,80
15,11	0,00	15,11	0,09	3,20	15,11	0,09	1,00
16,11	0,01	16,10	0,09	5,50	16,10	0,09	10,80
<b><math>^{16}\text{O}</math></b>							
6,05	0,01	6,01	0,06	39,40	6,01	0,06	39,90
6,13	0,00	6,09	0,06	35,69	6,10	0,06	32,09
6,92	0,01	6,89	0,06	22,80	6,90	0,06	18,50
7,12	0,01	7,10	0,06	18,75	7,10	0,06	16,95
12,05	0,00	12,05	0,08	0,50	12,05	0,08	0,90
16,20	0,09	16,20	0,10	3,90	16,20	0,10	4,00
<b><math>^{24}\text{Mg}</math></b>							
6,43	1,00	6,39	0,06	-39,80	6,39	0,06	-44,60
7,35	3,00	7,33	0,06	-21,80	7,32	0,06	-26,90
9,31	24,00	9,30	0,07	-1,89	9,30	0,07	-6,19
9,83	11,00	9,83	0,07	0,29	9,82	0,07	-3,31
9,97	22,00	9,97	0,07	1,51	9,96	0,07	-2,39
12,82	6,00	12,82	0,08	-0,90	12,81	0,08	-5,00



# Literaturverzeichnis

- [Abr12] S. ABRAHAMYAN et al., arXiv:1201.2568 (2012).
- [Ahr72] J. AHRENS et al., Conf. Nucl. Structure Studies (Sendai, Japan) (1972) 213.
- [Ahr75] J. AHRENS et al., Nucl. Phys. A **251** (1975) 479.
- [Ala89] R. ALARCON et al., Phys. Rev. C **40** (1989) 1097(R).
- [Alv75] G. D. ALKHAZOV et al., Phys. Lett. B **57** (1975) 47.
- [Alo93] M. ALONSO, E. J. FINN: *Quantenphysik*, Bonn, Addison-Wesley, 1993.
- [Ama91] J. E. AMARO UND A. M. LALLEN, Phys. Lett. B **261** (1991) 229.
- [And01] W. ANDREJTSCHKEFF, C. KOHSTALL, P. VON BRENTANO, C. FRANSEN, U. KNEISSL, N. PIETRALLA, H. PITZ, Phys. Lett. B **506** (2001) 239.
- [And80] B. D. ANDERSON et al., Phys. Rev. Lett. **45** (1980) 699.
- [Ant98] H. ANTON: *Lineare Algebra - Einführung • Grundlagen • Übungen*. Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg Berlin, 1998.
- [Are79] H. ARENHÖVEL: *Electromagnetic sum rules in nuclei*, Lecture Notes in Physics, Vol. 108, Springer, Berlin/Heidelberg, 1979.
- [Are00] H. ARENHÖVEL, F. RITZ, T. WILBOIS, Phys. Rev. C **61** (2000) 034002.
- [Ata10] L. ATANASOVA et al., EPL **91** (2010) 42001.
- [Bak91] F. T. BAKER et al., Phys. Rev. C **44** (1991) 93.
- [Bal47] G. C. BALDWIN, G. S. KLAIBER, Phys. Rev. **71** (1947) 3.
- [Ban84] S. M. BANKS et al., Z. Phys. A **316** (1984) 241.
- [Bar57] J. BARDEEN et al., Phys. Rev. **108** (1957) 1175.
- [Bas14] S. BASSAUER, unveröffentlichte Master-Arbeit, TU Darmstadt, 2014.
- [Bee90] J. R. BEENE et al., Phys. Rev. C **41** (1990) 920.
- [Ber04] C. A. BERTULANI, P. DANIELEWICZ: *Introduction to Nuclear Reactions*. Bistol IoP, 2004.
- [Ber14] C. A. BERTULANI, persönliche Kommunikation, 2014.
- [Ber82] G. P. A. BERG et al., Phys. Rev. C **25** (1982) 2100.

- [Ber85] C. A. BERTULANI UND G. BAUR, Nucl. Phys. A **442** (1985) 739.
- [Ber88] C. A. BERTULANI UND G. BAUR, Phys. Rep. **163** (1988) 299.
- [Ber92] BERGMAN-SCHAEFER: *Lehrbuch der Experimentalphysik - Teilchen*, Bd. 4. Walter de Gruyter, Berlin, 1992.
- [Ber93] C. A. BERTULANI UND A. NATHAN, Nucl. Phys. A **554** (1993) 158.
- [Ber99] C. A. BERTULANI UND V. PONOMAREV, Physics Reports **321** (1999) 139.
- [Bet06] H. A. BETHE, P. MORRISON: *Elementary Nuclear Theory*. Dover Publications, Mineola, New York, 2006.
- [Bet36] H. A. BETHE, F. BACHER, Rev. Mod. Phys. **8** (1936) 82.
- [Blo98] V. BLOBEL, E. LOHRMANN: *Statistische und numerische Methoden der Datenanalyse*. Teubner Studienbücher Physik, Stuttgart Leipzig, 1998.
- [Boh79] A. BOHR UND B. MOTTELSON: *Struktur der Atomkerne*, Bd. 1 - 2, Carl Hanser Verlag, München Wien, 1979.
- [Boh81] O. BOHIGAS, NGUYEN VAN GIAI, D. VAUTHERIN, Phys. Lett. B **102** (1981) 105.
- [Boh84] D. BOHLE, A. RICHTER, W. STEFFEN, A. E. L. DIEPERINK, N. LO IUDICE, F. PALUMBO, O. SCHOLTEN, Phys. Lett. B **137** (1984) 27.
- [Bra83] S. BRANDENBURG, R. DE LEO, A. G. DRENTJE, M. N. HARAKEH, H. SAKAI, A. VAN DER WOUDE, Phys. Lett. B **130** (1983) 9.
- [Bri57] D. BRINK, Nucl. Phys. **4** (1957) 215.
- [Bro14] B. A. BROWN, W.D.M. RAE, Nuclear Data Sheets **120** (2014) 115.
- [Bro59] G. E. BROWN, M. BOLSTERLI, Phys. Rev. Lett. **3** (1959) 472.
- [Bro80] G. E. BROWN et al., Comments Nucl. Part. Phys. **9** (1980) 79.
- [Bos95] K. BOSCH: *Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung*. 6. Auflage, Vieweg Studium Basiswissen, 1995.
- [Bot37] W. BOTHE, W. GENTNER, Z. Phys. **71** (1937) 236.
- [Bru76] P. J. BRUSSARD, P. W. M. GLAUDEMANS: *Shell-Model Applications in Nuclear Spectroscopy*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1976.
- [BIPM00] BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES: *Evaluation of measurement data Guide to the expression of uncertainty in measurement*. JCGM 100:2008, Internetabfrage vom 29.4.2015 unter <http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html>.
- [BIPM01] BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES: *Evaluation of measurement data Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" Propagation of distributions using a Monte Carlo method*. JCGM 101:2008, Internetabfrage vom 29.4.2015 unter <http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html>.

- [BIPM02] BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES: *Evaluation of measurement data Supplement 2 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" Extension to any number of output quantities*. JCGM 102:2011, Internetabfrage vom 29.4.2015 unter <http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html>.
- [Cap09] R. CAPOTE et al., Nuclear Data Sheets **110** (2009) 3107.
- [Car01] J. CARTER et al., Phys. Rev. C **63** (2001) 057602.
- [Cha32] J. CHADWICK, PRSL A **136** (1932) 692.
- [Craw83] G. M. CRAWLEY et al., Phys. Lett. B **127** (1983) 322.
- [CREX] *The CREX proposal*, unveröffentlicht, verfügbar unter [hallaweb.jlab.org/parity/prex/](http://hallaweb.jlab.org/parity/prex/), Abfrage am 25.7.2015.
- [WCas07] W. CASPARY, K. WICHMANN: *Auswertung von Messdaten - Statistische Methoden für Geo- und Ingenieurwissenschaften*. Oldenburg Verlag, München Wien, 2007.
- [RCas00] R. CASTEN: *Nuclear structure from a simple perspective*, Oxford University Press, Reprint 2005.
- [DCha84] D. CHA et al., Nucl.Phys. A **430** (1984) 321.
- [MCha11] M. B. CHADWICK et al., Nuclear Data Sheets **112** (2011) 2887.
- [Cher08] M. CHERNYKH: *Electron Scattering on  $^{12}\text{C}$ , the Structure of the Hoyle State and a Neutron Ball for  $(e,e'n)$  Experiments at the S-DALINAC*. Dissertation Technische Universität Darmstadt, D17, 2008.
- [CODATA] THE NIST REFERENCE ON CONSTANTS, UNITS, AND UNCERTAINTY Internetabfrage vom 8.5.2015 unter [physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?rp](http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?rp).
- [Die94] H. DIESENER, U. HELM, G. HERBERT, V. HUCK, P. VON NEUMANN-COSEL, C. RANGACHARYULU, A. RICHTER, G. SCHRIEDER, A. STASCHECK, A. STILLER, J. RYCKE-BUSCH, J. CARTER, Phys. Rev. Lett. **72** (1994) 1994.
- [DIN1] DIN DEUTSCHS INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: *Grundlagen der Messtechnik - Teil 3: Auswertung von Messungen einer einzelnen Messgröße Meßunsicherheit*. DIN 1319-3, Beuth Verlag, 1995.
- [DIN2] DIN DEUTSCHS INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: *Ermittlung der Radioaktivität in der Umwelt- Erdboden- Teil 3: Messung von Gammastrahlung emittierenden Radionukliden*. Entwurf DIN ISO 18589-3, Beuth Verlag, 2007.
- [DIN3] DIN DEUTSCHS INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: *Zerstörungsfreie Prüfung von Schweißverbindungen - Durchstrahlungsprüfung von Schmelzschweißverbindungen*. DIN EN 1435, Beuth Verlag, 2002.
- [DIN4] DIN DEUTSCHS INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: *Grundlagen der Messtechnik - Teil 4: Auswertung von Messungen, Meßunsicherheit*. DIN 1319-4, Beuth Verlag, 1999.
- [DIN5] DIN DEUTSCHS INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: *Nachweisgrenze und Erkennungsgrenze bei Kernstrahlungsmessungen - Teil 12: Entfaltung von Spektren*. DIN 25482-12, Beuth Verlag, 2003.
- [Dja80] C. DJALALI et al., Z. Phys. A **298** (1980) 79.

- [Dja82] C. DJALALI et al., Nucl. Phys. A **388** (1982) 1.
- [Dja85] C. DJALALI et al., Phys. Rev. C **31** (1985) 758.
- [Dja99] C. DJALALI et al., Phys. Rev. C **59** (1999) 118.
- [Doz09] M. DOZONO et al., Phys. Rev. C **80** (2009) 024319.
- [Ebr14] A. EBRAN et al., Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A **768** (2014) 124.
- [Ede95] G. EDER: *Kernmaterie*. Spektrum-Verlag, Heidelberg, (1995).
- [End00] J. ENDERS, P. VON BRENTANO, J. EBERTH, A. FITZLER, C. FRANSEN, R.-D. HERZBERG, H. KAISER, L. KÄUBLER, P. VON NEUMANN-COSEL, N. PIETRALLA, V. YU. PONOMAREV, H. PRADE, A. RICHTER, H. SCHNARE, R. SCHWENGNER, S. SKODA, H.G. THOMAS, H. TIESLER, D. WEISSHAAR, I. WIEDENHÖVER, Phys. Lett. B **486** (2000) 279.
- [Epe09] E. EPELBAUM, H.-W. HAMMER UND U.-G. MEISSNER, Rev. Mod. Phys. **81** (2009) 1173.
- [Epe13] E. EPELBAUM, arXiv:1302.3241 [nucl-th] (2013).
- [EXF] EXFOR-DATENBANK, [www-nds.iaea.org/exfor/exfor.htm](http://www-nds.iaea.org/exfor/exfor.htm), Abfrage Juli 2014.
- [Fes54] H. FESHBACH, et al., Phys. Rev. **96** (1954) 448.
- [Fra85] M. A. FRANEY et al., Phys. Rev. C **31** (1985) 488.
- [Fra99] H. FRAUENFELDER, E. M. HENLEY: *Teilchen und Kerne*. München, Oldenburgverlag, 1999.
- [Fre90] D. FREEKERS et al., Phys. Lett. B **244** (1990) 178.
- [Fro68] R. F. FROSC et al., Phys. Rev. **174** (1968) 1380.
- [Frue83] R. FRÜHWIRTH, M. REGLER: *Monte-Carlo-Methoden - Eine Einführung*. BI Wissenschaftsverlag, Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zürich, 1983.
- [Frue00] R. FRÜHWIRTH, M. REGLER, R. K. BOCK, H. GROTE, D. NOTZ: *Data Analysis Techniques for High-Energy Physics*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- [HFuj01] H. FUJITA et al., Nucl. Instr. Meth. A **469** (2001) 55.
- [MFuj99] M. FUJIWARA et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **422** (1999) 488.
- [YFuj11] Y. FUJITA et al., Prog. Part. Nucl. Phys. **66** (2011) 549.
- [YFuj12] Y. FUJITA et al., Acta Physica Polonica B, Vol. **43**, No. 2 (2012).
- [YFuj97] Y. FUJITA et al., Nucl. Instr. Meth. B **126** (1997) 274.
- [YFuj82] Y. FUJITA et al., Phys. Rev. C **25** (1982) 678.
- [Gaa83] C. GAARDE, Nucl. Phys. A **396** (1983) 127c.
- [Gel64] M. GELL-MANN, Phys. Lett. **8** (1964) 214.
- [Gen92] H. GENZ, et al.: *Operational experience and results from the S-DALINAC*. EPAC92, Third European Particle Accelerator Conference, vol. **1** (1992) 49.

- [Ger97] H. VOGEL: *Gerthsen Physik*. 19. Auflage, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1997.
- [Gil95] G. GILMORE, J.D. HEMINGWAY: *Practical Gamma-Ray Spectrometry*. John Wiley & Sons, Chichester, 1995.
- [Go08] T. GOCKEL: *Form der wissenschaftlichen Ausarbeitung*. Springer-Verlag, Heidelberg, 2008.
- [Gol48] M. GOLDBERGER, E. TELLER, Phys. Rev. **74** (1948) 1046.
- [Gre95] W. GREINER, J. MARUHN: *Kernmodelle*. Verlag Harry Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 1995.
- [Grei07] W. GREINER, S. SCHRAMM, E. STEIN: *Quantum Chromodynamics*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- [Gre07] E.-W. GREWE et al., Phys. Rev. C **76** (2007) 054307.
- [Gru93] C. GRUPEN: *Teilchendetektoren*. Bibliographisches Institut & F.A. Brockhaus AG, Mannheim, 1993.
- [GSL14] D. EDDLEBUETTEL, Wissenschaftliche GNU-Bibliothek (GNU Scientific Library, GSL), Version 1.14+dfsg-1, 2014.
- [Hae07] P. HAENSEL, A. Y. POTEKHIN, D. G. YAKOVLEV: *Neutron Stars 1 - Equation of State and Structure*. Astrophysics and Space Science Library Vol. 326, Springer Science+Business Media, 2007.
- [Hag12] G. HAGEN et al., Phys. Rev. Lett. **109** (2012) 032502.
- [Hag14] R. HAGEN et al., Rep. Prog. Phys. **77** (2014) 096302, doi:10.1088/0034-4885/77/9/096302.
- [Har01] M. N. HARAKEH UND A. VAN DER WOUDE: *Giant Resonances*. Oxford studies in nuclear physics, 2001.
- [Hat97] K. HATANAKA et al., Nucl. Instr. Meth. A **384** (1997) 575.
- [Hay82] S. I. HAYAKAWA et al., Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 1624.
- [Hax49] O. HAXEL, J. H. D. JENSEN, H. E. SUESS, Phys. Rev. **75** (1949) 1766.
- [Hwg68] E. HARDTWIG: *Fehler- und Ausgleichsrechnung*. Bd. 262/262a\*, Bibliographisches Institut Mannheim, 1968.
- [Hart99] T. HARTMANN: *Dipol- und Quadrupolanregungen unterhalb der Neutronenschwelle im doppelt-magischen Kern  $^{48}\text{Ca}$* . Dissertation TU Darmstadt, D17, 1999.
- [Heb13] K. HEBELER et al., The Astrophysical Journal **773** (2013), doi:10.1088/0004-637X/773/1/11.
- [Heb14] K. HEBELER, A. SCHWENK, Eur. Phys. J. A **50** (2014), doi:10.1140/epja/i2014-14011-411.
- [Hei32] W. HEISENBERG, Z. Physik **77** (1932) 1.
- [Hey10] K. HEYDE et al., Rev. Mod. Phys. **82** (2010) 2365.

- [Hel08] L. HELD: *Methoden der statistischen Inferenz - Likelihood und Bayes*. Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg, 2008.
- [Hmt24] F. R. HELMERT: *Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate mit Anwendungen auf die Geodäsie, die Physik und die Theorie der Messinstrumente*. 3. Auflage, Verlag B. G. Teubner Leipzig Berlin, 1924.
- [Her99] W. T. HERING: *Angewandte Kernphysik*. B.G. Teubner Stuttgart Leipzig, 1999.
- [Hof07] F. HOFMANN et al., Phys. Rev. C **76** (2007) 014314.
- [Hor01] C. J. HOROWITZ et al., Phys. Rev. Lett. **86** (2001) 5647.
- [Hor14] C. J. HOROWITZ et al., Eur. Phys. J. A **50** (2014), doi:10.1140/epja/i2014-14048-3.
- [Ich06] M. ICHIMURA et al., Prog. Part. Nucl. Phys. **56** (2006) 446.
- [Ich11] M. ICHIMURA et al., Prog. Part. Nucl. Phys. **56** (2011) 446.
- [Igo78] G. J. IGO, Rev. Mod. Phys. Vol. **50**, No. 3 (1978).
- [Iwa12] C. IWAMOTO et al., Phys. Rev. Lett. **108** (2012) 262501.
- [Jän93] J. JÄNECKE et al., Phys. Rev. C **486** (1993) 2828.
- [Jin14] M. JINGO: *Fine structure of the Isovector Giant Dipole Resonance: A survey with the  $(p,p')$  reaction at zero degrees*, Dissertation, University of the Witwatersrand, Johannesburg, 2014.
- [Kam97] S. KAMERDZHIEV, J. SPETH, G. TERTYCHNY, Nuclear Physics A **624** (1997) 328.
- [Ker59] A. K. KERMAN et al., Annals of Physics **8** (1959) 551.
- [Kee87] G. J. O'KEEFE et al., Nucl. Phys. A **469** (1987) 239.
- [Kne96] U. KNEISSL, H. PITZ, A. ZILGES, Prog. Part. Nucl. Phys. **37** (1996) 349.
- [Kne06] U. KNEISSL, N. PIETRALLA, A. ZILGES, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **32** (2006) R217.
- [Koe87] R. KÖHLER et al., Phys. Rev. C **35** (1987) 1646.
- [Kra88] K. S. KRANE: *Introductory Nuclear Physics*. John Wiley & Sons, Inc., 1988.
- [Kri10] KRISHICHAYAN, X. CHEN, Y.-W. LUI, J. BUTTON UND D. H. YOUNGBLOOD, Phys. Rev. C **81** (2010) 044612.
- [Kru14] A. KRUGMANN, Dissertation, TU Darmstadt, D17, 2014.
- [Lan03] K. LANGANKE et al., Rev. Mod. Phys. **75** (2003) 819.
- [Lan04] K. LANGANKE, G. MARTÍNEZ-PINEDO, P VON NEUMANN-COSEL, A. RICHTER., Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 202501.
- [Lan08] K. LANGANKE, G. MARTÍNEZ-PINEDO, B. MÜLLER, H.-TH. JANKA, A. MAREK, W.R. HIX, A. JUODAGALVIS, AND J.M. SAMPAIO et al., Phys. Rev. Lett. **100** (2008) 011101.
- [Las85] R. M. LASZEWSKI et al., Comments Nucl. Part. Phys. **14** (1985) 321.
- [Las86] R. M. LASZEWSKI et al., Phys. Rev. C **34** (1986) 2013(R).



- [Las87] R. M. LASZEWSKI et al., Phys. Rev. Lett. **59** (1987) 431.
- [Las88] R. M. LASZEWSKI et al., Phys. Rev. Lett. **61** (1988) 1710.
- [Lat07] J. M. LATTIMER et al., Phys. Rep. **442** (2007) 109.
- [Lee75] H. C. LEE: *Nuclear Charge, Convection Current and Magnetization Current Densities*. Atomic Energy of Canada Ltd., Chalk River, K0J 1J0, 1975.
- [Lim01] E. LIMPET et al., Bioscience **51** (2001) 341.
- [Lin84] A. LINDNER: *Drehimpulse in der Quantenmechanik*, Teubner Studienbücher Physik, Stuttgart, 1984.
- [Lip84] E. LIPPARINI, A. RICHTER, Phys. Lett. B **144** (1984) 13.
- [Lit09] E. LITVINOVA et al., Phys. Rev. C **79** (2009) 054312.
- [Loe12] H. P. LOENS et al., Eur. Phys. J. A **48** (2012) 34.
- [LoFr81] W. G. LOVE AND M. A. FRANEY, Phys. Rev. C **24** (1981) 1073.
- [Loh92] E. LOHRMANN: *Hochenergiephysik*. Teubner Studienbücher Physik, Stuttgart, 1992.
- [Lud92] P. LUDWIG et al., Rev. Sci. Instr. **63** (1992) 2892.
- [Lui11] Y.-W. LUI et al., Phys. Rev. C **83** (2011) 044327.
- [Lui14] Y.-W. LUI, persönliche Kommunikation, 2014.
- [Lue96] C. LÜTTGE et al., Phys. Rev. C **53** (1996) 127.
- [Ly92] C. LYNEIS, *ECR Ion Sources for Accelerators*, Lawrence Berkeley Laboratory, LBL-32649 UC-413, University of California, 1992.
- [Mac01] R. MACHLEIDT, Phys. Rev. C **63** (2001) 024001.
- [Mac05] H. MACHNER: *Einführung in die Kern- und Elementarteilchenphysik*. Weinheim, Wiley-VCH, 2005.
- [Mac11] R. MACHLEIDT, D. R. ENTEM, Physics Reports 503 (2011) 1.
- [Mag12] J. MAGILL, G. PFENNING, R. DREHER, Z. SOTI: *Karlsruher Nuklidkarte*. Nucleonica GmbH, 2012.
- [DMar11] D. MARTIN, *Investigation of the reaction  $^{144}\text{Sm}(p, p_0)$  under extreme forward angles*, unveröffentlichte Bachelor-Arbeit, TU Darmstadt, 2011.
- [DMar13] D. MARTIN, unveröffentlichte Master-Arbeit, TU Darmstadt, 2013.
- [Mach05] H. MACHNER: *Einführung in die Kern- und Elementarteilchenphysik*. Weinheim, Wiley-VCH, 2005.
- [MaPi96] G. MARTINEZ et al., Phys. Rev. C **53** (1996) 2602(R).
- [Math14] M. MATHY, *M1 Stärke in  $^{48}\text{Ca}$  aus inelastischer Protonenstreuung*, unveröffentlichte Bachelor-Arbeit, TU Darmstadt, 2014.
- [Mats10] H. MATSUBARA, Doctoral dissertation, Department of Physics Graduate School of Science, Osaka University, Japan, 2010.

- [Mats15] H. MATSUBARA et al., Phys. Rev. Lett. **115** (2015) 102501.
- [Mats91] N. MATSUOKA et al., RCNP Annual Report, Osaka University, 1987, S. 176 ff. und S. 186 ff.
- [May49] M. G. MAYER, Phys. Rev. **75** (1949) 1969.
- [May84] T. MAYER-KUCKUK: *Kernphysik*. 4. Auflage, B.G. Teubner Stuttgart, 1984.
- [McGr81] J. B. MCGRORY UND B. H. WILDENTHAL, Phys. Lett B **103** (1981) 173.
- [Met59] F. R. METZGER, Prog. in Nucl. Phys. **7** (1959) 53.
- [Mic64] A. MICHALOWICZ: *Kinematics of Nuclear Reactions*. Life Books Ltd., London, 1964.
- [Mic99] R. MICHEL, K. KIRCHHOFF: *Nachweis-, Erkennungs- und Vertrauensgrenzen bei Kernstrahlungsmessungen*. FS-99-108-AKSIGMA, ISSN 1013-4506, Fachverband für Strahlenschutz e.V., 1999.
- [Mor76] H. MORINAGA, T. YAMAZAKI: *In-Beam Gamma-Ray Spectroscopy*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1976.
- [Mue85] S. MÜLLER, G. KÜCHLER, A. RICHTER, H. P. BLOK, H. BLOK, C. W. DE JAGER, H. DE VRIES, J. WAMBACH, Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 293.
- [Mye77] W. D. MYERS et al., Phys. Rev. C **15** (1977) 2032.
- [Mye98] W. D. MYERS et al., Phys. Rev. C **57** (1998) 3020.
- [Neu97] P. v. NEUMANN-COSEL et al., Phys. Rev. C **55** (1997) 532.
- [Neu98] P. v. NEUMANN-COSEL et al., Phys. Lett. B **443** (1998) 1.
- [Neum97] F. NEUMEYER: *Untersuchung magnetischer Kernanregungen in  $^{48}\text{Ca}$  und  $^{90}\text{Zr}$  mit hochauflösender Elektronenstreuung unter  $180^\circ$  am S-DALINAC*, Dissertaion, Technische Universität Darmstadt, D17, 1997.
- [Nev11] R. NEVELING et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **654**(2011) 29.
- [NLo] S. G. JOHNSON, [http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/NLopt\\_Tutorial](http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/NLopt_Tutorial), Abfrage 22.9.2014.
- [No91] T. NORO et al., RCNP Annual Report, Osaka University, 1991, S. 177.
- [NR3] W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING, B. P. FLANNERY: *Numerical Recipes - The Art of Scientific Computing - Source Code CD-Rom v3.0*. Cambridge University Press, 2007.
- [NR89] W. H. PRESS, S. A. TEUKOLSKY, W. T. VETTERLING, B. P. FLANNERY: *Numerical Recipes in Pascal - The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 1989.
- [NuDat] NATIONAL NUCLEAR DATA CENTER - BROOKHAVEN NATIONAL LABORATORY, <http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/>, Internet-Abfragen von 2012-2014.
- [Obe13] A. SCHEIKH OBEID, O. BURDA, M. CHERNYKH, A. KRUGMANN, P. VON NEUMANN-COSEL, N. PIETRALLA, I. POLTORATSKA, V. YU. PONOMAREV, AND C. WALZ, Phys. Rev. C **87** (2013) 014337.
- [Ohl02] G. G. OHLSEN, Rep. Prog. Phys. **35** (2002) 717.

- [Ost92] F. OSTERFELD, Rev. Mod. Phys. **64** (1992) 491.
- [Ots05] T. OTSUKA et al., Phys. Rev. Lett. **95** (2005) 232502.
- [Ots10] T. OTSUKA et al., Phys. Rev. Lett. **104** (2010) 012501.
- [Pap12] P. PAPAKONSTANTINOY, H. HERGERT, V. YU. PONOMAREV, R. ROTH, Physics Letters B **709** (2012) 270.
- [Pet81] F. PETROVICH, et al., Nucl. Phys. A **354** (1981) 499c.
- [Pie02] N. PIETRALLA, Z. BERANT, V.N. LITVINENKO, S. HARTMAN, F.F. MIKHAILOV, I.V. PINAYEV, G. SWIFT, M.W. AHMED, J.H. KELLEY, S.O. NELSON, R. PRIOR, K. SABOUROV, A.P. TONCHEV, H.R. WELLER, Phys. Rev. Lett. **88** (2002) 012502.
- [Pie08] N. PIETRALLA, P. VON BRENTANO, A. F. LISETSKIY, Prog. Part. Nucl. Phys. **60** (2008) 225.
- [Pie10] J. PIEKAREWICZ, arXiv:1012.1803v1 [nucl-th] (2010).
- [Pie12] J. PIEKAREWICZ, et al., Phys. Rev. C **85** (2012) 041302(R).
- [Pol11] I. POLTORATSKA, *Complete electric dipole response in  $^{208}\text{Pb}$  from high-resolution polarized proton scattering at  $0^\circ$* , Doctoral thesis, TU Darmstadt, D17, 2011.
- [Pol12] I. POLTORATSKA et al., Phys. Rev. C **85** (2012) 041304.
- [Pon13] V. PONOMAREV, persönliche Kommunikation, 2013.
- [Pon14] V. PONOMAREV, persönliche Kommunikation, 2014.
- [Pon15] V. PONOMAREV, persönliche Kommunikation, 2015.
- [Ray07] J. RAYNAL, Computing code DWBA07, NEA Data Service NEA1209/08, 2007.
- [RCNP12] RCNP, Datensätze zum  $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$  und  $^{48}\text{Ca}$  aus den Messkampagnen E249 (2004) und E299 (2007) am Research Center of Nuclear Physics (RCNP), Osaka, Japan.
- [Re02] B. REITZ et al., Phys. Lett. B **532** (2002) 179.
- [Ren93] B. RENK: *Meßdatenerfassung in der Kern- und Teilchenphysik*. Teubner Studienbücher Physik, Stuttgart, 1993.
- [Rei10] P.-G. REINHARD, W. NAZAREWICZ, Phys. Rev. C **81** (2010) 051303(R).
- [Ric83] A. RICHTER, Physica Scripta **T5** (1985) 63.
- [Ric85] A. RICHTER, Prog. Part. Nucl. Phys. **13** (1985) 1.
- [Ric98] A. RICHTER, in Proc. Int. Symp. on New Facets of Spin Giant Resonances in Nuclei, Tokyo, 1997.
- [Ric90] A. RICHTER et al., Phys. Rev. Lett. **65** (1990) 2519.
- [Rin80] P. RING AND P. SCHUCK: *The Nuclear many-body problem*. Springer, New York, 2004.
- [Roc11] X. ROCA-MAZA et al., Phys. Rev. Lett. **106** (2011) 252501.
- [Roc13] X. ROCA-MAZA et al., Phys. Rev. C **88** (2013) 024316.
- [Roh87] K.-H. ROHE: *Elektronik für Physiker*. Teubner-Studienbücher Physik, Stuttgart, 1987.

- [Rom15] C. ROMIG: *Kernstrukturuntersuchungen mit relativen Selbstabsorptionsmessungen*. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, D17, 2015.
- [Ros13] D. M. ROSSI et al., Phys. Rev. Lett. **111** (2013) 242503.
- [Rot11] R. ROTH, International Workshop on Nuclear Physics 2011, Stellenbosch Institute for Advanced Studies, 2011.
- [Rus13] G. RUSEV et al., Phys. Rev. Lett. **110** (2013) 022503.
- [Rut11] E. RUTHERFORD, Phil. Mag. Series 6, Vol. **21** (1911) 669.
- [Ry02] N. RYEZAYEVA et al., Phys. Rev. Lett. **89** (2002) 272502.
- [Sac92] L. SACHS: *Angewandte Statistik*. Springer-Verlag, 1992.
- [Sas09] M. SASANO et al., Phys. Rev. C **79** (2009) 024602.
- [Sat80] G. SATCHLER: *Introduction to Nuclear Reactions*. London, The MacMillan Press Ltd., 1980.
- [Sat83] G. SATCHLER: *Direct nuclear reactions*. Oxford University Press, New York (1983).
- [Sav13] D. SAVRAN, T. AUMANN, A. ZILGES, Prog. Part. Nucl. Phys. **70** (2013) 210.
- [Sav14] , Phys. Lett. B **730** (2014) 288.
- [Sch13a] M. SCHECK, V. YU. PONOMAREV, T. AUMANN, J. BELLER, M. FRITZSCHE, J. ISAAK, J. H. KELLEY, E. KWAN, N. PIETRALLA, R. RAUT, C. ROMIG, G. RUSEV, D. SAVRAN, K. SONNABEND, A. P. TONCHEV, W. TORNOW, H. R. WELLER, M. ZWEIDINGER, Phys. Rev. C **87** (2013) 051304(R).
- [Sch13b] M. SCHECK, V. YU. PONOMAREV, M. FRITZSCHE, J. JOUBERT, T. AUMANN, J. BELLER, J. ISAAK, J. H. KELLEY, E. KWAN, N. PIETRALLA, R. RAUT, C. ROMIG, G. RUSEV, D. SAVRAN, L. SCHORRENBERGER, K. SONNABEND, A. P. TONCHEV, W. TORNOW, H. R. WELLER, A. ZILGES, M. ZWEIDINGER, Phys. Rev. C **88** (2013) 044304.
- [Sch87] M. SCHANZ, A. RICHTER, E. LIPPARINI, Phys. Rev. C **36** (1987) 555.
- [Sch93] M. SCHUBERT, G. WEBER: *Quantentheorie*. Heidelberg, Spektrum Verlag, 1993.
- [Schm86] U. SCHMIDT: *Meßelektronik in der Kernphysik*. Teubner Studienbücher Physik, Stuttgart, 1986.
- [Schn14] L. SCHNORRENBERGER, D. SAVRAN, J. GLORIUS, K. LINDENBERG, B. LÖHER, N. PIETRALLA, K. SONNABEND, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A **735** (2014) 19.
- [Schw00] K. Schweda: *Anregung und Zerfall isoskalarer Riesenresonanzen in den Reaktionen  $^{48}\text{Ca}(p,p'n)$ ,  $^{40}\text{Ca}(p,p'p_0)$  und  $^{40}\text{Ca}(p,p'\alpha_0)$* , Dissertation, TU Darmstadt, D17, 2000.
- [Schw10] R. SCHWENGNER et al., Phys. Rev. C **81** (2010) 054315.
- [Sha74] A. DE SHALIT, H. FESHBACH: *Theoretical Nuclear Physics, Vol. I, Nuclear Structure*. Wiley, New York, 1974.
- [Sol92] V. G. SOLOVIEV: *Theory of atomic nuclei: quasiparticles and phonons*. Bistol: Inst. of Phys. Publishing, 1992.

- [Spe80] J. SPETH, J. WAMBACH, Nuclear Physics A **347** (1980) 389.
- [Ste50] H. STEINWEDEL, J.H.D. JENSEN, P. JENSEN, Phys. Rev. **79** (1950) 1019.
- [Ste80] W. STEFFEN et al., Phys. Lett. B **95** (1980) 23.
- [Ste83] W. STEFFEN et al., Nucl. Phys. **A404** (1983) 413.
- [Ste84] W. STEFFEN: *Untersuchung magnetischer Anregungen in  $^{42,44,48}\text{Ca}$  mit hochauflösender Elektronenstreuung*. Dissertation, TU Darmstadt, D17, 1984.
- [Stoe96] H. STÖCKER: *Desktop Mathematik*. harri deutsch electronic science, Verlag Haari Deutsch, Thun, 1996.
- [Str85] V. M. STRUTINSKY et al., Z. Phys. A - Atoms and Nuclei **322** (1985) 149.
- [Str98] S. STRAUCH: *Untersuchung der Anregung und des Zerfalls elektrischer Riesenresonanzen in der Reaktion  $^{48}\text{Ca}(e,e'n)$* , Dissertation, TU Darmstadt, D17, 1998.
- [Str00] S. STRAUCH et al., Phys. Rev. Lett. **85** (2000) 2913.
- [Tad87] T. N. TADDEUCCI et al., Nucl. Phys. A **469** (1987) 125.
- [Tai87] J. L. TAIN, G. P. BERG, I. KATAYAMA, S.A. MARTIN, J. MEISSBURGER, J. G. M. RÖMER, J. WAMBACH, Phys. Rev. C **35** (1987) 1288.
- [Tam05] A. TAMII et al., Journal of Physics: Conference Series **20** (2005) 177, doi:10.1088/1742-6596/20/1/034.
- [Tam07] A. TAMII et al., Nucl. Phys. A **788** (2007) 53c.
- [Tam09] A. TAMII et al., Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A **605** (2009) 3.
- [Tam11] A. TAMII et al., Phys. Rev. Lett. **107** (2011) 062502.
- [Tam12] A. TAMII, persönliche Kommunikation, 2012.
- [Tam14] A. TAMII et al., Eur. Phys. J. A **50** (2014) 28.
- [Tak88] K. TAKAYANAGI et al., Nucl. Phys. A **481** (1988) 313.
- [Tay00] J. R. TAYLOR: *Scattering Theory*, Mineola, Dover Publications, 2000.
- [The72] H. THEISSEN: *Spectroscopy of Light Nuclei by Low Energy ( $< 70\text{ MeV}$ ) Inelastic Electron Scattering*. Springer Tracts in Modern Physics, Vol. 65, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1972.
- [Tom11] J. R. TOMPKINS et al., Phys. Rev. C **84** (2011) 044331.
- [Ton10] A. P. TONCHEV et al., Phys. Rev. Lett. **104** (2010) 072501.
- [Tor77] Y. TORIZUKA, M. SASAO., Phys. Rev. C **15** (1977) 217.
- [Tow87] I. S. TOWNER, Phys. Rep. **155** (1987) 263.
- [Typ01] S. TYPEL, B. ALEX BROWN, Phys. Rev. C **64** (2001) 027302.
- [Uts14] Y. UTSUNO et al., Progress in Nuclear Energy (2014) 1.
- [Übe71] H. ÜBERALL: *Electron Scattering from Complex Nuclei*. Academic Press, New Yor and London, 1971.

- [Ver12] J. D. VERGADOS et al., Rep. Prog. Phys. **75** (2012) 103601.
- [Ver71] J. D. VERGADOS, Phys. Lett. B **36** (1971) 12.
- [Vog71] P. VOGEL, L. KOCHACH, Nucl. Phys. A **176** (1971) 33.
- [Wa01] J. D. WALECKA: *Electron Scattering for Nuclear and Nucleon Structure*. Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- [Wa11] C. WALZ et al., Phys. Rev. Lett. **106** (2011) 062501.
- [Wei14] B. WEINBERG et al., Science **344** (2014) (6179):41.
- [Wei35] C. F. WEIZSÄCKER, Z. Physik **96** (1935) 461.
- [Wei95] K. WEISE, R. MICHEL, Kerntechnik 60 (1995) 4.
- [Wei99] K. WEISE, W. WÖGER: *Meßunsicherheit und Meßdatenauswertung*. WILEY-VCH Verlag GmbH, Weinheim, 1999.
- [Wel09] H. R. WELLER, M. W. AHMED, H. GAO, W. TORNOW, Y. K. WU, M. GAI, R. MISKIMEN, Prog. Part. Nucl. Phys. **62** (2009) 257.
- [Wie82] K. WIENHARD, W. NAATZ, A. RUCKELSHAUSEN, D. RUCK, R.K. SCHNEIDER, R. STOCK, Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 18.
- [Wie15] O. WIELAND, A. BRACCO, F. CAMERA, R. AVIGO, J. Phys.: Conf. Ser. **580** (2015) 012058.
- [Wil77] K. WILDERMUTH, Y. C. TANG: *A unified Theory of the Nucleus*. Vieweg Verlag, Braunschweig, 1977.
- [Wil96] K. WILLE: *Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen*. B.G. Teubner, Stuttgart, 1996.
- [Win75] K. ALDER, K. UND A. WINTHER: *Electromagnetic excitation: theory of Coulomb excitation with heavy ions*, North-Holland Pub. Co., 1975.
- [Win79] A. WINTHER UND K. ALDER, Nucl. Phys. **A319** (1979) 518.
- [WiNa06] M. WIRTZ, CH. NACHTIGALL: *Deskriptive Statistik - Statistische Methoden für Psychologen - Teil 1*. 4. Auflage, Juventa Verlag Weinheim und München, 2006.
- [WiNa07] M. WIRTZ, CH. NACHTIGALL: *Deskriptive Statistik - Statistische Methoden für Psychologen - Teil 2*. Juventa Weinheim und München, 2007.
- [Wir95] R. B. WIRINGA, V G. J. STOKS, R. SCHIAVILLA, Phys. Rev. C **51** (1995) 38.
- [Wol56] L. WOLFENSTEIN, Annu. Rev. Nucl. Sci. **6** (1956) 43.
- [Wol67] J. R. WOLBERG: *Prediction Analysis*. D. van Nostrand Company, Inc. Princeton New Jersey, 1967.
- [Wol06] J. R. WOLBERG: *Data Analysis - Using the Method of Least Squares - Extracting the Most Information from Experiments*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2006.
- [Yak09] K. YAKO et al., Phys. Rev. Lett. **103** (2009) 012503.
- [Yak13] K. YAKO persönliche Kommunikation, 2013.

- [Zam88] L. ZAMICK UND D. C. ZHENG, Phys. Rev. C **37** (1988) 1675.
- [Zil15] A. ZILGES et al., Journal of Physics: Conference Series **580** (2015) 012052, doi:10.1088/1742-6596/580/1/012052.
- [Zwa83] F. ZWARTS, A. G. DRENTJE, M. N. HARAKEH, A. VAN DER WOUDE, Phys. Lett. **B125** (1983) 123.

# Danksagung

An erster Stelle gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. Dr. h.c. Norbert Pietralla, der mir diese Dissertation ermöglicht hat. Seine außergewöhnliche Fähigkeit, komplexe Kernphysik in klare Worte zu fassen, haben die Diskussionen für mich sehr lehrreich gemacht. Aber nicht nur für sein Engagement auf fachlicher Seite möchte ich mich bedanken, sondern auch für das in mich gesetzte Vertrauen, das mir mit der Übernahme der Verantwortung für den IT-Bereich des gesamten Hauses und Beschleunigers zuteil wurde. Ebenso bedanke ich mich für die uneingeschränkte Unterstützung bei meiner Arbeit im Arbeitskreis Nachweisgrenzen des Fachverbands Strahlenschutz und für die Unterstützung auf meinem Weg zum Strahlenschutzbeauftragten.

Herrn Prof. Dr. Peter von Neumann-Cosel gilt ebenfalls ein besonderer Dank. Sein physikalischer Weitblick hat mich sehr inspiriert. Darüber hinaus bedanke ich mich ebenso für seine Unterstützung auf meinem Weg zum Strahlenschutzbeauftragten und bei meiner Arbeit im Arbeitskreis Nachweisgrenzen sowie für die herzliche Aufnahme in seine Arbeitsgruppe.

Bei Herrn Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Achim Richter möchte ich mich ebenfalls für sein besonderes Engagement während und für die Diskussionen über die Themen dieser Arbeit bedanken.

Herrn Dr. Y. V. Ponomarev danke ich für die Bereitstellung der Daten aus seinen QPM-Rechnungen und für die vielen lehrreichen Diskussionen über die Themen dieser Arbeit.

I would like to thank Prof. Atsushi Tamii for providing the (p,p') data and for the very helpful discussions. I would also like to extend thanks to every member of the measuring campaigns E249 and E299, in particular T. Adachi, M. Dozono, H. Fujita, Y. Fujita, H. Matsubara, K. Nakanishi, H. Sakaguchi, Y. Shimbara, Y. Shimizu, Y. Tameshige, A. Tamii, J. Zenihiro.

I would like to thank Y.-W. Lui and K. Yako for providing their E2 and (p,n) data on  $^{48}\text{Ca}$ .

Furthermore, I thank C. Bertulani for very helpful discussions and for providing his codes.

Herrn Dr. Florian Hug danke ich für die bereitwillige Aufnahme in die Beschleunigergruppe des IKP und die Unterstützung gerade in der Anfangsphase meiner Arbeit in der Beschleunigersteuerung.

Herrn Christoph Burandt und Herrn Thomas Schösser möchte ich im Besonderen für ihre uneingeschränkte Unterstützung und Geduld auf meinem Weg in die Theorie und Praxis der Beschleunigersteuerung danken.

Darüber hinaus danke ich:

- Frau Ursula von Dungen, Frau Catja Noll-DeLopez, Frau Carina Seeger und Frau Giovanna Umberti für ihre uneingeschränkte Unterstützung auf dem administrativen Bereich.
- Herrn Dr. Marco Brunken für die vielen fruchtbaren 'dienstlichen' und privaten Diskussionen. Im Besonderen aber danke ich ihm für die uneingeschränkte Unterstützung in allen Angelegenheiten und Fragen, die die Arbeit mit sich brachte.



- Frau Michaela Arnold, Frau Simela Aslanidou, Herrn Thore Bahlo, Herrn Sergej Bassauer, Herrn Ruben Grewe, Herrn Lars Jürgensen, Herrn Dr. Martin Konrad, Herrn Dr. Andreas Krugmann, Herrn Dr. Thorsten Kürzeder, Herrn Dr. Jörg Leske, Herrn Dirk Martin, Herrn Dr. Oliver Möller, Frau Dr. Iryna Zweidinger und für die außergewöhnlich gute Zusammenarbeit,
- allen Mitarbeitern der Elektronik-Werkstatt und der feinmechanischen Werkstatt, ohne die es gar nicht möglich gewesen wäre, all die technischen Ideen umzusetzen, die ich während meiner Promotion ersonnen hatte. Herzlichen Dank für die Unterstützung.

So unverzichtbar und ausgesprochen wertvoll die Unterstützung all jener war, denen ich bis hierhin gedankt habe, so wichtig war auch die Unterstützung durch meine Familie. Meine Familie war es, die die unmittelbaren Folgen meines Wunsches, promoviert zu werden, Tag für Tag tragen musste. In diesem Sinne möchte mich bei meiner Frau Bettina Birkhan und meiner Tochter Leonie Birkhan, meinem Sohn Ben Birkhan, meinem Bruder Ronny Birkhan, meinen Eltern und meinen Schwiegereltern für ihr Verständnis und ihre uneingeschränkte Unterstützung ganz herzlich bedanken.

# Publikationen

[Rom15] C. ROMIG, D. SAVRAN, J. BELLER, **J. Birkhan**, A. ENDRES, M. FRITZSCHE, J. GLORIUS, J. ISAAKB, N. PIETRALLA, M. SCHECK, L. SCHNORRENBERGER, K. SONNABEND, M. ZWEIDINGER, Phys. Lett. B **744** (2015) 369.

[Bis15] S. BISTER, **J. Birkhan**, T. LÜLLAU, M. BUNKA, A. SOLLE, C. STIEGHORST, B. RIEBE, R. MICHEL, C. WALTHER, Journal of Enviromental Radioactivity **144** (2015) 21.

[Obe14] A. SCHEIKH OBEID, S. ASLANIDOU, **J. Birkhan**, A. KRUGMANN, P. VON NEUMANN-COSEL, N. PIETRALLA, I. POLTORATSKA, V. YU. PONOMAREV, Phys. Rev. C **89** (2014) 037301.

[Bis10] S. BISTER, F. KOENN, M. BUNKA, **J. Birkhan**, T. LÜLLAU, B. RIEBE, R. MICHEL, J. Radioanal. Nucl. Chem. (2010) 286:367.